

بسم الله الرحمن الرحيم

توربوماشین‌ها



محمدصادق کریمی

گروه تبدیل انرژی، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شریف

پاییز ۱۴۰۴



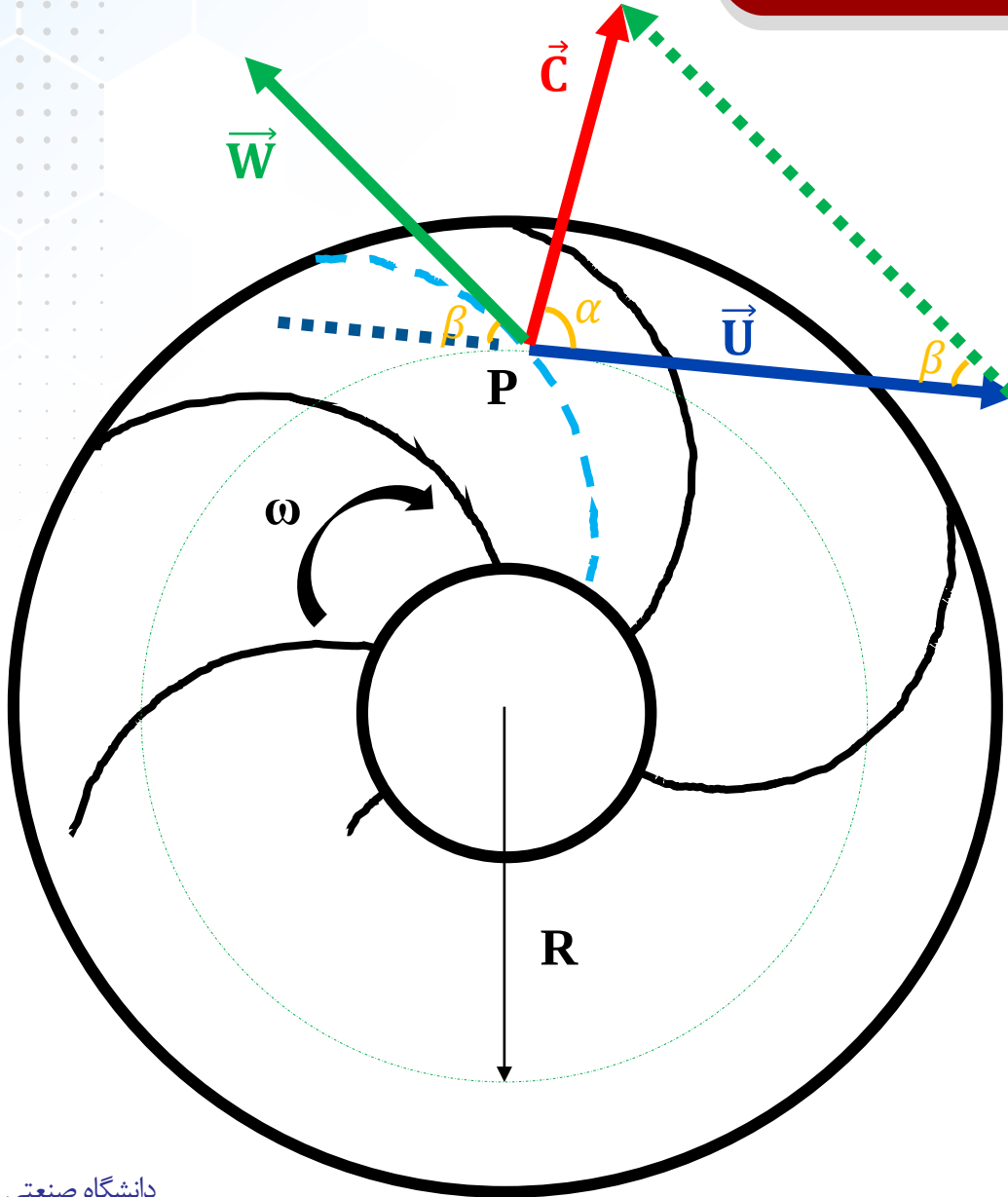
روابط اصلی و تئوری یک بعدی	۱-۲
تلفات و بازده‌ها	۲-۲
سطوح و منحنی‌های مشخصه	۳-۲
تصحیح روابط منتج از تئوری یک بعدی	۴-۲
کاویتاسیون	۵-۲



مثلت سرعت‌ها

❖ فرضیات:

- P:** نقطه‌ی فرضی به فاصله‌ی R از محور دوران
- W:** سرعت نقطه P در دستگاه نسبی مماس بر خط جریان
- ω : سرعت زاویه‌ای چرخ
- U:** سرعت محیطی نقطه P عمود بر صفحه‌ی حاوی محور ماشین و نقطه‌ی P
- C:** سرعت مطلق المان سیال



$$U = R \omega$$

$$\vec{C} = \vec{U} + \vec{W}$$

جریان پایا

پروفیل سرعت یکنواخت

تعداد پره‌ها بی‌نهایت (زاویه خروج مماس)

مثلث سرعت‌ها

❖ قرارداد:

α : زاویه بین بردارهای $\vec{C}$ و $\vec{U}$

β : زاویه بین بردار $\vec{W}$ و جهت مخالف بردار $\vec{U}$

نکته: همواره سرعت محیطی U قاعده مثلث سرعت خواهد بود.

اندیس u : تصاویر سرعت‌های مطلق و نسبی در امتداد سرعت محیطی

$$C_u = C \cos \alpha$$

$$W_u = W \cos \beta$$

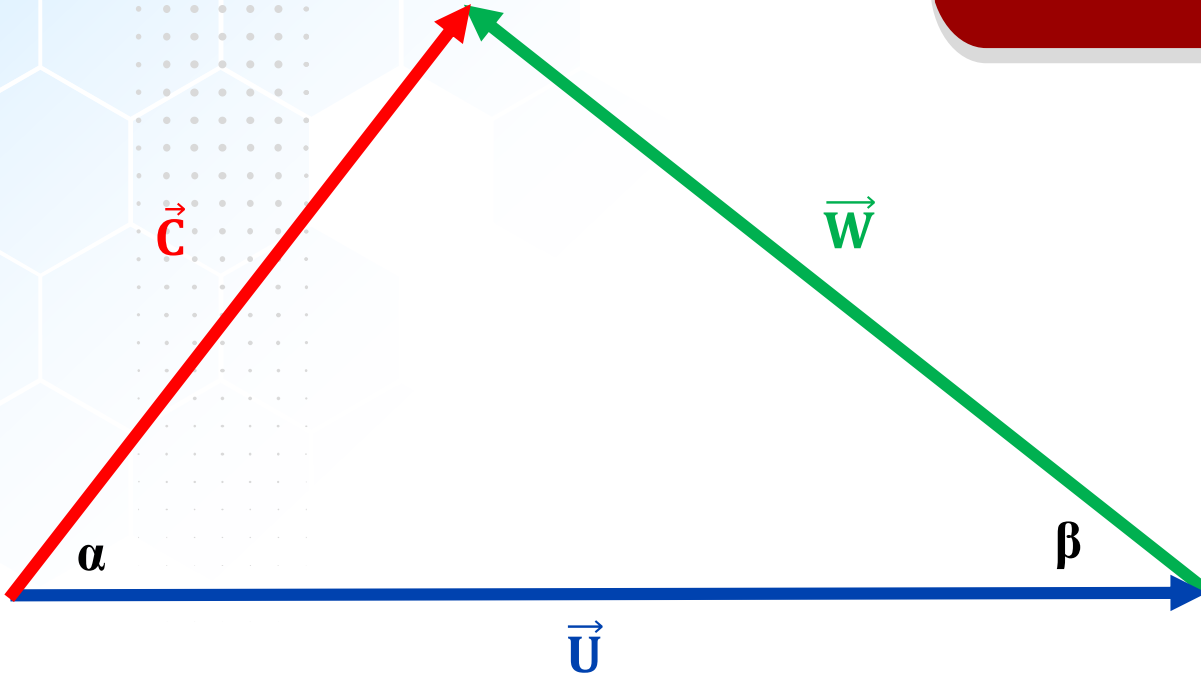
اندیس m : مولفه عمود بر سرعت محیطی

این مولفه (ارتفاع مثلث سرعت) عمود بر سطح جریان و متناسب با دبی حجمی می‌باشد.

مولفه C_m (مولفه نصف النهاری سرعت) در ماشین‌های شعاعی با اندیس r و در ماشین‌های محوری با اندیس a مشخص می‌شود.

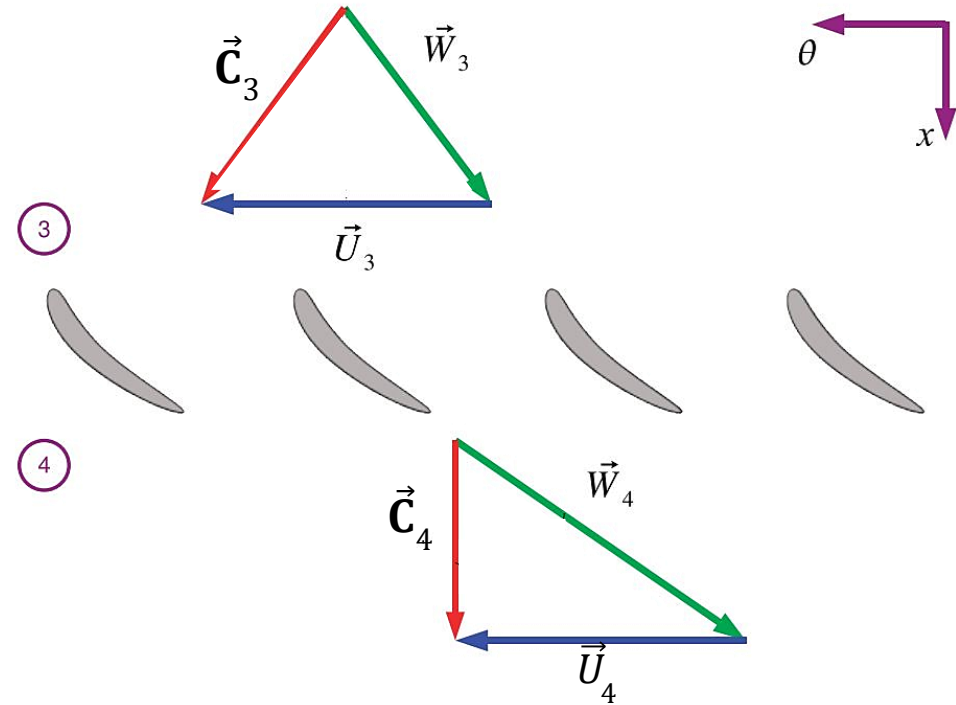
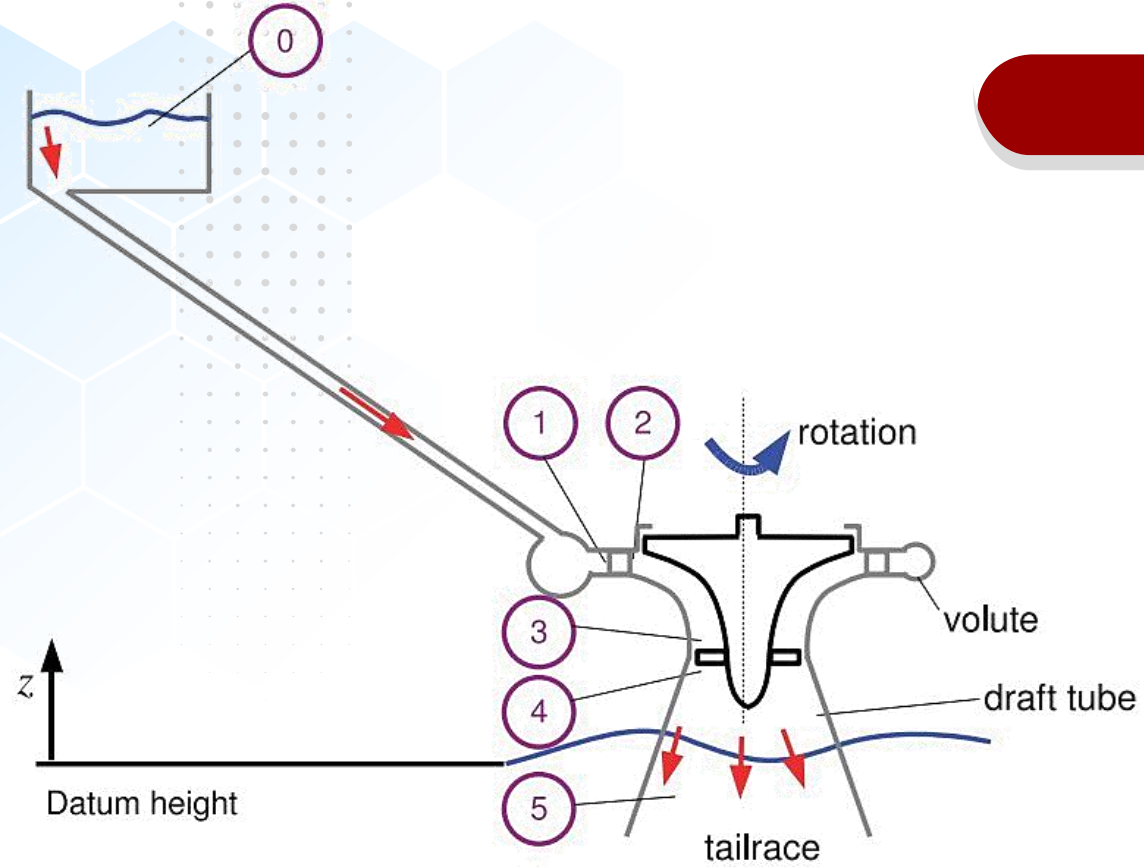
$$C_m = C \sin \alpha$$

$$W_m = W \sin \beta$$



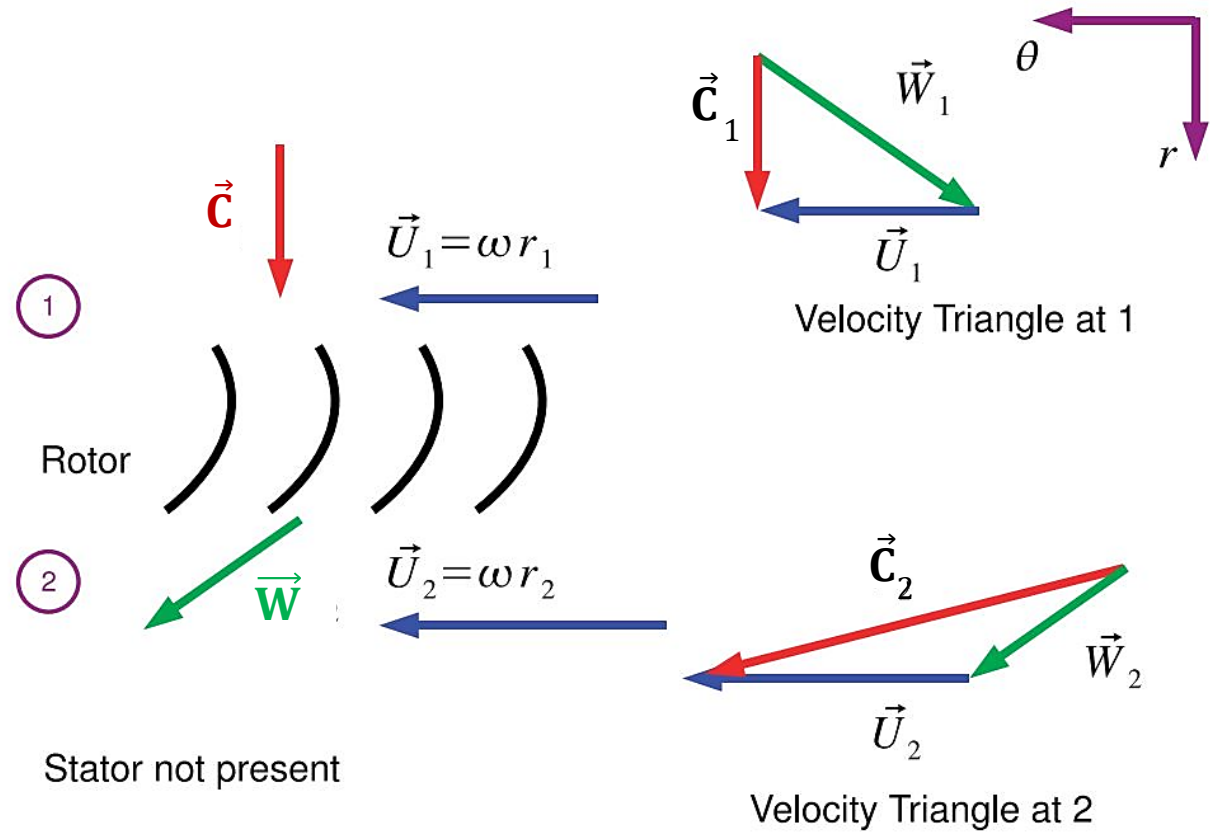
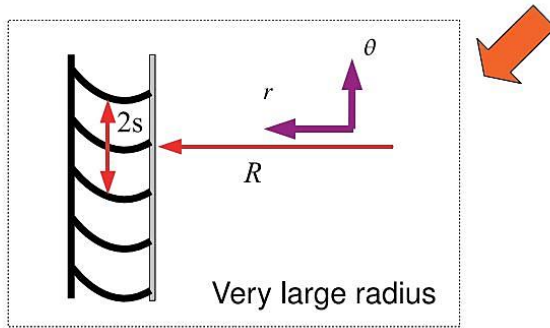
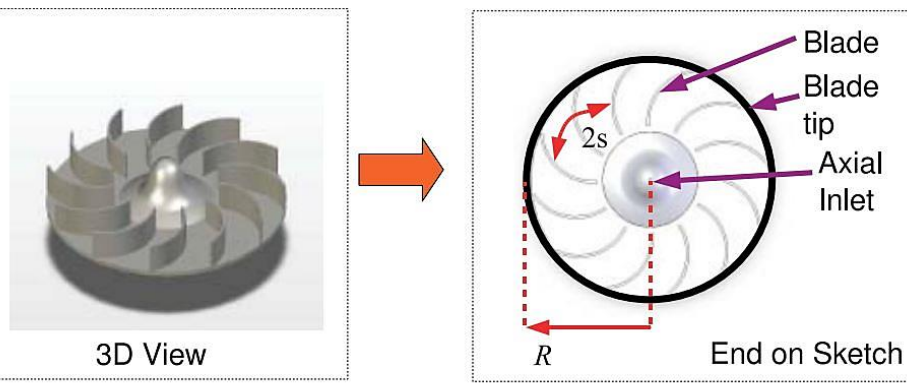
مثلت سرعت‌ها

❖ چند نمونه مثلت سرعت در توربوماشین‌ها



مثلت سرعتها

❖ چند نمونه مثلت سرعت در توربوماشینها



$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{C.V.} \rho \, dV + \int_{C.S.} \rho \vec{C} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \xrightarrow{\text{فرض حالت پایا}} \quad \int_{C.S.} \rho \vec{C} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\dot{m} = \int_A \rho \vec{C} \cdot d\vec{A} = \text{cte} \quad \xrightarrow{\quad} \quad \dot{m} = \int_A \rho C \sin \alpha \, dA = \int_A \rho W \sin \beta \, dA$$

❖ با صرف نظر از نشتی و استفاده از سرعت‌های متوسط بین دو مقطع دلخواه ۱ و ۲ داریم:

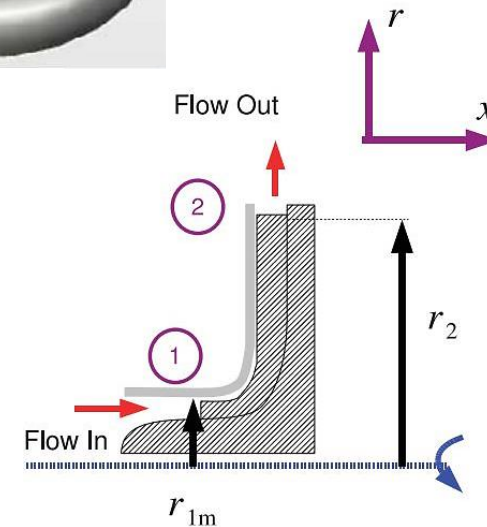
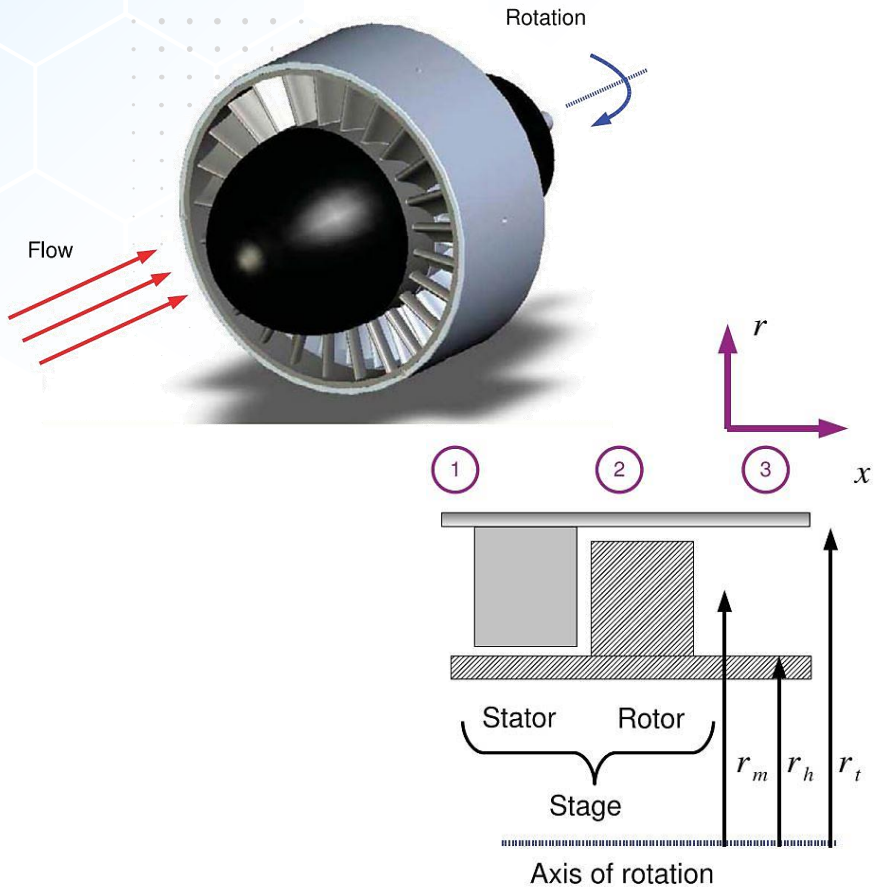
$$\rho_1 C_{m1} A_1 = \rho_2 C_{m2} A_2$$

برای جریان تراکم‌ناپذیر:

$$Q = \int_A C \sin \alpha \, dA = \int_A W \sin \beta \, dA \quad \xrightarrow{\quad} \quad C_{m1} A_1 = C_{m2} A_2$$

■ تذکر: در معادلات فوق افزایش یا کاهش دبی (نشتی) بین دو مقطع ۱ و ۲ وجود ندارد.

❑ سوال: معادله پیوستگی در توربین محوری و پمپ سانتریفیوژ به چه شکل ساده می شود؟



$$A = \pi(r_t^2 - r_h^2) = \pi(r_t + r_h)(r_t - r_h) = \pi(2r_m)(b) = 2\pi r_m b$$

راهنمایی: ✓

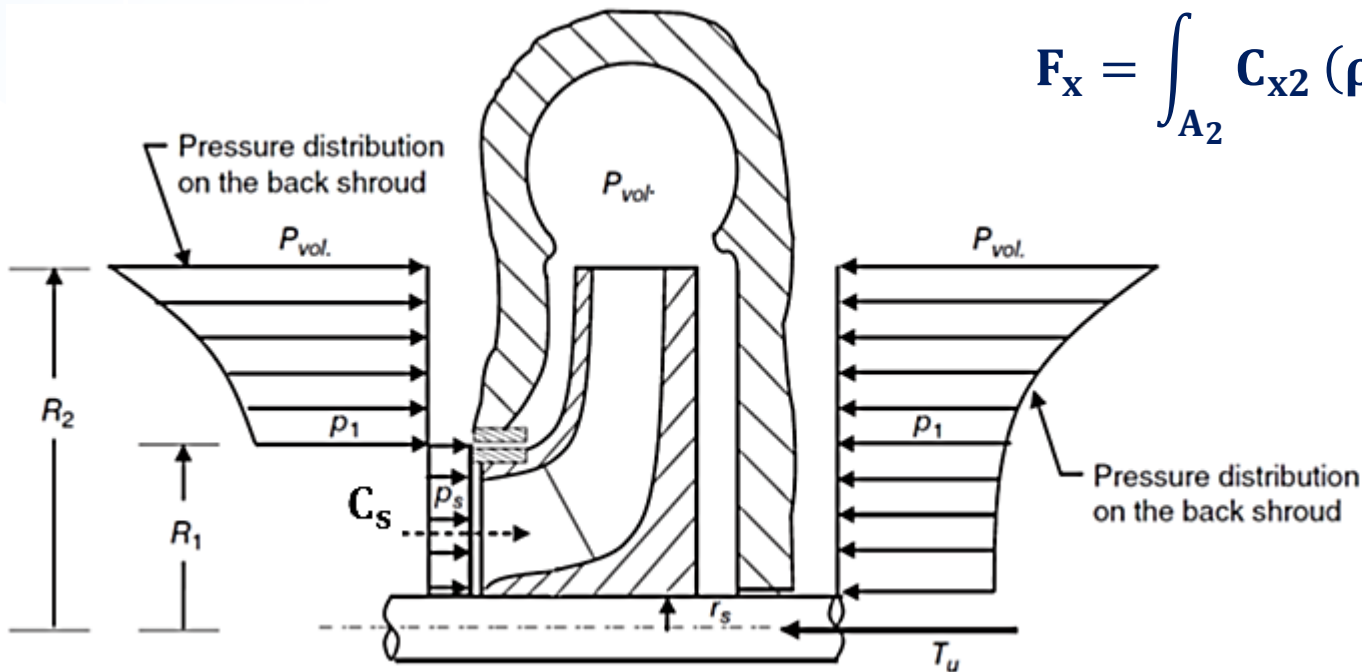
$$\vec{F} = \vec{F}_B + \vec{F}_S = \frac{\partial}{\partial t} \int_{C.V.} \rho \vec{C} dV + \int_{C.S.} \vec{C} (\rho \vec{C} \cdot d\vec{A}) \xrightarrow{\text{فرض حالت پایا}} \vec{F} = \int_{C.S.} \vec{C} \rho \vec{C} \cdot d\vec{A}$$

خالص مقدار حرکت خروجی
سیال از سطح کنترل

برآیند نیروهای وارد به
حجم کنترل

$$F_x = \int_{A_2} C_{x2} (\rho_2 C_{m2} dA_2) - \int_{A_1} C_{x1} (\rho_1 C_{m1} dA_1)$$

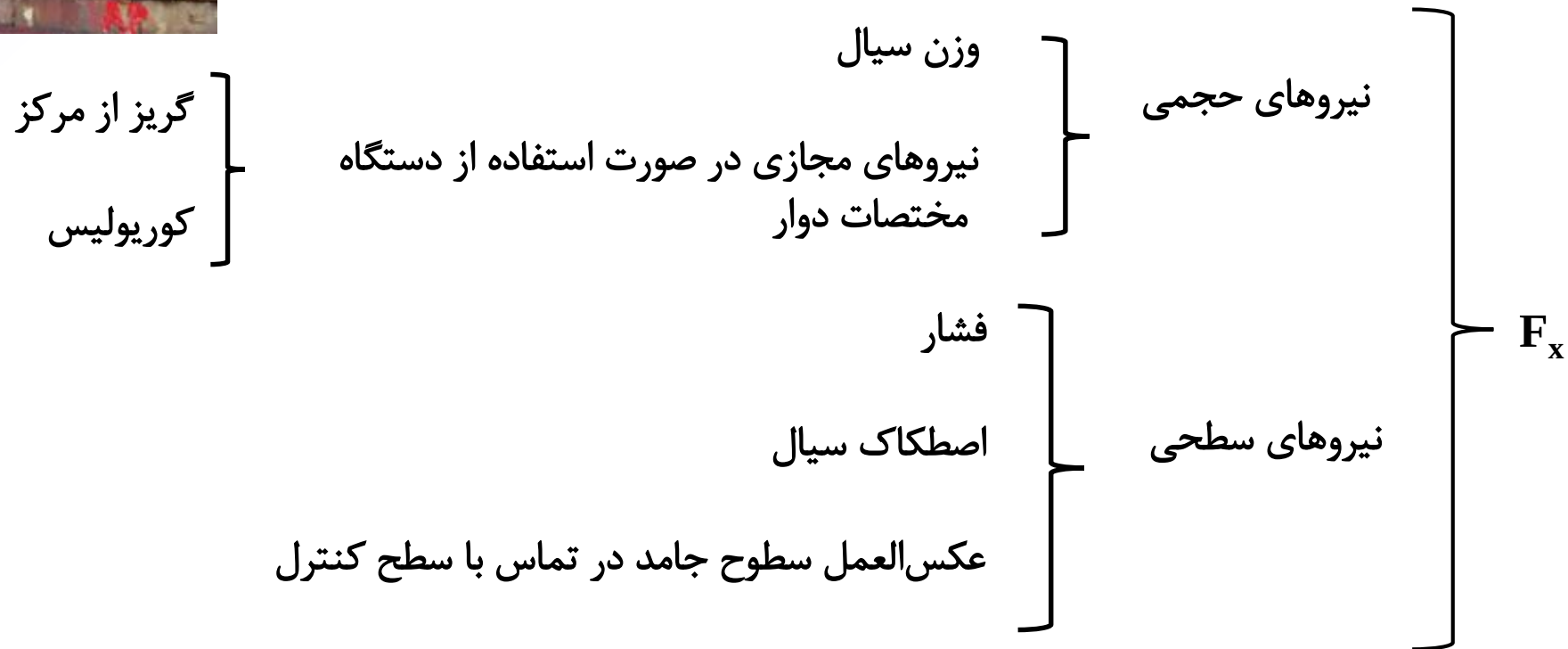
A_1 سطح ورودی و A_2 سطح خروجی می‌باشد.



معادله‌ی اندازه حرکت خطی

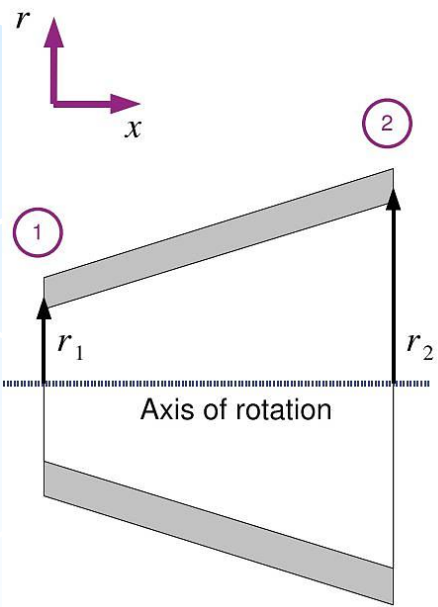
برای جریان یک بعدی (x جهت دلخواه می‌باشد) دائمی:

$$F_x = \dot{m} (C_{x2} - C_{x1}), \dot{m} = \rho_1 C_{m1} A_1 = \rho_2 C_{m2} A_2$$



اگر x در امتداد محور باشد، F_x بیانگر عکس‌العمل یاتاقان‌ها در ماشین‌های ساکن و نیروی رانش در ملخ هواپیما و پروانه کشتی است.

معادله‌ی اندازه حرکت زاویه‌ای-معادله‌ی اولر



$$\vec{R} \times \vec{F}_S + \int_{C.V.} \vec{R} \times \vec{g} \rho dV + \vec{T}_{shaft} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{C.V.} \vec{R} \times \vec{C} \rho dV + \int_{C.S.} \vec{R} \times \vec{C} (\rho \vec{C} \cdot d\vec{A})$$

معادله‌ی لنگر مقدار حرکت برای جریان دائمی:

$$M'' = \int_{C.S.} R C \cos \alpha (\rho \vec{C} \cdot d\vec{A})$$

گشتاور متبادله بین
چرخ و سیال

(در ماشین‌های توان گیر مثبت
در ماشین‌های توان ده منفی)

خالص مقدار حرکت زاویه‌ای
خروجی از چرخ

A_1 سطح ورودی و A_2 سطح خروجی:

$$M'' = \int_{A_2} R_2 C_2 \cos \alpha_2 (\rho_2 C_{m2} dA_2) - \int_{A_1} R_1 C_1 \cos \alpha_1 (\rho_1 C_{m1} dA_1)$$

معادله اصلی اولر برای توربوماشین‌ها

معادله‌ی اندازه حرکت زاویه‌ای-معادله‌ی اولر

قدرت متبادله بین چرخ و سیال P'' :

$$P'' = M'' \omega$$

همچنین داریم:

$$E'' = \frac{P''}{\dot{m}''}$$

در توربوماشین‌های با جریان تراکم‌پذیر از قدرت بر واحد جرم سیال استفاده می‌کنیم:

$$E'' = \frac{1}{\dot{m}''} \left[\int_{A_2} U_2 C_2 \cos \alpha_2 (\rho_2 C_{m2} dA_2) - \int_{A_1} U_1 C_1 \cos \alpha_1 (\rho_1 C_{m1} dA_1) \right]$$



معادله‌ی اندازه حرکت زاویه‌ای-معادله‌ی اولر

در توربوماشین‌های با جریان تراکم‌ناپذیر از قدرت بر واحد وزن سیال استفاده می‌کنیم:

$$H'' = \frac{P''}{\dot{m}'' g}$$

بنابراین:

$$H'' = \frac{1}{\dot{m}'' g} \left[\int_{A_2} U_2 C_2 \cos \alpha_2 (\rho_2 C_{m2} dA_2) - \int_{A_1} U_1 C_1 \cos \alpha_1 (\rho_1 C_{m1} dA_1) \right]$$

ابعاد کمیت فوق طول [m] بوده و H'' ارتفاع اولر نامیده می‌شود.

در پمپ‌ها: H'' ارتفاع انرژی (هد اویلری)

در توربین‌ها: H'' ارتفاع موثر





معادله‌ی اندازه حرکت زاویه‌ای-معادله‌ی اولر

معادلات گذشته برای جریان یک بعدی:

$$M'' = \dot{m}'' (R_2 C_2 \cos\alpha_2 - R_1 C_1 \cos\alpha_1)$$

$$P'' = \dot{m}'' (U_2 C_2 \cos\alpha_2 - U_1 C_1 \cos\alpha_1)$$

$$E'' = U_2 C_2 \cos\alpha_2 - U_1 C_1 \cos\alpha_1$$

$$H'' = \frac{1}{g} (U_2 C_2 \cos\alpha_2 - U_1 C_1 \cos\alpha_1)$$

نتیجه آن که کل تبادل انرژی ناشی از اختلاف کمیت UC_u در ورود و خروج چرخ است.

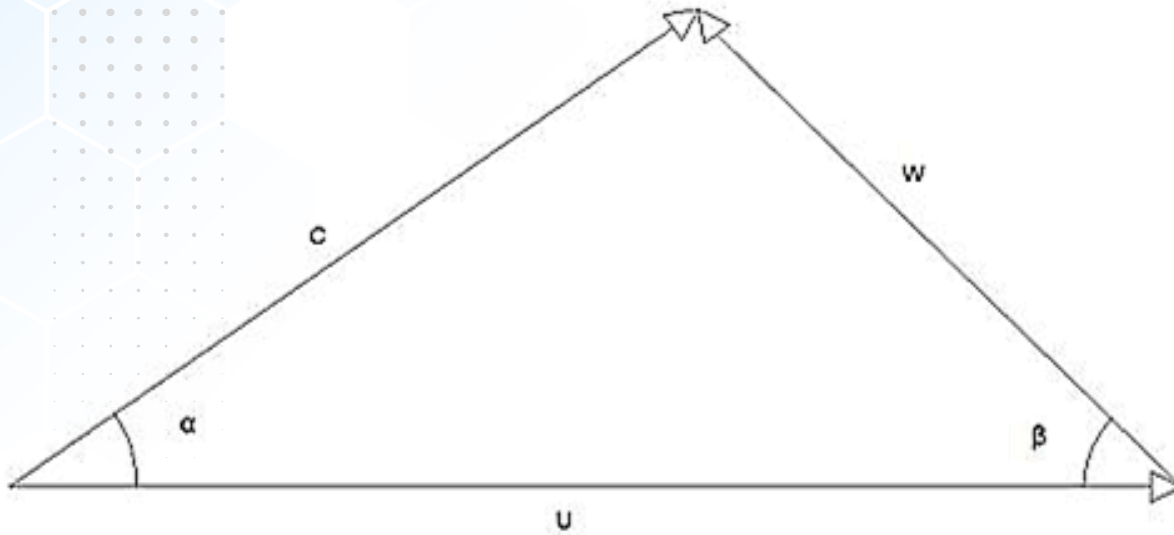
✓ معمولاً در طراحی پمپ‌ها، $\alpha_1 = 90^\circ$ انتخاب می‌شود تا ترم دوم سمت راست معادله هد صفر شده و در نتیجه هد پمپ افزایش یابد.



معادله‌ی اندازه حرکت زاویه‌ای-معادله‌ی اولر

با استفاده از قانون کسینوس‌ها در مثلث سرعت‌ها:

$$UC \cos \alpha = \frac{1}{2}(U^2 + C^2 - W^2)$$



با جایگذاری در معادلات قبل داریم:

$$E'' = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2}$$

$$H'' = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2g}$$



تبادل انرژی ناشی از تغییر انرژی
جنبشی سیال در چرخ

تغییر انرژی استاتیک سیال

$$E'' = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2}$$

$$H'' = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2g}$$

ارتفاع دینامیک

ارتفاع پتانسیل

ارتفاع اوایلر



معادله‌ی اندازه حرکت زاویه‌ای-معادله‌ی اولر

در توربوماشین‌های محوری با توجه به $U_1 = U_2 = U$ داریم:

$$E'' = U (C_{u2} - C_{u1})$$

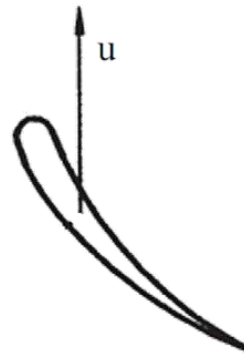
$$H'' = \frac{U}{g} (C_{u2} - C_{u1})$$

$$H'' = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2g}$$

همانطور که ملاحظه می‌گردد به علت فقدان نیروی گریز از مرکز در مقایسه با چرخ‌های سانتریفیوژ، ارتفاع مانومتریک تولیدی در چرخ‌های محوری کمتر است.



مناسب برای تولید فشار کم و دبی زیاد

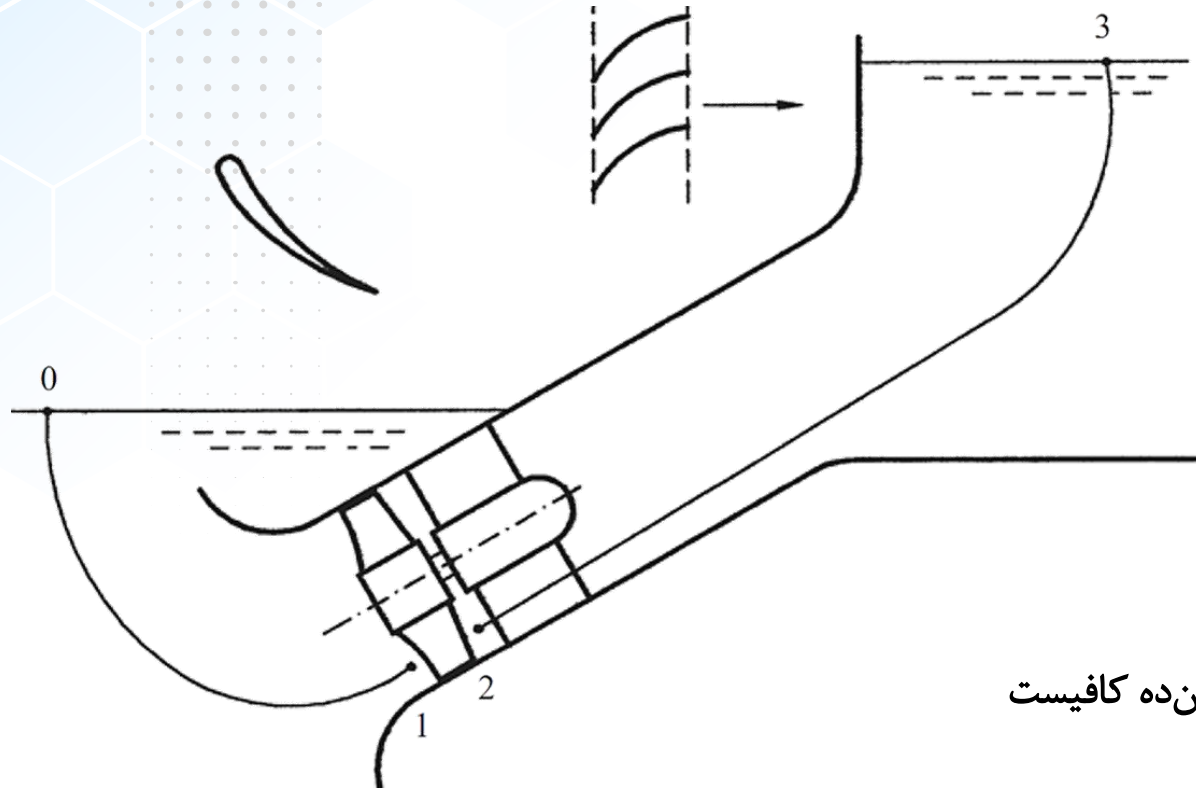


rotor



diffuser

معادله‌ی اندازه حرکت زاویه‌ای-معادله‌ی اولر



معادله اولر فقط به سرعت جریان می‌پردازد.



برای جریان تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر یکسان خواهد بود.

کلیه معادلات برای ماشین‌های توانگیر بوده و برای ماشین‌های توان‌ده کافیست جای اندیس‌ها عوض شود.

$$E'' = U_1 C_{u1} - U_2 C_{u2}$$

$$H'' = \frac{1}{g} (U_1 C_{u1} - U_2 C_{u2})$$



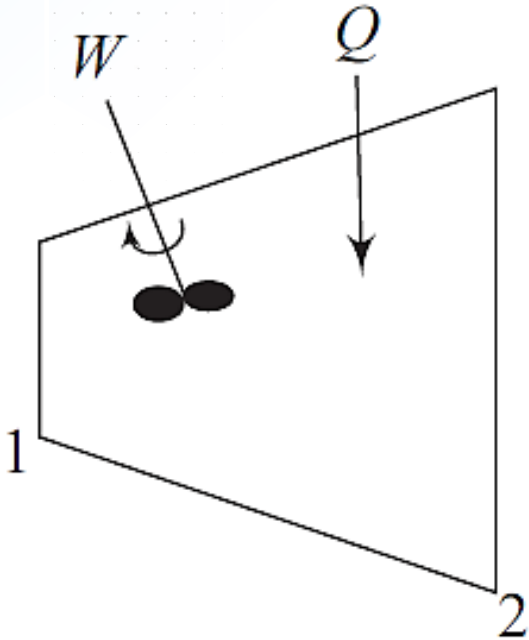
$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{C.V.} \left(u + \frac{C^2}{2} + gZ \right) \rho dV + \int_{C.S.} \left(u + pv + \frac{C^2}{2} + gZ \right) (\rho \vec{C} \cdot d\vec{A})$$

❖ قانون اول ترمودینامیک برای جریان دائمی:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \int_{C.S.} \left(h + \frac{C^2}{2} + gZ \right) (\rho \vec{C} \cdot d\vec{A})$$

با استفاده از اندیس ۱ برای ورودی و اندیس ۲ برای خروجی داریم:

$$\dot{Q} + \int_{A_1} \left(h_1 + \frac{C_1^2}{2} + gZ_1 \right) (\rho_1 C_{m1} dA_1) = \dot{W} + \int_{A_2} \left(h_2 + \frac{C_2^2}{2} + gZ_2 \right) (\rho_2 C_{m2} dA_2)$$



اصل بقای انرژی (قانون اول ترمودینامیک)

❖ با فرض جریان یک بعدی در ورودی و خروجی و تقسیم طرفین به $\dot{m}$ داریم:

$$\dot{m} = \frac{dm}{dt} = \rho_1 C_{m1} A_1 = \rho_2 C_{m2} A_2$$

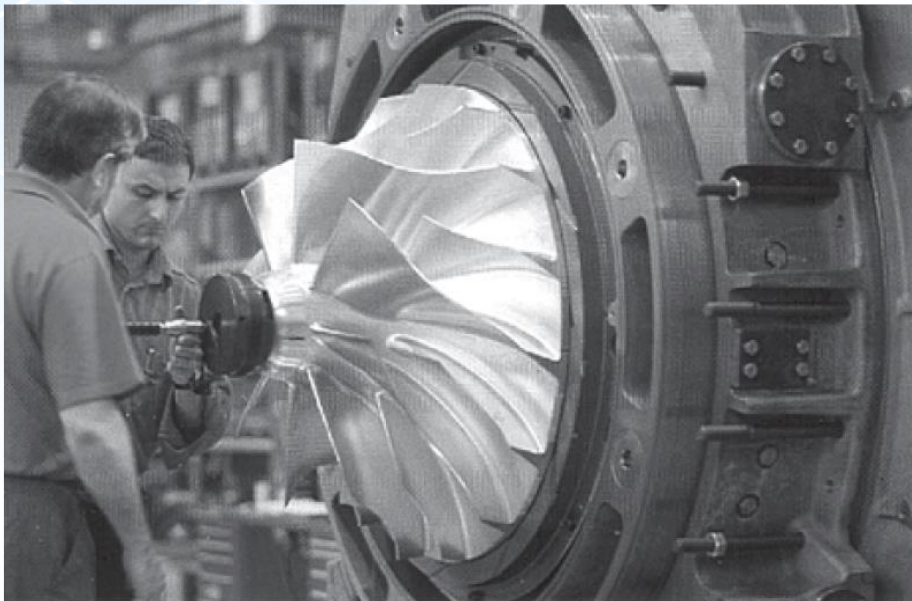
$$\frac{dQ}{dm} + \left(h_1 + \frac{C_1^2}{2} + gZ_1 \right) = \frac{dW}{dm} + \left(h_2 + \frac{C_2^2}{2} + gZ_2 \right)$$

حرارت ورودی به ماشین بر
واحد جرم سیال عبوری

کار مکانیکی خروجی از ماشین بر
واحد جرم سیال عبوری (در واقع
همان E'' است)

عمومی ترین صورت اصل بقای انرژی برای کاربرد در تئوری توربوماشینها

اصل بقای انرژی (قانون اول ترمودینامیک)



❖ ۱- معادله‌ی انرژی برای توربوماشین‌های با جریان تراکم‌پذیر

با صرف نظر کردن از تغییر ارتفاع در این ماشین‌ها و باز نویسی معادله‌ی عمومی اصل بقای انرژی داریم:

$$-\dot{W} = \dot{Q} + \dot{m} \left[(h_2 - h_1) + \left(\frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} \right) \right]$$

با تعریف آنتالپی سکون می‌توان نوشت:

$$-\dot{W} = \dot{Q} + \dot{m}(h_{02} - h_{01}), \quad h_0 = h + \frac{c^2}{2}$$

اصل بقای انرژی (قانون اول ترمودینامیک)

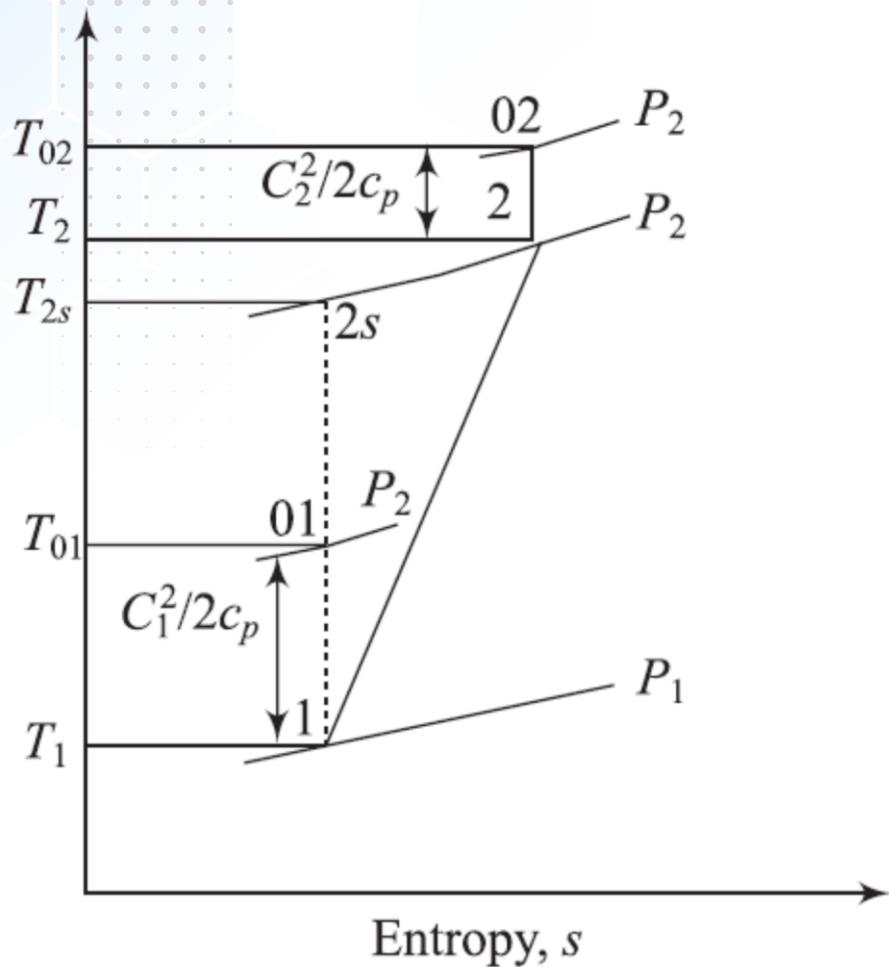
❖ ۱- معادله‌ی انرژی برای توربوماشین‌های با جریان تراکم‌پذیر

با فرض تحول آدیاباتیک در ماشین:

$$-\dot{W} = \dot{m}(h_{02} - h_{01})$$

و با فرض سیال عبوری به صورت گاز کامل:

$$-\dot{W} = \dot{m} C_p (T_{02} - T_{01})$$



اصل بقای انرژی (قانون اول ترمودینامیک)

❖ ۲- معادله انرژی برای توربوماشین‌های با جریان تراکم‌ناپذیر

با تعریف آنتالپی به صورت:

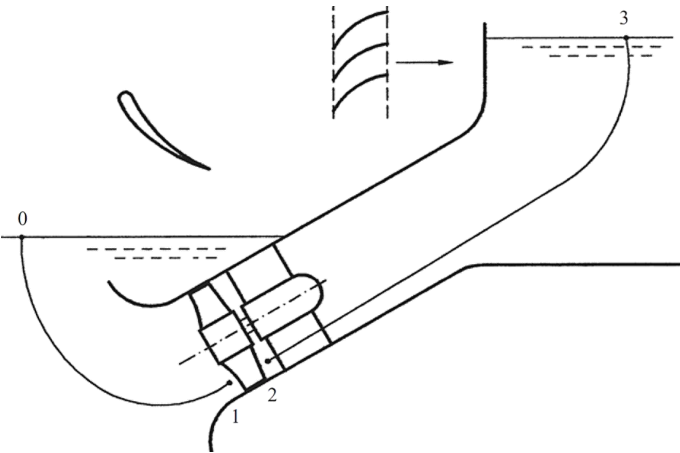
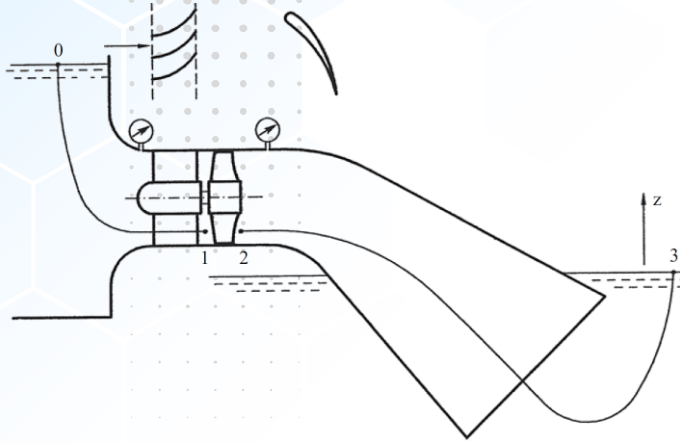
$$h = u + \frac{P}{\rho}$$

معادله عمومی اصل بقای انرژی به صورت زیر در می‌آید:

$$-\frac{dW}{dm} + \left[u_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{C_1^2}{2} + gZ_1 \right] = \frac{dQ}{dm} + \left[u_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{C_2^2}{2} + gZ_2 \right]$$

و یا:

$$-\frac{dW}{dm} = \left[\left(\frac{P_2}{\rho} - \frac{P_1}{\rho} \right) + \left(\frac{C_2^2}{2} - \frac{C_1^2}{2} \right) + g(Z_2 - Z_1) \right] + \underbrace{\left[(u_2 - u_1) - \frac{dQ}{dm} \right]}_{h_L}$$





اصل بقای انرژی (قانون اول ترمودینامیک)

❖ ۲- معادله انرژی برای توربوماشین‌های با جریان تراکم‌ناپذیر

استفاده از انرژی بر واحد وزن سیال عبوری در جریان تراکم‌ناپذیر:

$$\underbrace{-\frac{dW}{g \, dm}}_{\text{انرژی مبادله شده بر واحد وزن سیال عبوری}} = \left(\frac{P_2 - P_1}{\gamma} \right) + \left(\frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} \right) + (Z_2 - Z_1) + \underbrace{\frac{h_L}{g \, \tau}}_{\text{اتلاف انرژی به صورت کاهش فشار موسوم به افت فشار یا تلفات هیدرولیکی}}$$

انرژی مبادله شده بر واحد
وزن سیال عبوری



ارتفاع اولر H''

اتلاف انرژی به صورت
کاهش فشار موسوم به افت
فشار یا
تلفات هیدرولیکی τ



اصل بقای انرژی (قانون اول ترمودینامیک)

❖ ۲- معادله انرژی برای توربوماشین‌های با جریان تراکم‌ناپذیر در سایر قسمت‌های ماشین

معادله انرژی برای هدایت کننده یا نازل:

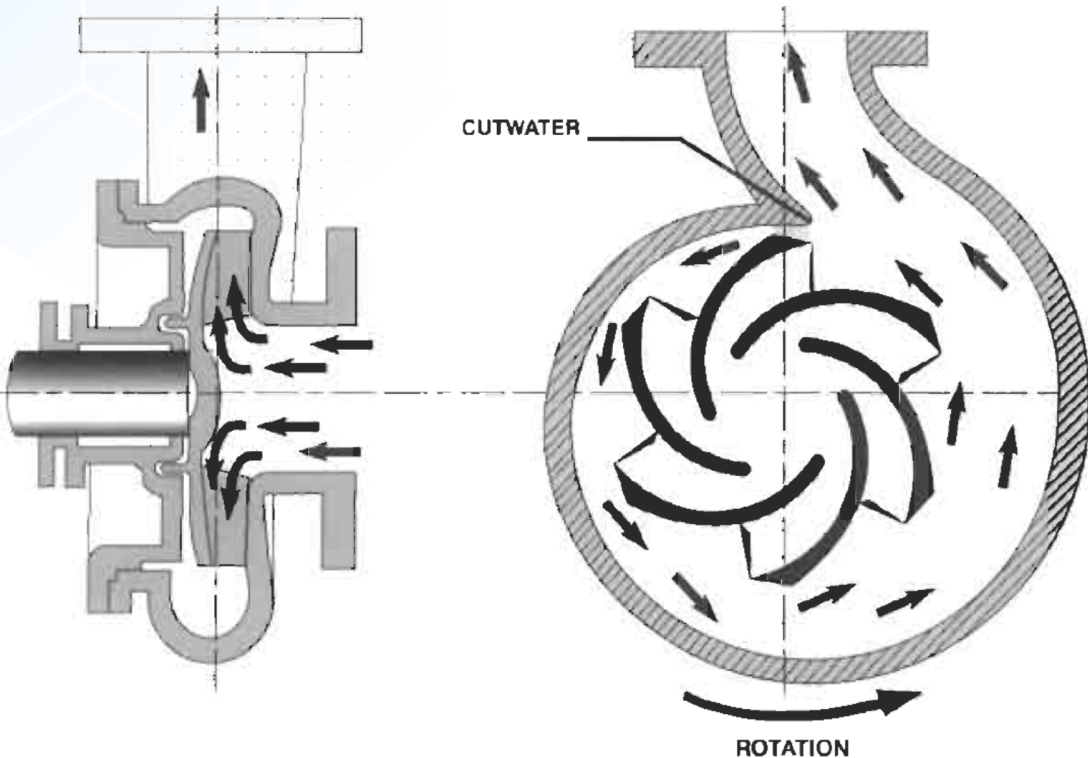
$$\frac{P_0}{\gamma} + \frac{C_0^2}{2g} + Z_0 = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{C_1^2}{2g} + Z_1 + \tau_{0-1}$$

معادله انرژی برای چرخ:

$$H'' + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{C_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{C_2^2}{2g} + Z_2 + \tau_{1-2}$$

معادله انرژی برای دیفیوزر و جمع کننده:

$$\frac{P_2}{\gamma} + \frac{C_2^2}{2g} + Z_2 = \frac{P_3}{\gamma} + \frac{C_3^2}{2g} + Z_3 + \tau_{2-3}$$



اصل بقای انرژی (قانون اول ترمودینامیک)

❖ ۲- معادله‌ی انرژی برای توربوماشین‌های با جریان تراکم‌ناپذیر (معادله انرژی برای کل پمپ) از جمع معادلات داریم:

کلیه تلفات هیدرولیکی در تمام قسمت‌های ماشین

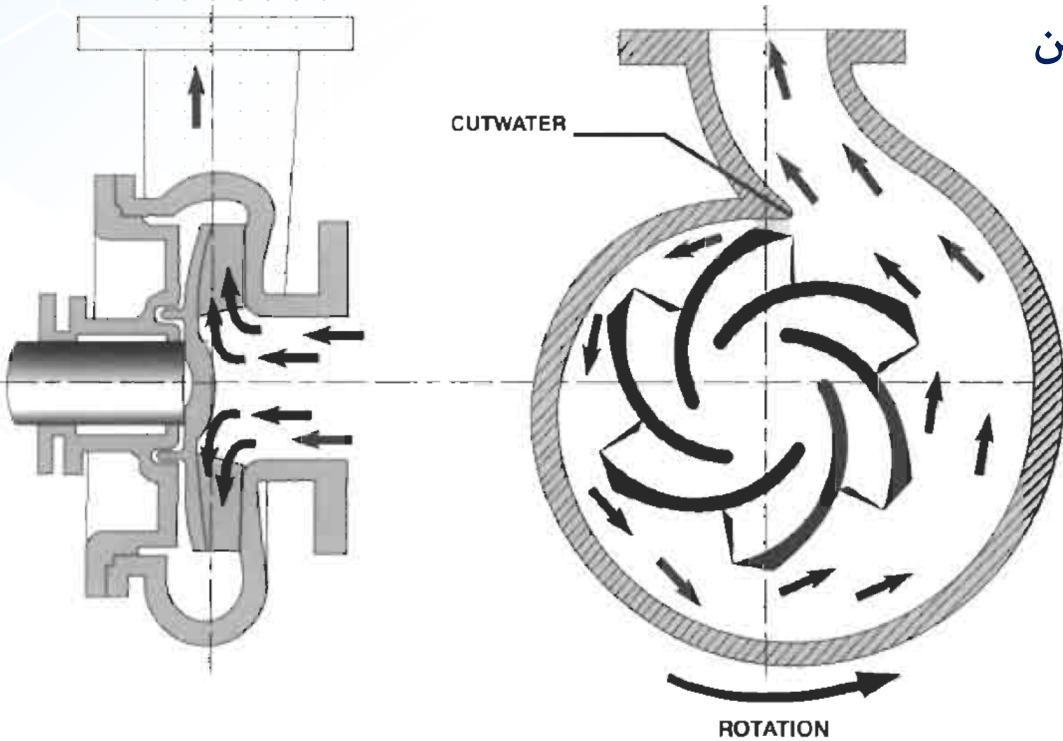
$$\tau_{0-3} = \tau_{0-1} + \tau_{1-2} + \tau_{2-3}$$

$$H'' = \left[\frac{P_3 - P_0}{\gamma} + \frac{C_3^2 - C_0^2}{2g} + (Z_3 - Z_0) \right] + \tau_{0-3}$$



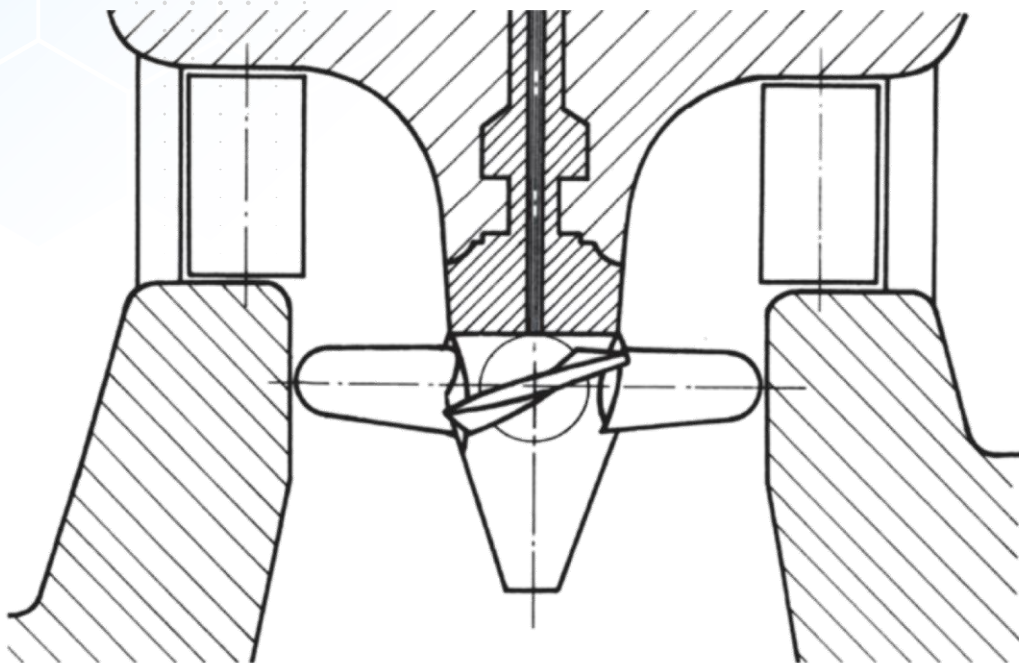
$$H'' = H + \tau_{0-3} \quad \text{هد پمپ}$$

H ارتفاع مفید در پمپ‌ها (ارتفاع مانومتریک قابل اندازه‌گیری می‌باشد).



اصل بقای انرژی (قانون اول ترمودینامیک)

❖ ۲- معادله‌ی انرژی برای توربوماشین‌های با جریان تراکم‌ناپذیر در توربین‌های آبی



$$H'' = \frac{P_0 - P_3}{\gamma} + \frac{C_0^2 - C_3^2}{2g} + (Z_0 - Z_3) - \tau_{0-3}$$

$$H = \frac{P_0 - P_3}{\gamma} + \frac{C_0^2 - C_3^2}{2g} + (Z_0 - Z_3)$$

$$H'' = H - \tau_{0-3}$$

H ارتفاع مفید در توربین‌ها (ارتفاع خالص یا ارتفاع موثر)



معادله انرژی در حرکت نسبی

❖ ۱- جریان تراکم پذیر

با توجه به معادله اولر به صورت:

$$E'' = U_2 C_{u2} - U_1 C_{u1}$$

و معادله انرژی به صورت:

$$E'' = h_{02} - h_{01}$$

می توان نوشت:

$$h_{02} - U_2 C_{u2} = h_{01} - U_1 C_{u1}$$

نتیجه می شود کمیت روتالپی $I = h_0 - UC_u = h + \frac{C^2}{2} - UC_u$ در حرکت نسبی داخل چرخ ثابت می ماند.

rothalpy = rotation + enthalpy



❖ ۱- جریان تراکم‌پذیر

با توجه به مثلث سرعت‌ها داریم:

$$UC_u = \frac{1}{2} (U^2 + C^2 - W^2)$$

با جایگذاری در معادله روتالپی خواهیم داشت:

$$I = h_0 - UC_u = h + \frac{C^2}{2} - UC_u = h + \frac{W^2}{2} - \frac{U^2}{2} = \text{cte}$$

با صرف‌نظر از انتقال حرارت بین دو نقطه دلخواه **a** و **b** از جریان حول چرخ دوار می‌توان نوشت:

$$h_a + \frac{W_a^2}{2} - \frac{U_a^2}{2} = h_b + \frac{W_b^2}{2} - \frac{U_b^2}{2}$$



معادله انرژی در حرکت نسبی

❖ ۲- جریان تراکم‌ناپذیر

با توجه به معادله اولر به صورت:

$$H'' = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2g}$$

و معادله انرژی به صورت:

$$H'' = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} + (Z_2 - Z_1) + \tau_{1-2}$$

می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{W_1^2}{2g} - \frac{U_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{W_2^2}{2g} - \frac{U_2^2}{2g} + Z_2 + \tau_{1-2}$$

معادله انرژی در حرکت نسبی
(دستگاه متحرک)

معادله‌ی انرژی در حرکت نسبی

❖ ۲- جریان تراکم‌ناپذیر

اگر از اختلاف ارتفاع و تلفات صرف‌نظر کنیم:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{W_1^2}{2g} - \frac{U_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{W_2^2}{2g} - \frac{U_2^2}{2g}$$

در یک جریان اتمسفریک که $P_1 = P_2$ داریم:

$$W_1^2 - U_1^2 = W_2^2 - U_2^2$$

پر کاربرد در توربین‌های ضربه‌ای
(توربین پلتون)

قانون دوم ترمودینامیک

❖ بیان قانون دوم ترمودینامیک برای بیان تحول بین حالات ۱ و ۲:

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \leq s_2 - s_1$$

حالت مساوی بیان گر برگشت پذیری سیستم است.
اصطکاک و انتقال حرارت از عوامل برگشتناپذیری هستند.

در یک فرآیند آدیاباتیکی داریم:

$$\delta Q = 0, \quad s_2 - s_1 \geq 0$$

و اگر هم آدیاباتیکی باشد و هم برگشت پذیر:

$$s_2 = s_1 \quad \rightarrow \quad \text{فرآیند آیزنتروپیک}$$



توضیحاتی در مورد تئوری یک بعدی (فرض جریان یکنواخت)

❖ مهم‌ترین فرض در ساده‌سازی روابط:

- ✓ انحراف مسلم از جریان واقعی
 - ✓ نیازمند ضرایب تصحیح برای نیل به مقدار حقیقی
 - ✓ برای کمیت‌های عددی با توان اول موجود در زیر انتگرال استفاده از میانگین حسابی روی مقطع عبور سیال مناسب است. فشار، چگالی، آنتالپی، سرعت عمود بر سطح و ... چنین هستند.
 - ✓ استفاده از ضریب تصحیح مقدار حرکت (ضریب بوزینسک) و ضریب تصحیح انرژی جنبشی (ضریب کوریولیس) برای اصلاح سرعت در معادله‌ی مقدار حرکت خطی و انرژی به صورت زیر:
- (سرعت در معادله حرکت خطی با توان دوم و در معادله انرژی با توان سوم در زیر علامت انتگرال ظاهر شده است).

$$\beta = \frac{\int_A V \rho V dA}{\rho \bar{V}^2 A} \qquad \alpha = \frac{\int_A \frac{V^2}{2} \rho V dA}{\rho \frac{\bar{V}^3}{2} A}$$

در معادله اولر علاوه بر سرعت، امتداد آن نیز تغییر نموده و شعاع خط جریان هم در معادلات دخالت دارد. تصحیح معادله اولر و روابط منتج از تئوری یک بعدی در آینده بحث می‌شود.



سپاس از توجه شما

بسم الله الرحمن الرحيم

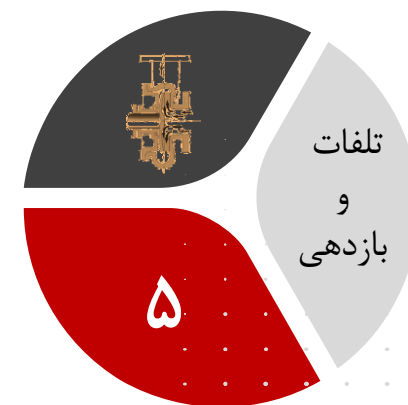
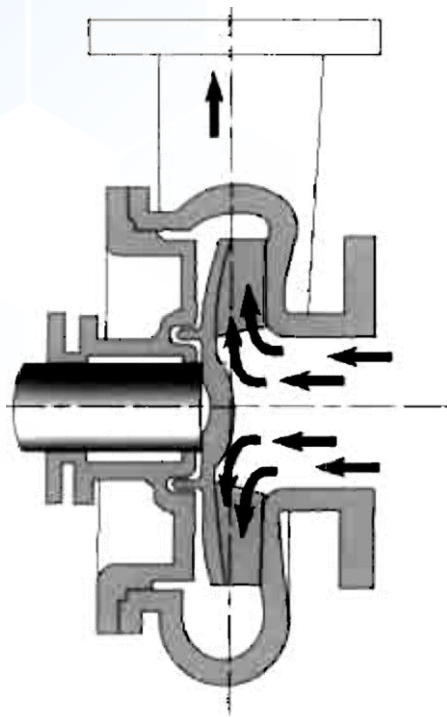
توربوماشین‌ها



محمدصادق کریمی

گروه تبدیل انرژی، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شریف

پاییز ۱۴۰۴



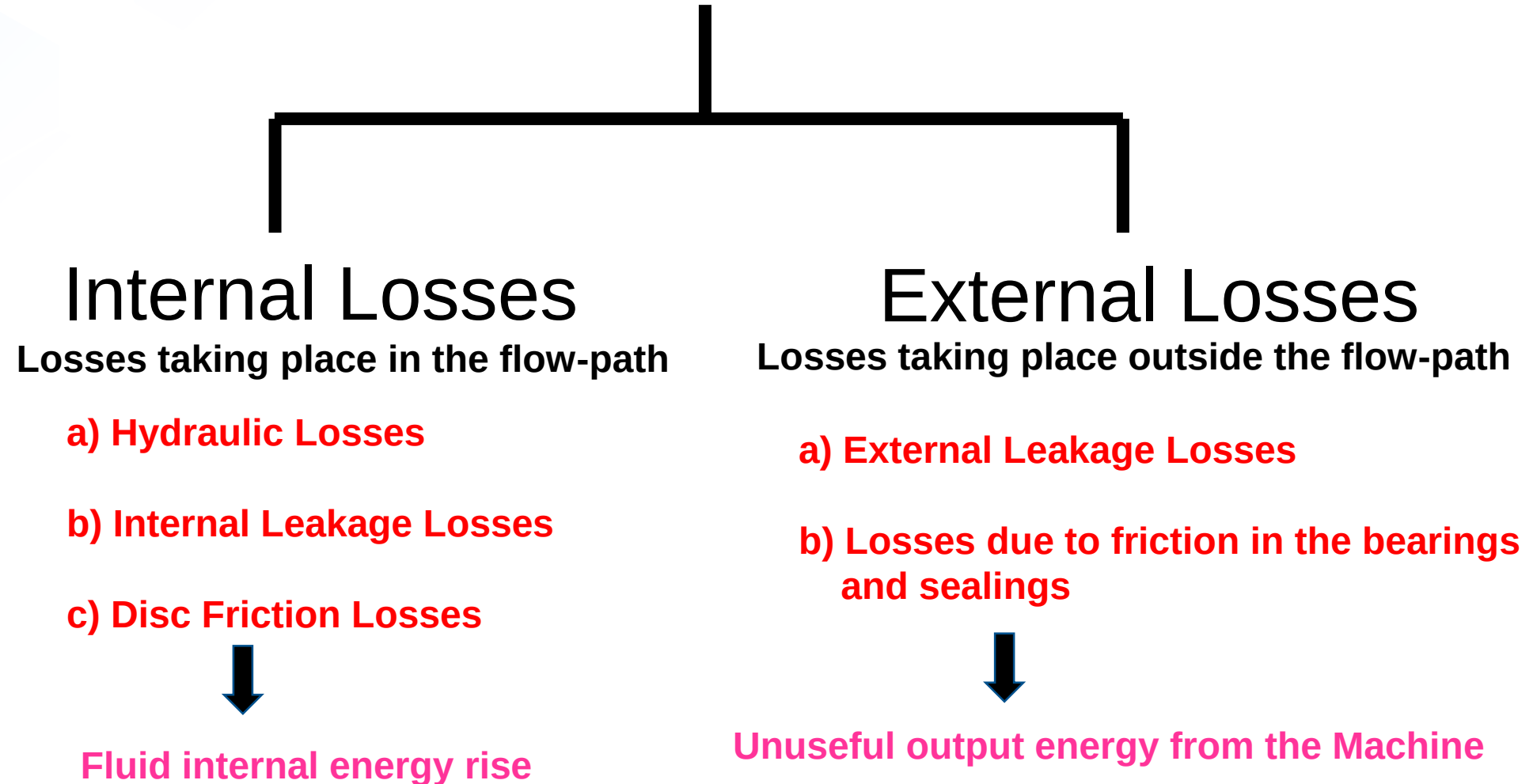
انواع تلفات، تلفات داخلی و خارجی، انواع بازدهی، بیلان انرژی برای توربوماشین‌های توان‌گیر و توان‌ده

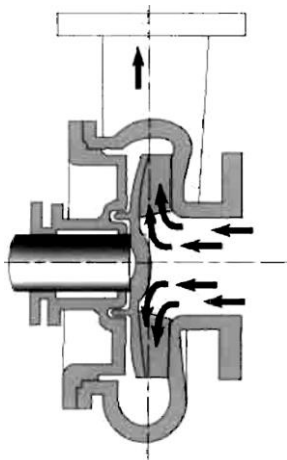
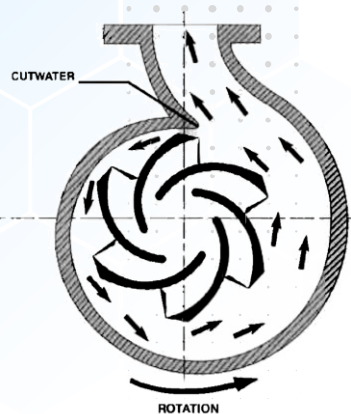
۱-۵





Losses in Turbomachines





۱- تلفات هیدرولیکی (Hydraulic Losses):

- ❖ افت فشار ناشی از اصطکاک، تشکیل گردابه‌ها به دلیل تغییر مسیر سیال، و عدم موازی بودن خطوط جریان با پره‌ها و جدایی لایه مرزی
- ❖ عدم امکان برآورد دقیق این تلفات به علت پیچیدگی جریان در بین پره‌ها و وجود لایه مرزی
- ❖ تلفات ناشی از ایجاد شوک به دلیل مناسب نبودن امتداد جریان در ورود به کانال بین پره‌ها Shock Loss

تلفات داخلی
(Internal Losses)

۲- تلفات نشتی داخلی (Internal Leakages Losses):

- ❖ ناشی از درز اجباری بین اجزای دوار و ساکن ماشین

۳- تلفات دیواره‌ها (Disk Friction Losses):

- ❖ تلفات ناشی از اصطکاک سطوح خارجی چرخ با سیال چسبیده به پوسته‌ی ساکن





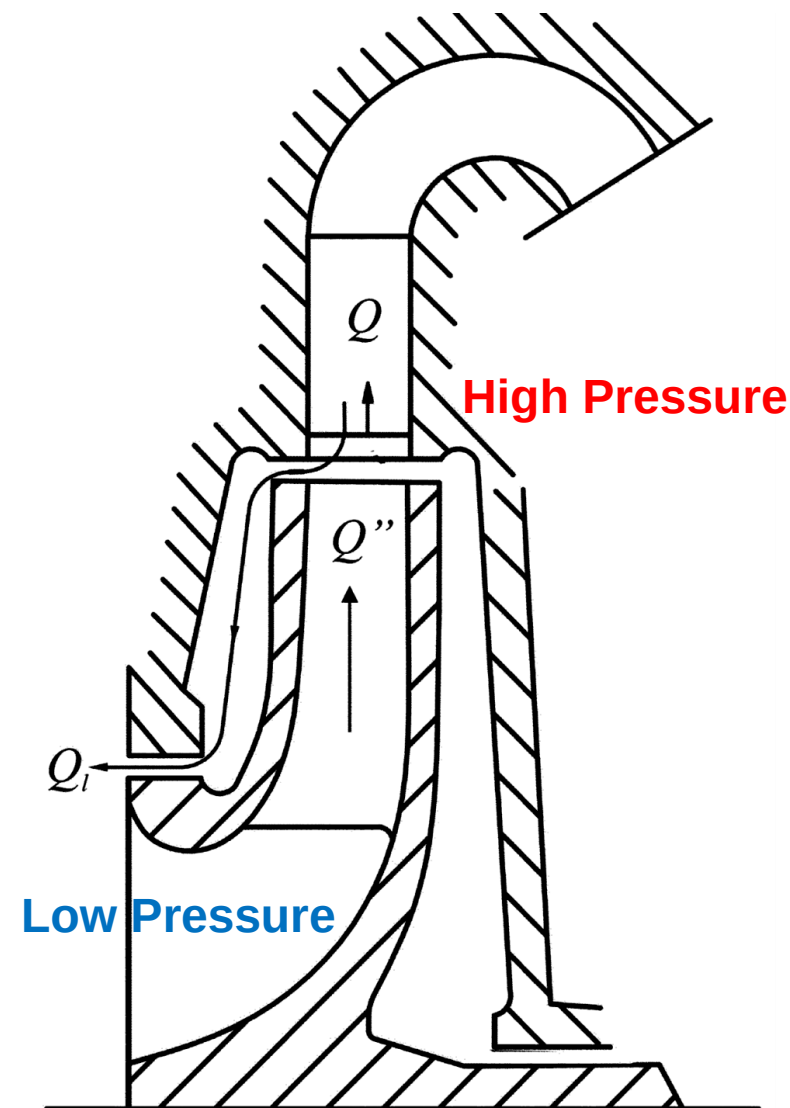
$$Q = Q'' - Q_L$$

دبی ناشی داخلی

دبی عبوری از چرخ

دبی مفید خروجی از ماشین توان گیر

در ماشین‌های توان گیر فشار در خروجی بیشتر از ورودی بوده و در نتیجه بخشی از سیال به ورودی چرخ نفوذ (نشت) می‌کند. بخشی از قدرت چرخ صرف به جریان درآوردن دبی ناشی شده و به آن تلفات ناشی می‌گویند.



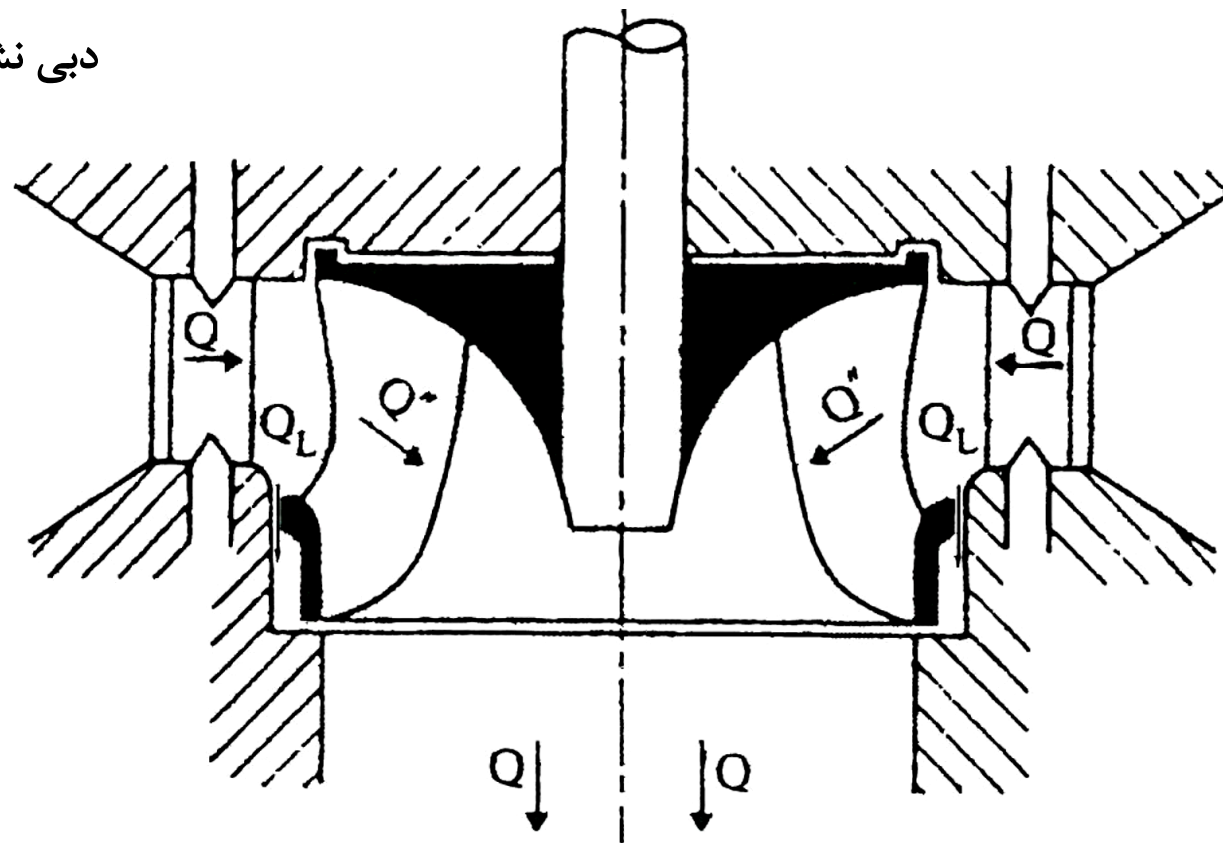
$$Q = Q'' + Q_L$$

دبی ناشی داخلی

دبی عبوری از چرخ

دبی ورودی به ماشین توان ده

قسمتی از دبی ورودی از درز چرخ با پوسته ماشین عبور می‌کند.

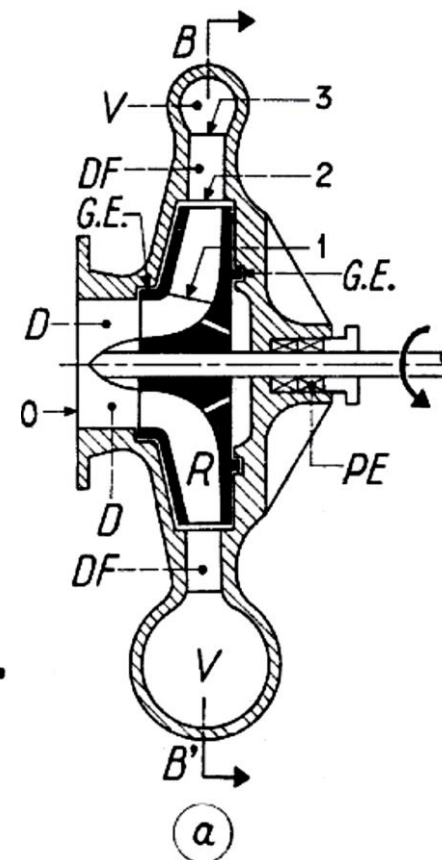
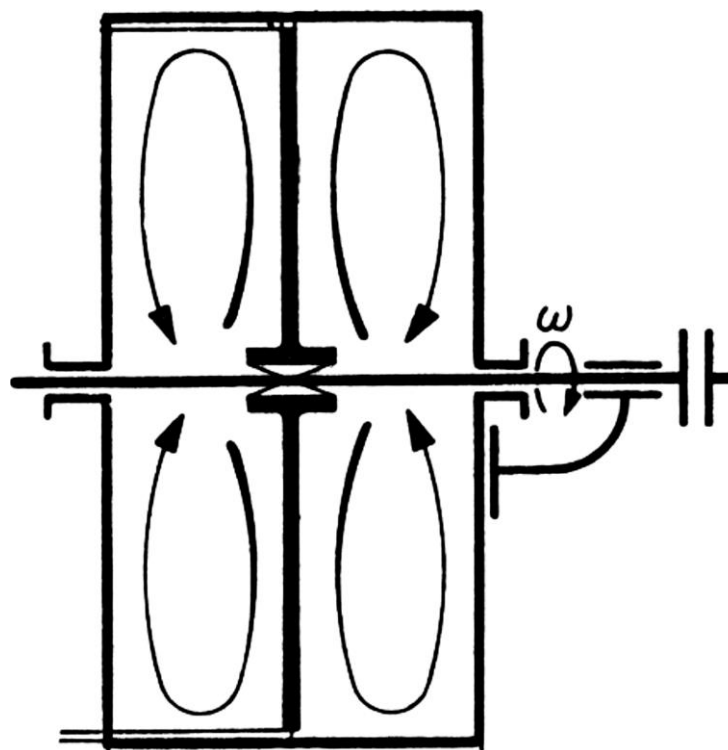
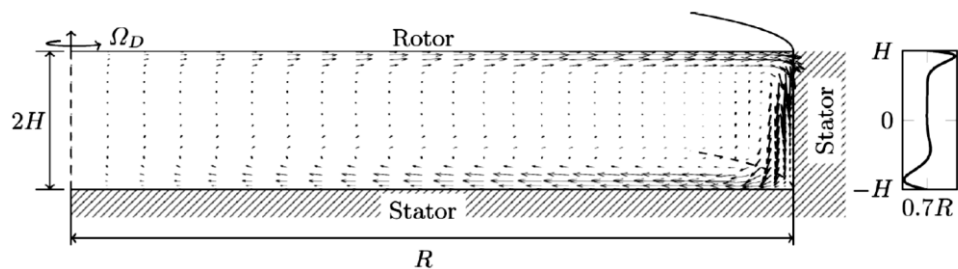


$$P' = P'' + P_D$$

تلفات دیواره‌ها

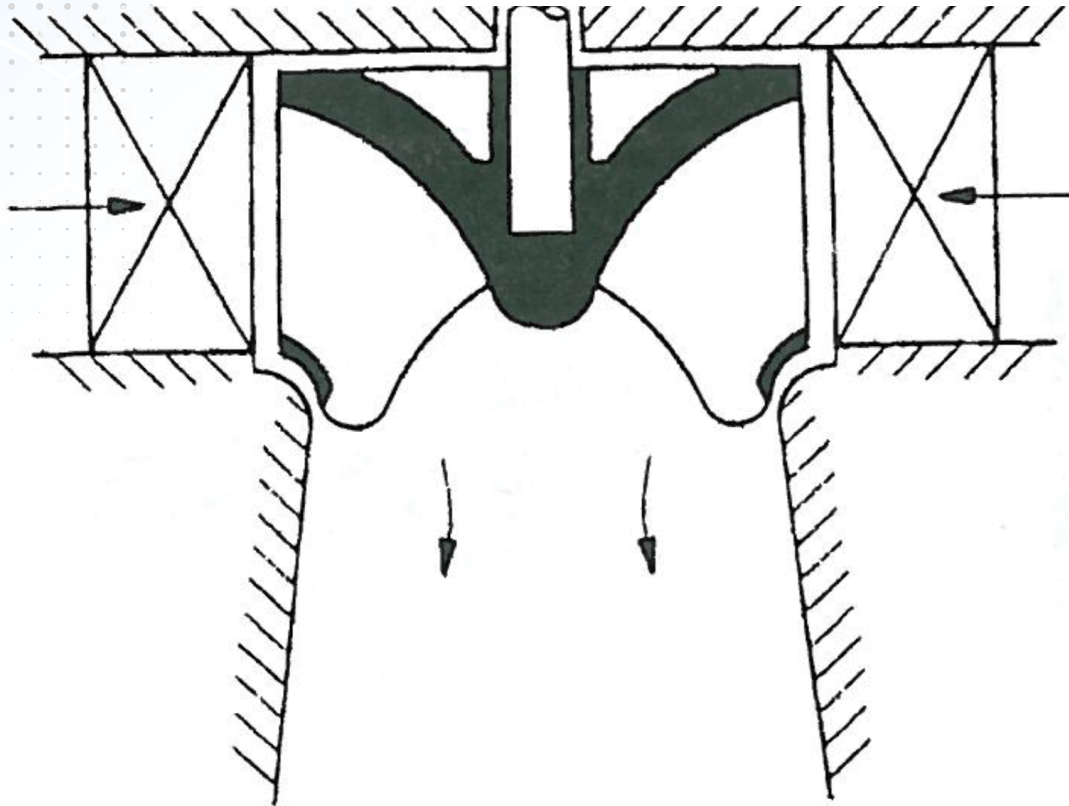
قدرت رسیده به سیال

قدرت تحویلی به ماشین توان گیر
(قدرت داخلی)





تلفات دیواره‌ها (ماشین توان ده)



$$P' = P'' - P_D$$

تلفات دیواره‌ها

قدرت سیال

قدرت دریافتی از ماشین توان ده



بازده داخلی شامل بازده‌های جزیی (توربوماشین‌های توان‌گیر)

$$\eta_i = \frac{P}{P'} = \frac{\text{قدرت مفیدی که سیال در عبور از ماشین کسب کرده}}{\text{قدرت روی محور}} = \text{بازده داخلی ماشین‌های توان‌گیر}$$

$$H = \left[\frac{P_3 - P_0}{\gamma} + \frac{C_3^2 - C_0^2}{2g} + (Z_3 - Z_0) \right]$$

$$P = \gamma Q H \quad \text{قدرت مفید} = \text{ارتفاع مفید} \times \text{دبی وزنی خروجی ماشین}$$

$$P' = P'' + P_D \quad \Rightarrow \quad \eta_i = \frac{\gamma Q H}{P'' + P_D} \quad \Rightarrow \quad \eta_i = \frac{\gamma Q H}{\gamma Q'' H'' + P_D} = \frac{H}{H''} \cdot \frac{Q}{Q''} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{P_D}{P''} \right)}$$

$\swarrow$ η_h $\downarrow$ η_v $\downarrow$ η_D

$$P'' = \gamma Q'' H''$$





بازده داخلی شامل بازده‌های جزئی (توربوماشین‌های توان‌گیر)

الف- بازده هیدرولیکی

$$\eta_h = \frac{H}{H''} = 1 - \frac{\tau_{0-3}}{H''} \quad H'' = H + \tau_{0-3}$$

ب- بازده نشتی داخلی

$$\eta_v = \frac{Q}{Q''} = 1 - \frac{Q_L}{Q''} \quad Q = Q'' - Q_L$$

ج- بازده دیواره‌ها

$$\eta_D = \frac{1}{1 + (P_D/P'')} = 1 - \frac{P_D}{P'} \quad P' = P'' + P_D$$

$$\eta_i = \eta_h \eta_v \eta_D$$





بازده داخلی شامل بازده‌های جزئی (توربوماشین‌های توان‌ده)

$$\eta_i = \frac{P'}{P} = \frac{\text{قدرت روی محور}}{\text{قدرت مفیدی که سیال در عبور از ماشین از دست داده}} = \text{بازده داخلی ماشین‌های توان‌ده}$$

$$P = \gamma Q H \quad \text{قدرت مفید} = \text{ارتفاع مفید} \times \text{دبی وزنی ورودی به ماشین}$$

$$P' = P'' - P_D \quad \Rightarrow \quad \eta_i = \frac{P'' - P_D}{\gamma Q H}$$

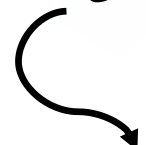
$$P'' = \gamma Q'' H'' \quad \Rightarrow \quad \eta_i = \frac{\gamma Q'' H'' - P_D}{\gamma Q H} = \underbrace{\frac{H''}{H}}_{\eta_h} \cdot \underbrace{\frac{Q''}{Q}}_{\eta_v} \cdot \underbrace{\frac{1 - (P_D/P'')}{1}}_{\eta_D}$$





تلفات خارجی

قسمتی از سیال که از بین محور و پوسته‌ی ماشین به خارج نفوذ می‌کند.



$$Q + Q_0 = \text{دبی کل ورودی یک ماشین توان گیر}$$

$$Q - Q_0 = \text{دبی کل خروجی یک ماشین توان ده}$$

تلفات نشتی خارجی

تلفات خارجی

قدرت کل ورودی یک ماشین توان گیر:

$$P_e = \left(\frac{Q + Q_0}{Q} \right) P' + P_m$$

تلفات مکانیکی

قدرت مفید گرفته شده یک ماشین توان ده

$$P_e = \left(\frac{Q - Q_0}{Q} \right) P' - P_m$$

تلفات مکانیکی شامل مجموع تلفات ناشی از اصطکاک مکانیکی در یاتاقان‌ها، کاسه نمدها، واشرهای آب‌بندی بین پوسته و محور و ...





۱- ماشین‌های توان‌گیر

$$\eta = \frac{P}{P_e} = \frac{\text{قدرت مفید}}{\text{قدرت خارجی}} = \text{بازده کل}$$

$$P_e = \left(\frac{Q + Q_0}{Q} \right) P' + P_m, \quad P = \gamma Q H$$

$$\eta = \frac{\gamma Q H}{\left(\frac{Q + Q_0}{Q} P' + P_m \right)} = \frac{P}{P'} \cdot \frac{Q}{Q + Q_0} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{Q}{Q + Q_0} \cdot \frac{P_m}{P'} \right)}$$

$\eta = \eta_i \eta_{Q_0} \eta_m$

بازده داخلی η_i تلفات ناشی خارجی η_{Q_0} تلفات مکانیکی η_m





بازده کل و بازدهای جزئی خارجی

۲- ماشین‌های توان‌ده

$$\eta = \frac{P_e}{P} = \frac{\text{قدرت مفید تولیدی ماشین}}{\text{قدرتی که سیال از دست داده است}}$$

$$P_e = \left(\frac{Q - Q_0}{Q} \right) P' - P_m, \quad P = \gamma Q H$$

$$\eta = \frac{\left(\frac{Q - Q_0}{Q} P' - P_m \right)}{\gamma Q H} = \frac{P'}{P} \cdot \frac{Q - Q_0}{Q} \cdot \underbrace{\left(1 - \frac{Q}{Q - Q_0} \cdot \frac{P_m}{P'} \right)}_{\text{تلفات مکانیکی}}$$

$$\eta = \eta_i \eta_{Q_0} \eta_m$$

η_i ← بازده داخلی
 η_{Q_0} ← تلفات ناشی خارجی
 $\eta_m = \left(1 - \frac{P_m}{P'} \right) \cdot \frac{Q}{Q - Q_0}$ ← تلفات مکانیکی

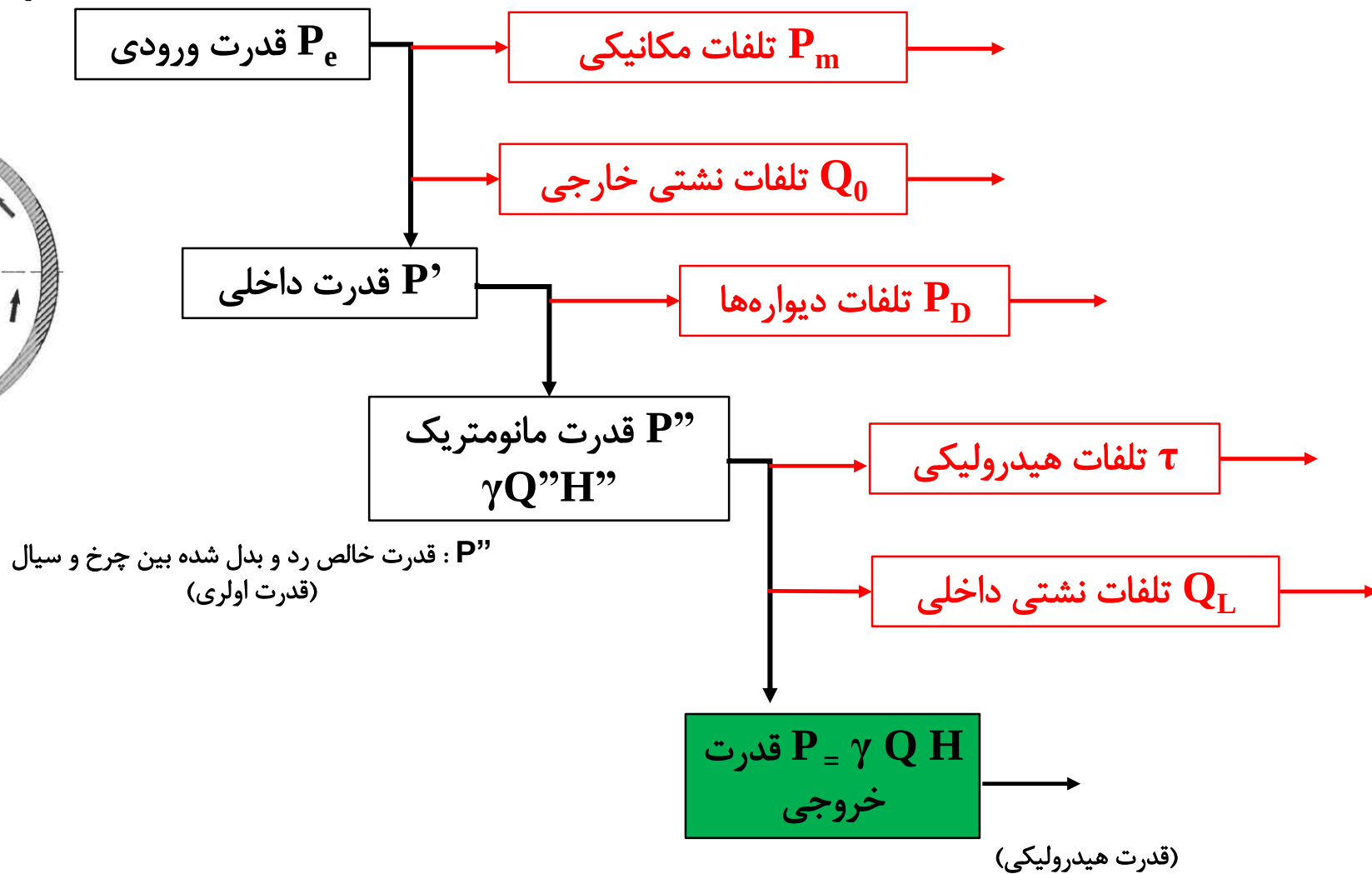
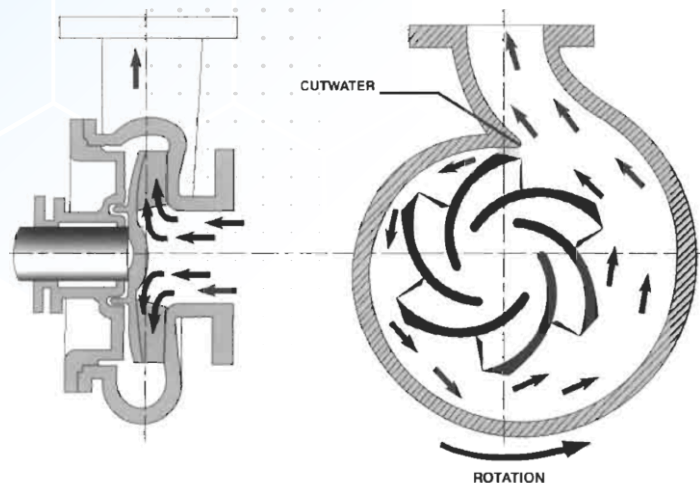




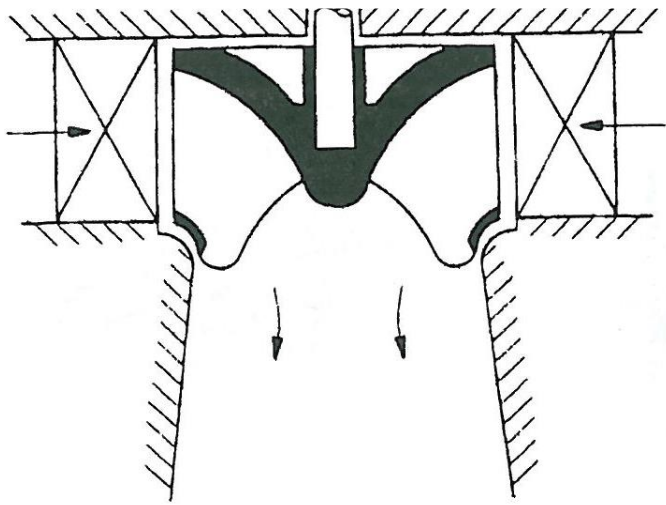
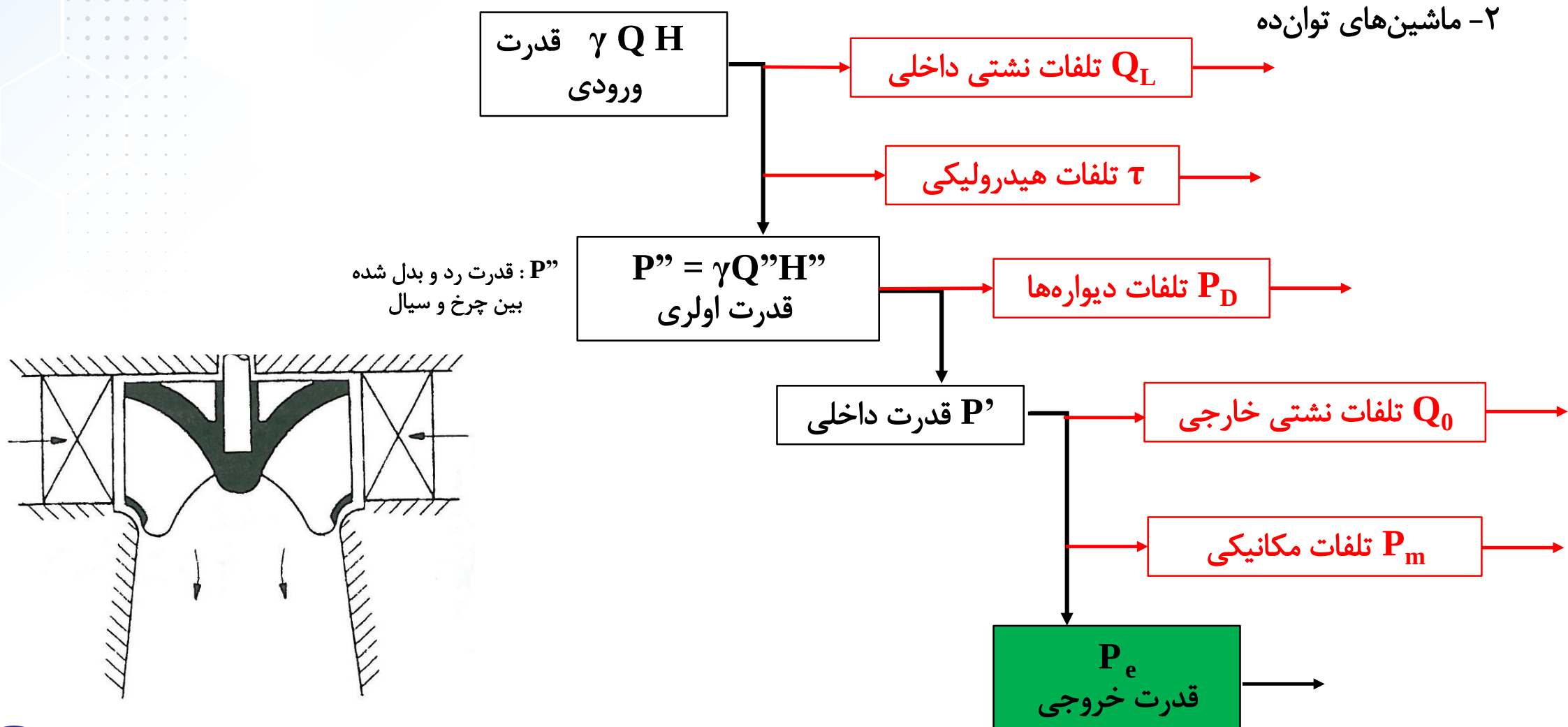
بیان انرژی

۱- ماشین‌های توان‌گیر

(قدرت ورودی از الکتروموتور)



بیان انرژی



✓ در واقعیت همه تلفات به صورت همزمان رخ می‌دهد.

سپاس از توجه شما

بسم الله الرحمن الرحيم

توربوماشین‌ها



محمدصادق کریمی

گروه تبدیل انرژی، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شریف

پاییز ۱۴۰۴



سطوح و منحنی‌های مشخصه، تعیین تجربی منحنی‌های مشخصه

۱-۶

مشخصه‌های ایده‌آل توربوپمپ‌ها

۲-۶

ضریب عکس‌العمل، زاویه خروجی چرخ، رابطه مثلث سرعت و منحنی مشخصه

۳-۶





سرفصل‌ها

- ❖ تعریف سطوح مشخصه
- ❖ منحنی‌های مشخصه
- ❖ ضریب باز شدگی
- ❖ تعیین تجربی منحنی‌های مشخصه
- ❖ مشخصه‌های ایده‌آل توربوپمپ‌ها
- ❖ زاویه خروجی چرخ و ضریب عکس العمل
- ❖ عوامل موثر در انتخاب زاویه خروجی پره‌ها
- ❖ رابطه بین مثلث سرعت خروجی و مشخصه ایده‌آل





تعریف سطوح مشخصه

❖ متغیرهای مشخص کننده ی کار پمپ (شرایط عادی کار که پمپ به سرعت دورانی ثابت N رسیده باشد) از دیدگاه مصرف کننده:

الف - متغیرهای هیدرولیکی

دبی حجمی Q
ارتفاع مانومتریک H
شرایط کاری از نظر کاویتاسیون $NPSH$

ب - متغیرهای مکانیکی

سرعت دورانی N و یا سرعت زاویه ای ω
گشتاور روی محور M و یا توان مصرفی P و یا بازده η





تعریف سطوح مشخصه

$$P = M \omega$$

قدرت جذبی پمپ

$$\eta = \frac{\gamma Q H}{P}$$

بازده

از بین تمامی متغیرهای بالا فقط یک متغیر هیدرولیکی (عملاً دبی) و یک متغیر مکانیکی (عمدتاً سرعت زاویه‌ای پمپ) مستقل هستند. سرعت دورانی توسط موتور محرک و دبی پمپ به کمک شیر تنظیم روی مدار می‌توان تغییر داد. در این حالت تمامی متغیرها تابعی از Q و ω خواهند بود.

$$H = f_1 (Q, \omega)$$

$$P = f_3 (Q, \omega)$$

$$M = f_2 (Q, \omega)$$

$$\eta = f_4 (Q, \omega)$$

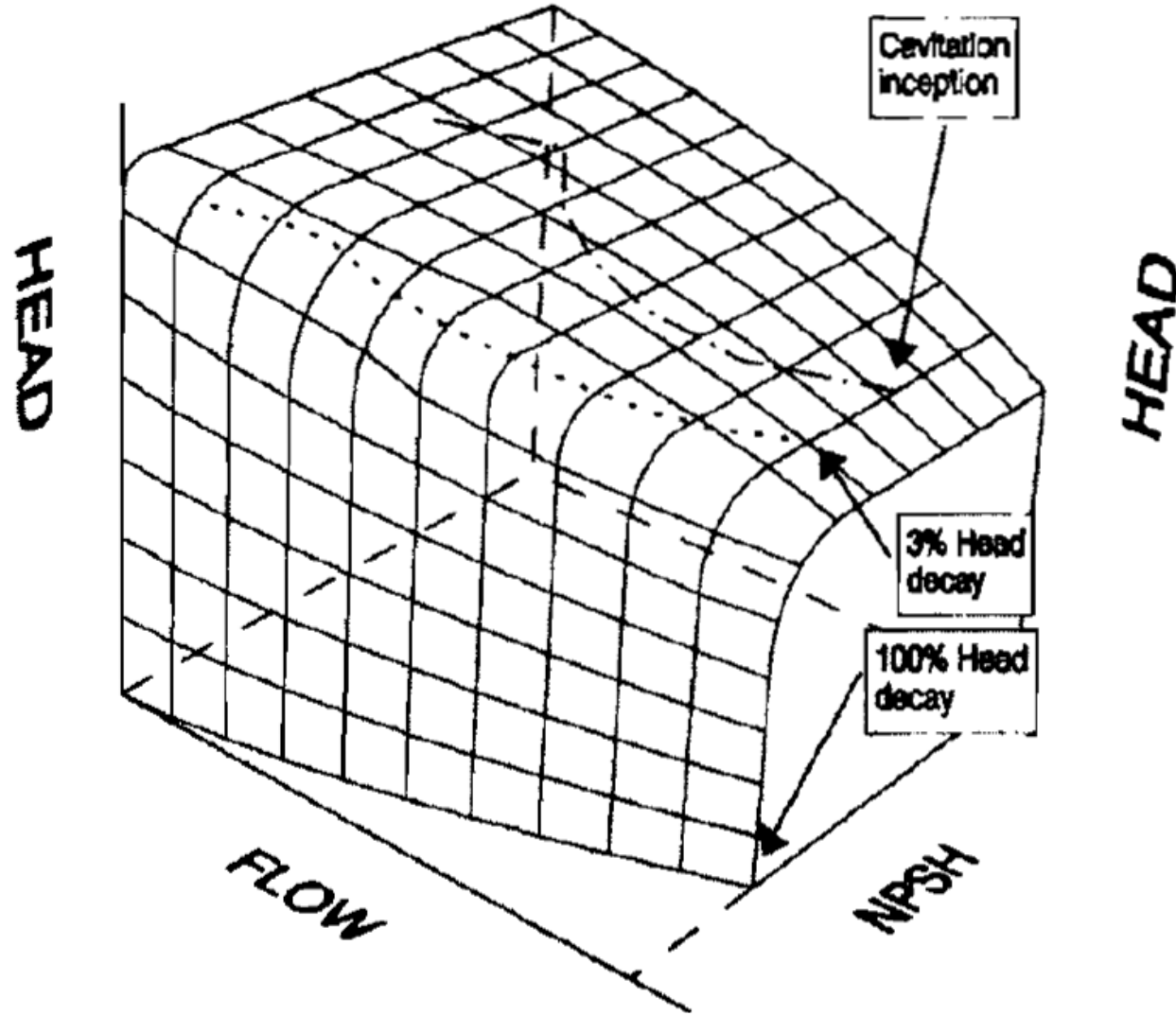
هر یک از روابط بالا یک سطح سه بعدی را در فضا مشخص می‌کند که سطوح مشخصه‌ی پمپ نامیده می‌شود.

با دانستن دو سطح مشخصه می‌توان دو سطح دیگر را به کمک روابط بالا مشخص کرد.





منحنی‌های مشخصه





منحنی‌های مشخصه

مشکلات نمایش مشخصات پمپ در فضا

معمولا پمپ‌ها در سرعت‌های دورانی ثابت استفاده شده، بنابراین، برای دورهای ثابت و در صفحه نمایش داده می‌شود.

نمایش فصل مشترک سطوح مشخصه با سطح $\omega = cte$

$$H = f_1(Q)$$

ارتفاع مانومتریک معمولا سهمی‌گون با یک ماکزیمم و گاهی کاملا نزولی

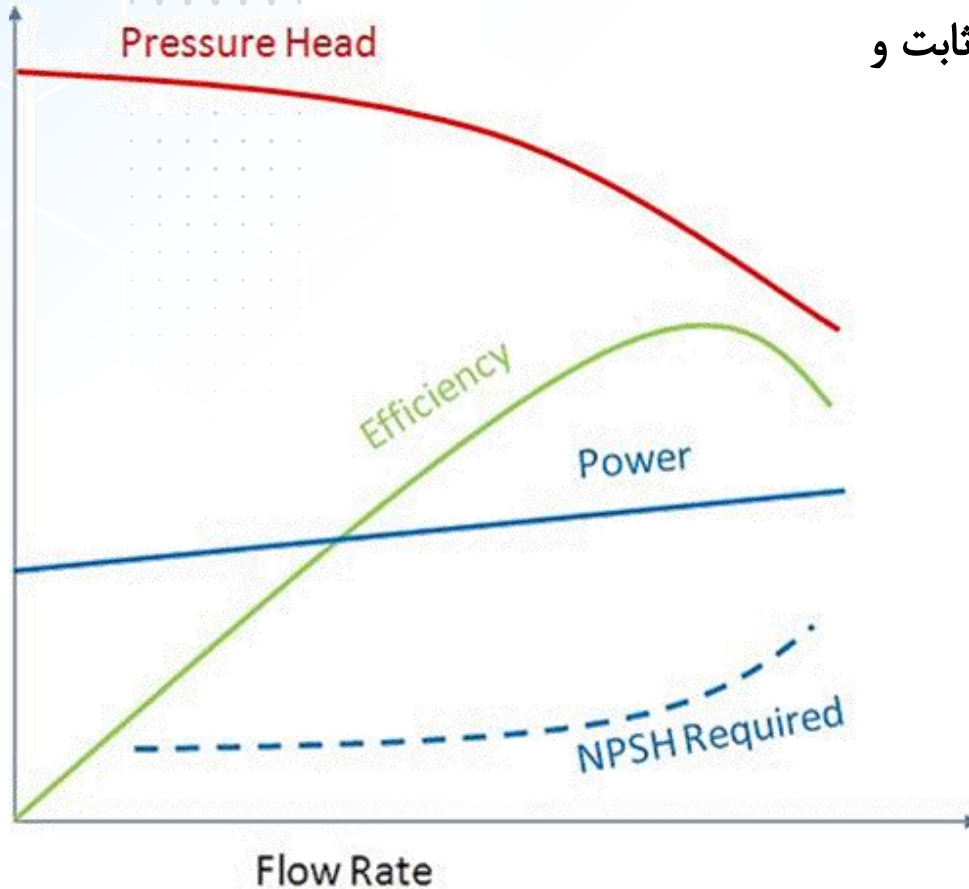
$$M = f_2(Q)$$

$$P = f_3(Q)$$

قدرت جذبی تقریبا خطی و تابع نوع پمپ صعودی یا نزولی

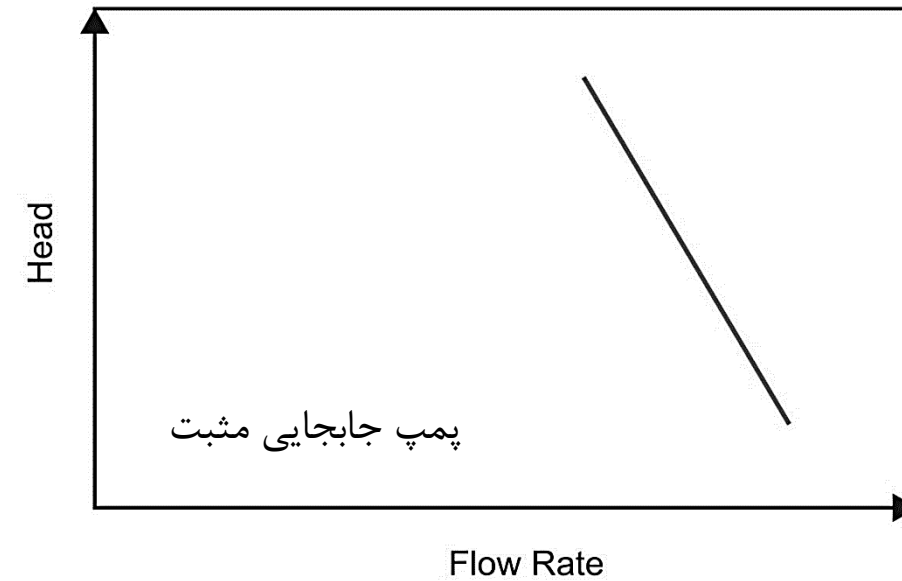
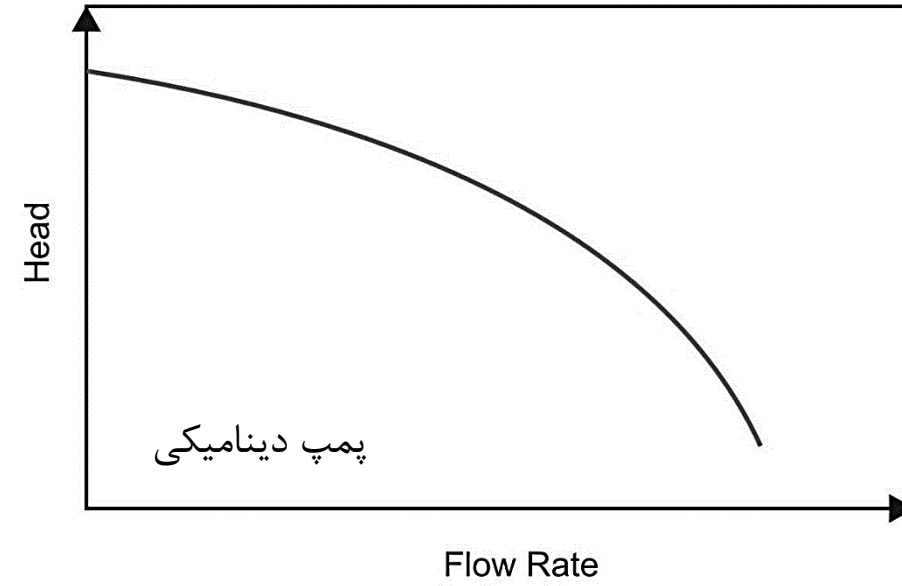
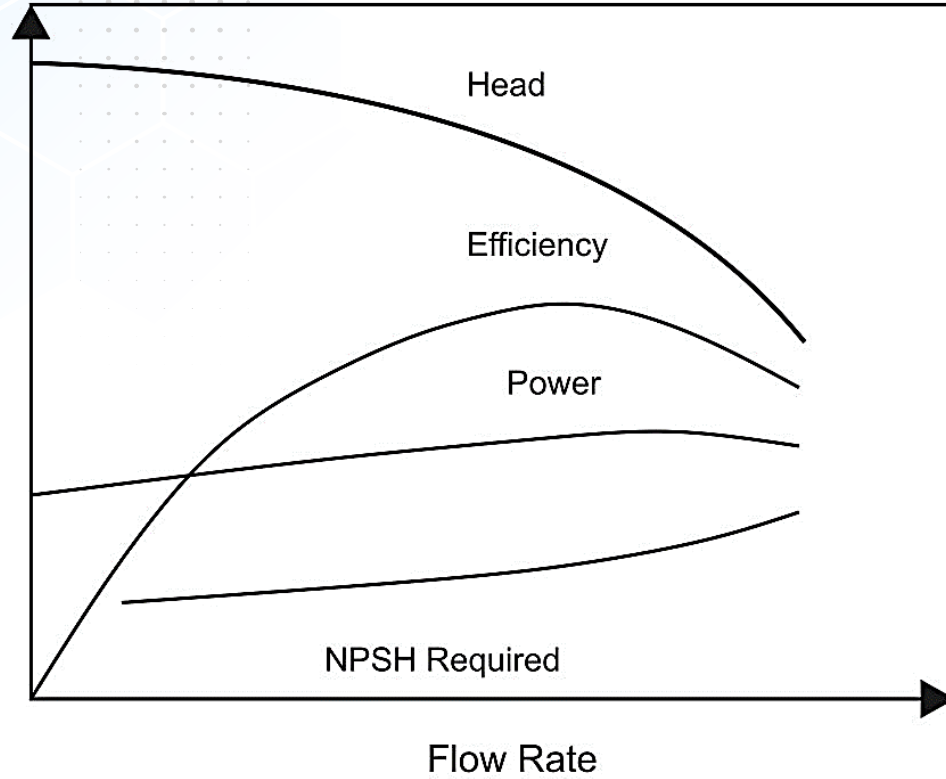
$$\eta = f_4(Q)$$

بازده در مبدا و حداکثر دبی، صفر است. در این میان یک مقدار حداکثر دارد.



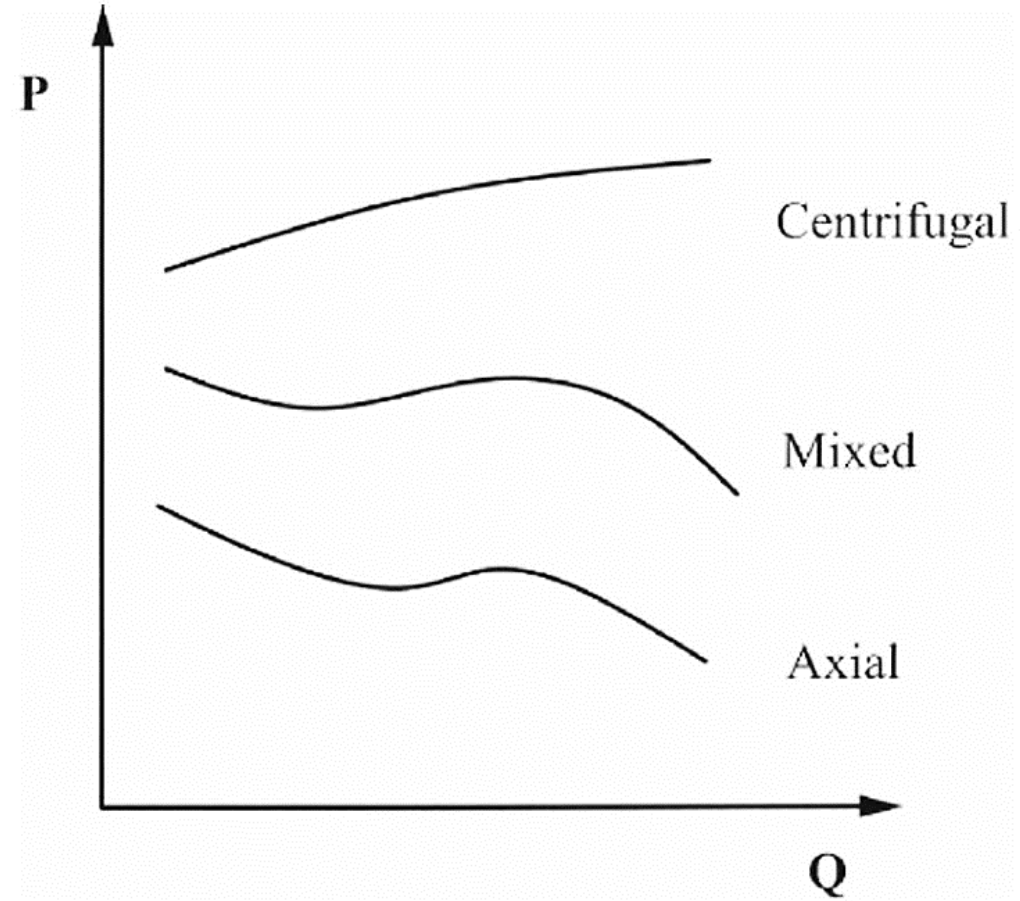
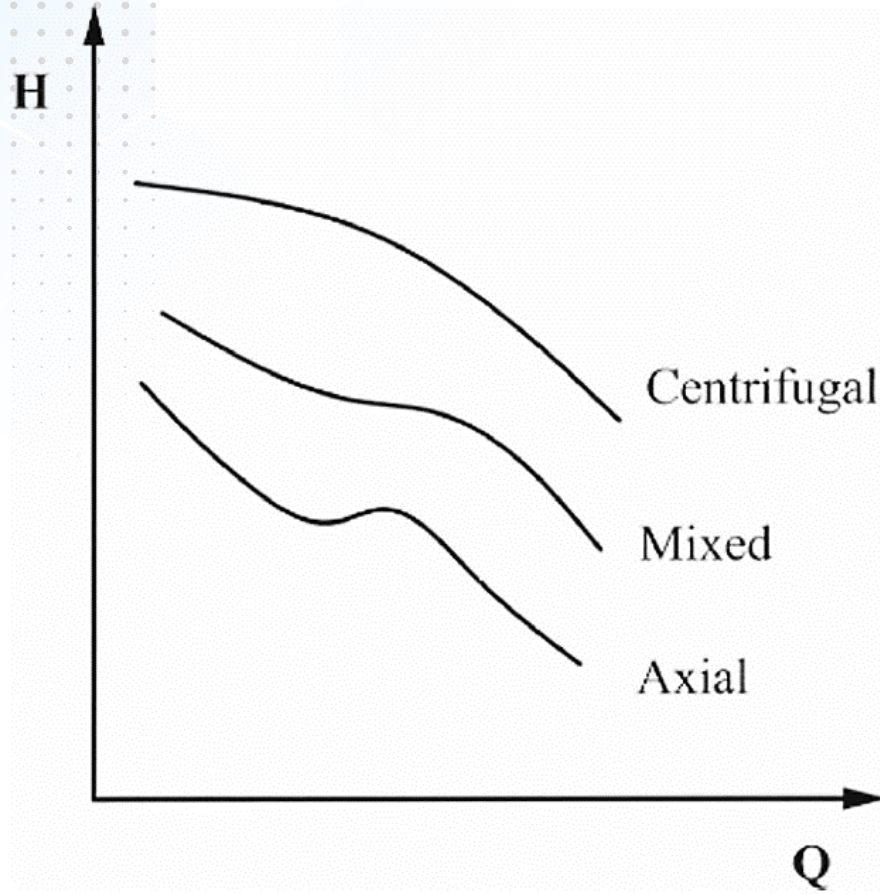


منحنی های مشخصه



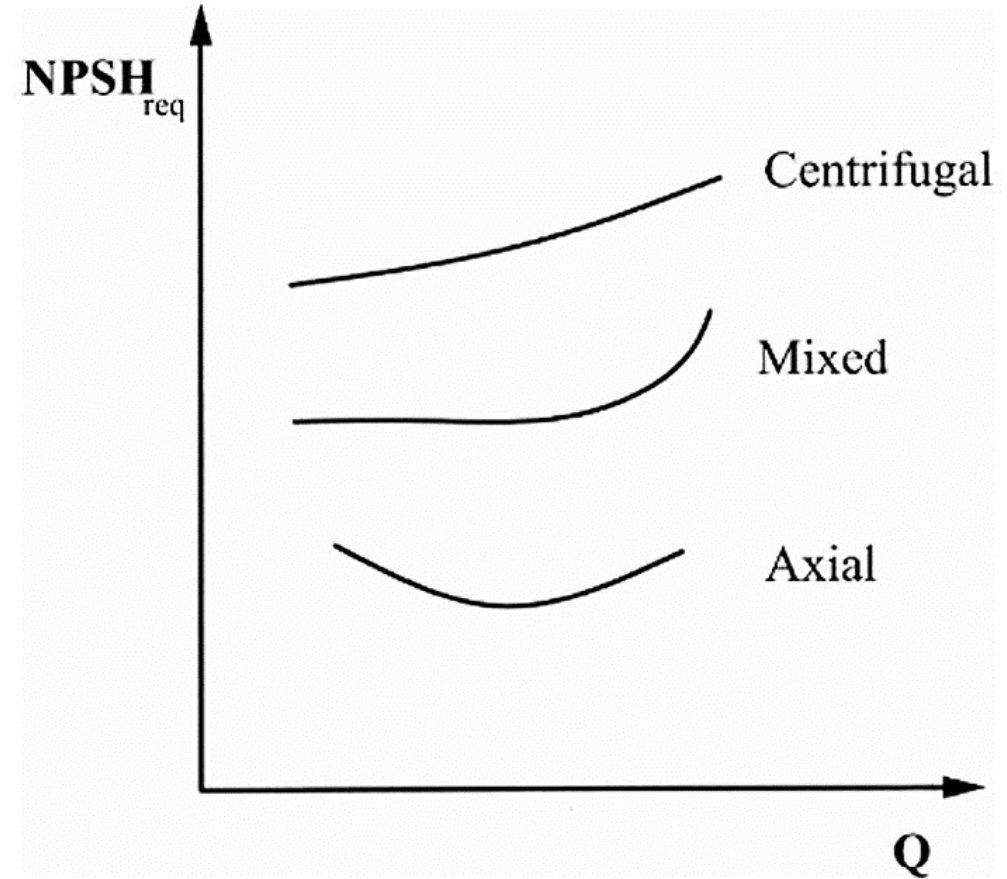
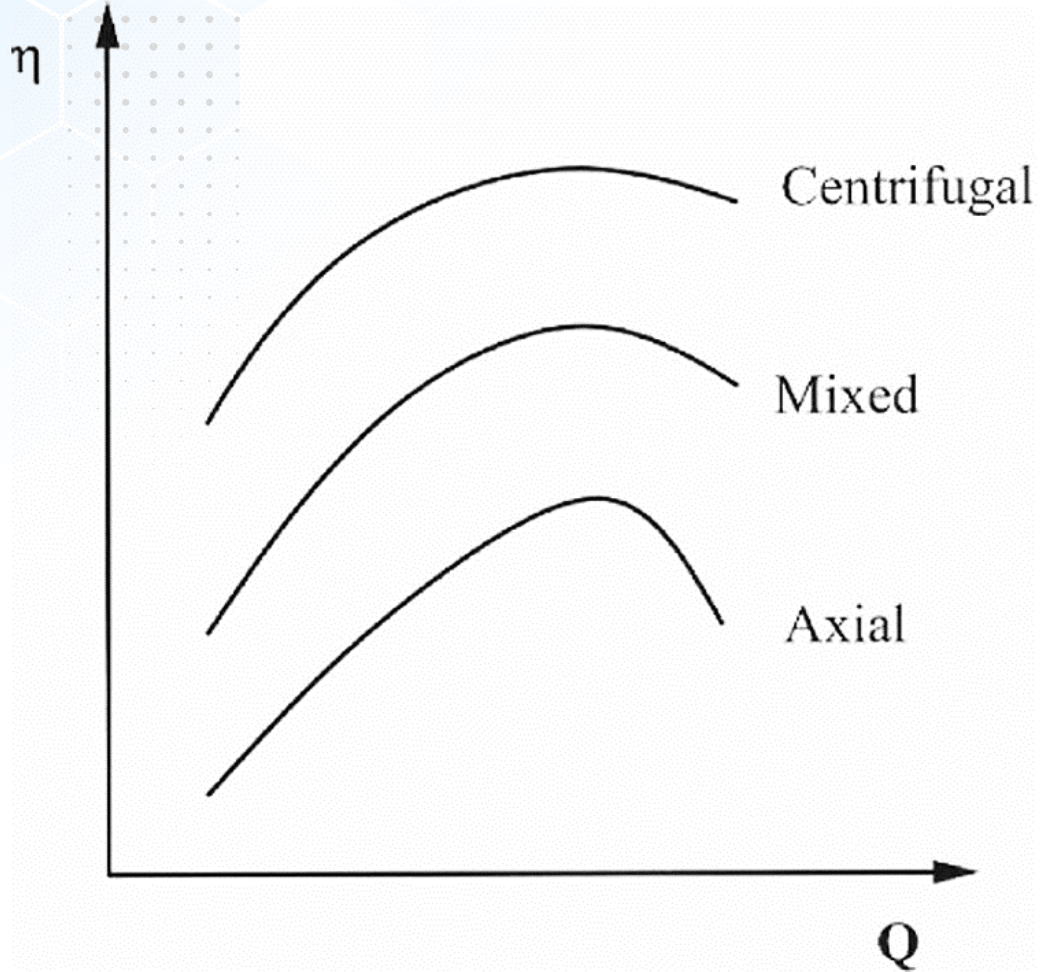


منحنی های مشخصه



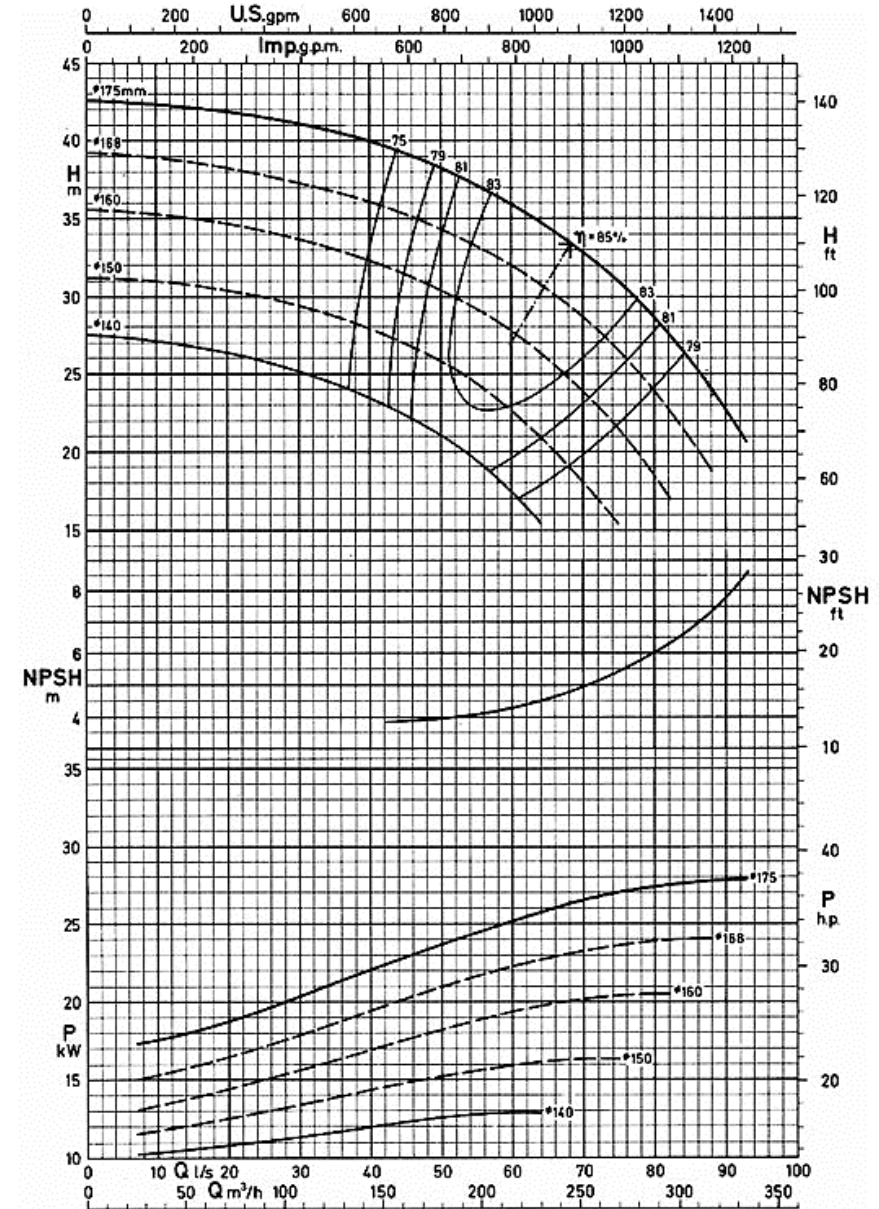
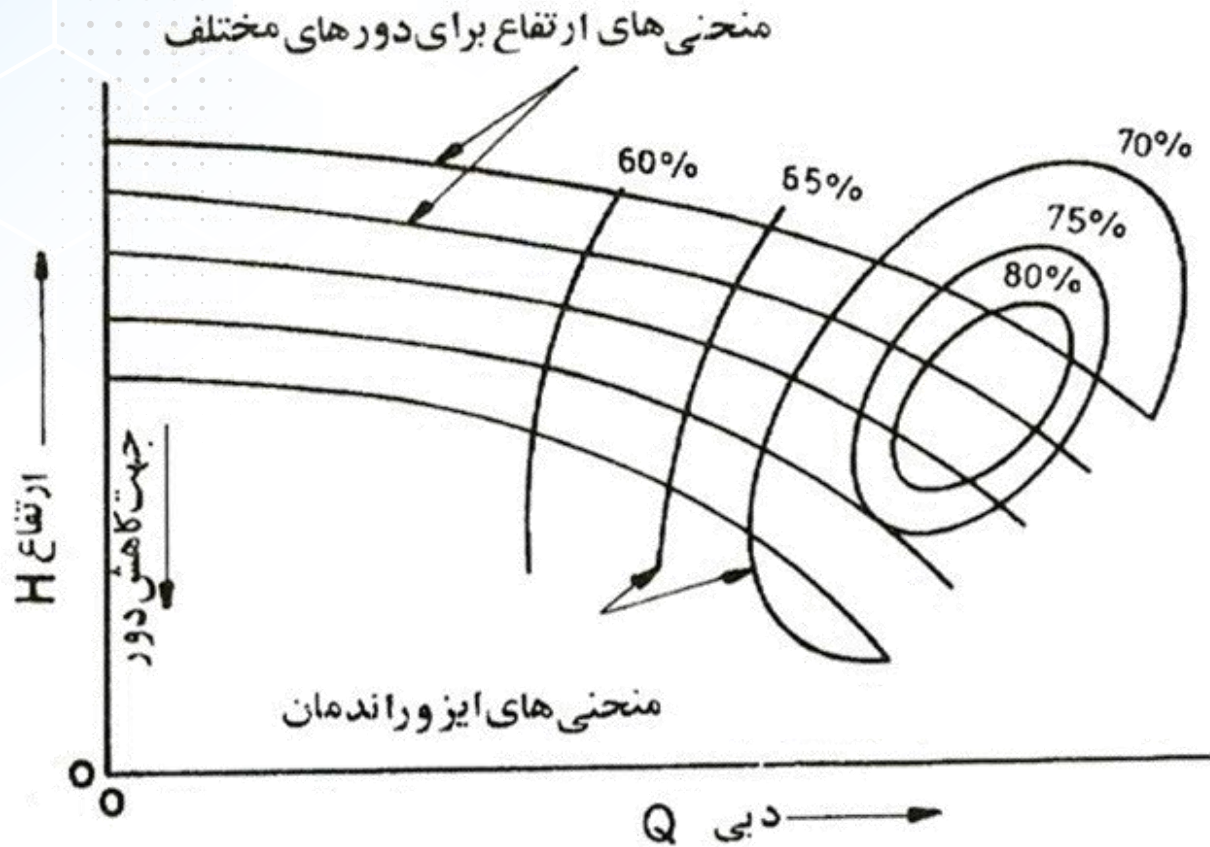


منحنی های مشخصه



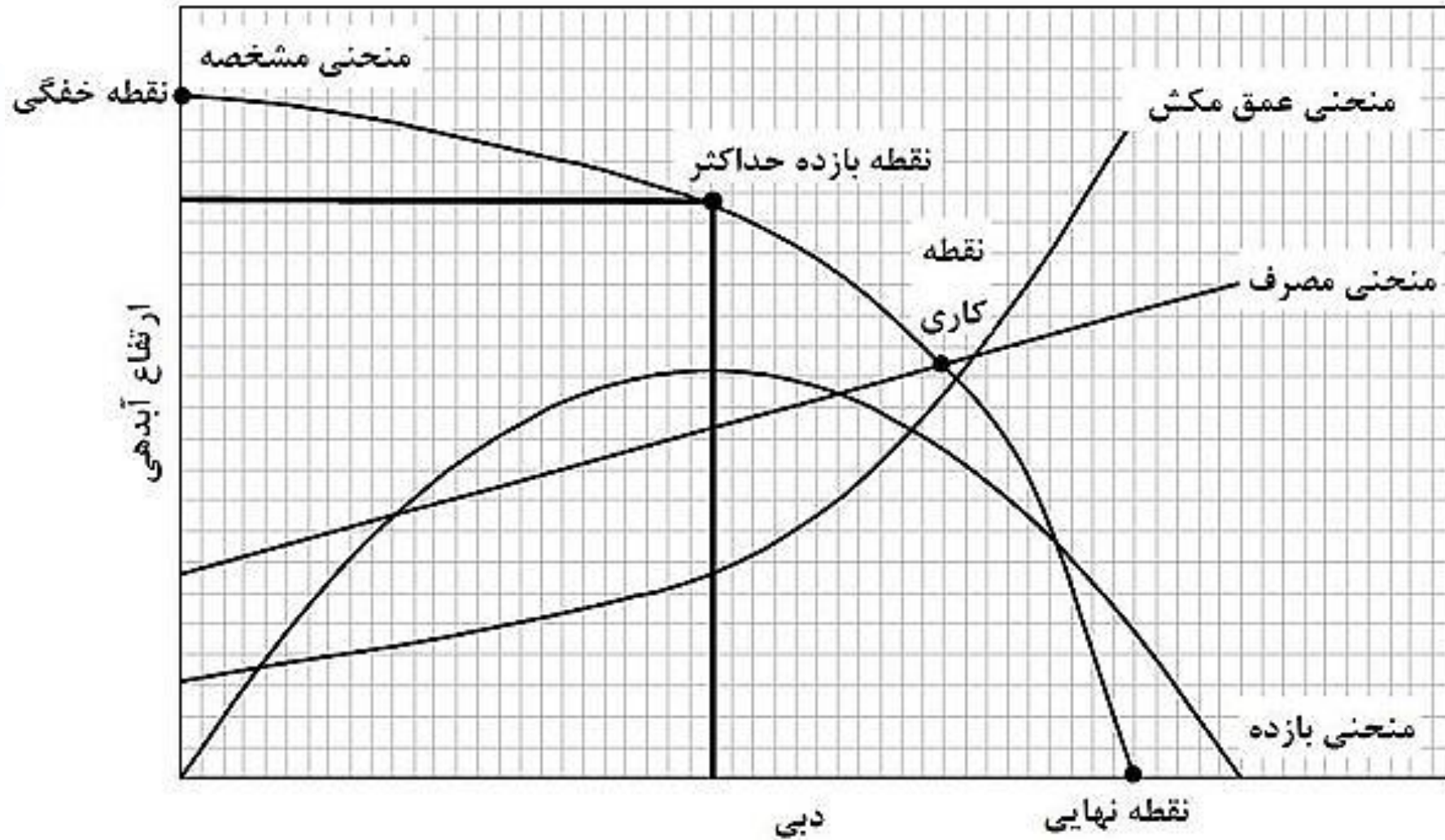


منحنی های مشخصه



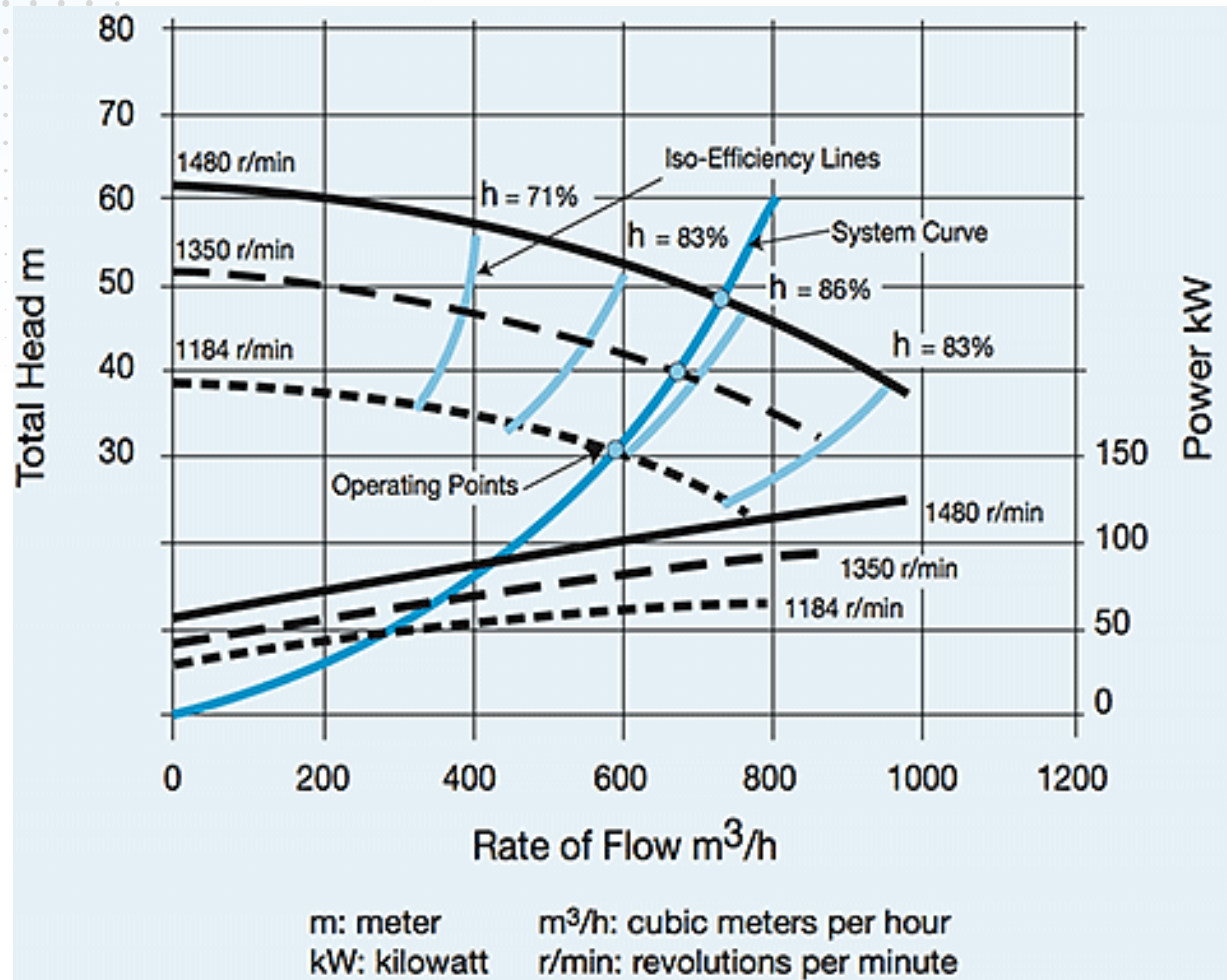


منحنی‌های مشخصه





منحنی های مشخصه

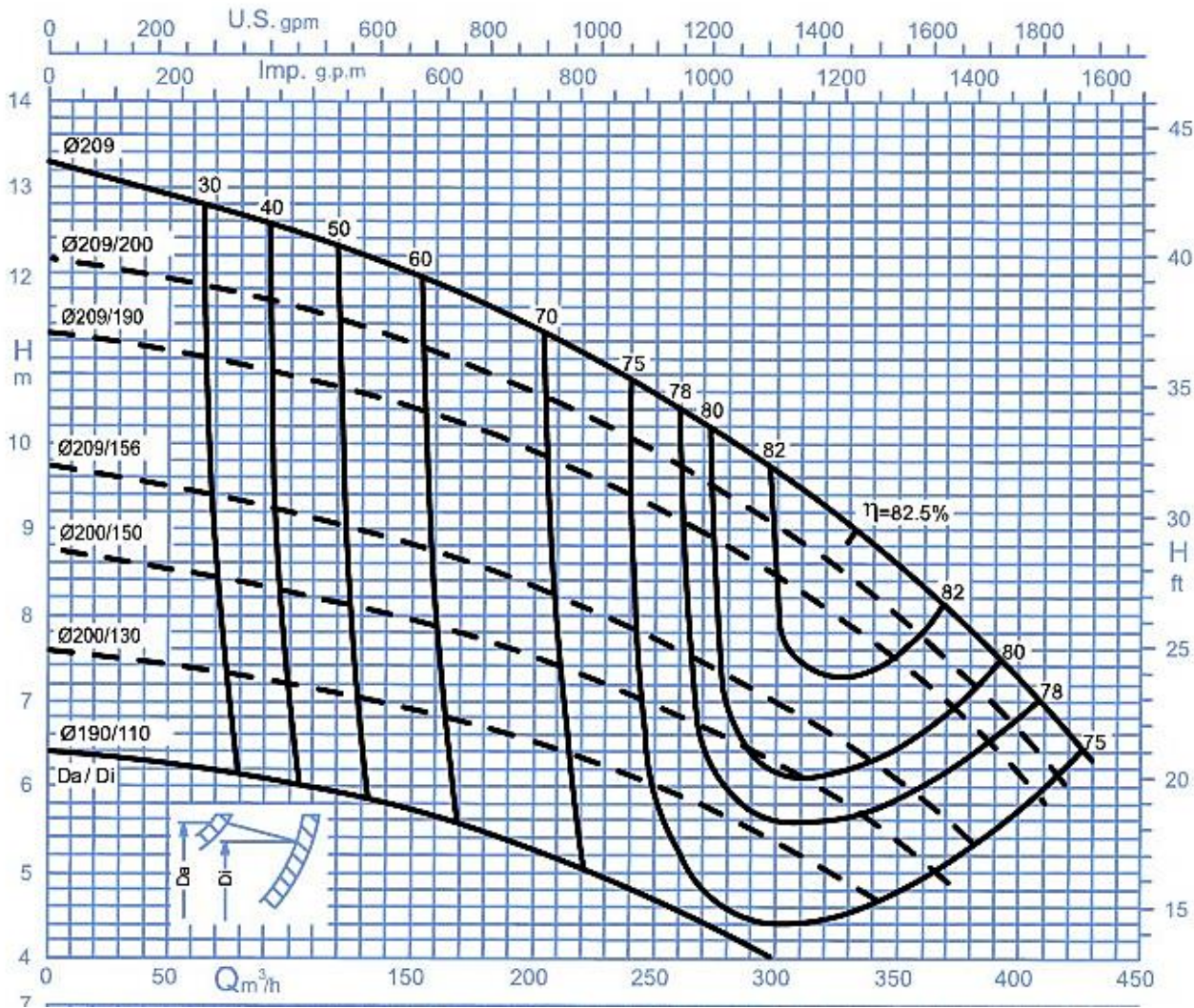


امکان رسم منحنی های مختلف به ازای
سرعت های مختلف و رسم نقاط
ایزو راندمان





منحنی های مشخصه



امکان رسم منحنی های مختلف
به ازای قطرهای مختلف چرخ و رسم نقاط
ایزو راندمان



تعیین تجربی منحنی‌های مشخصه

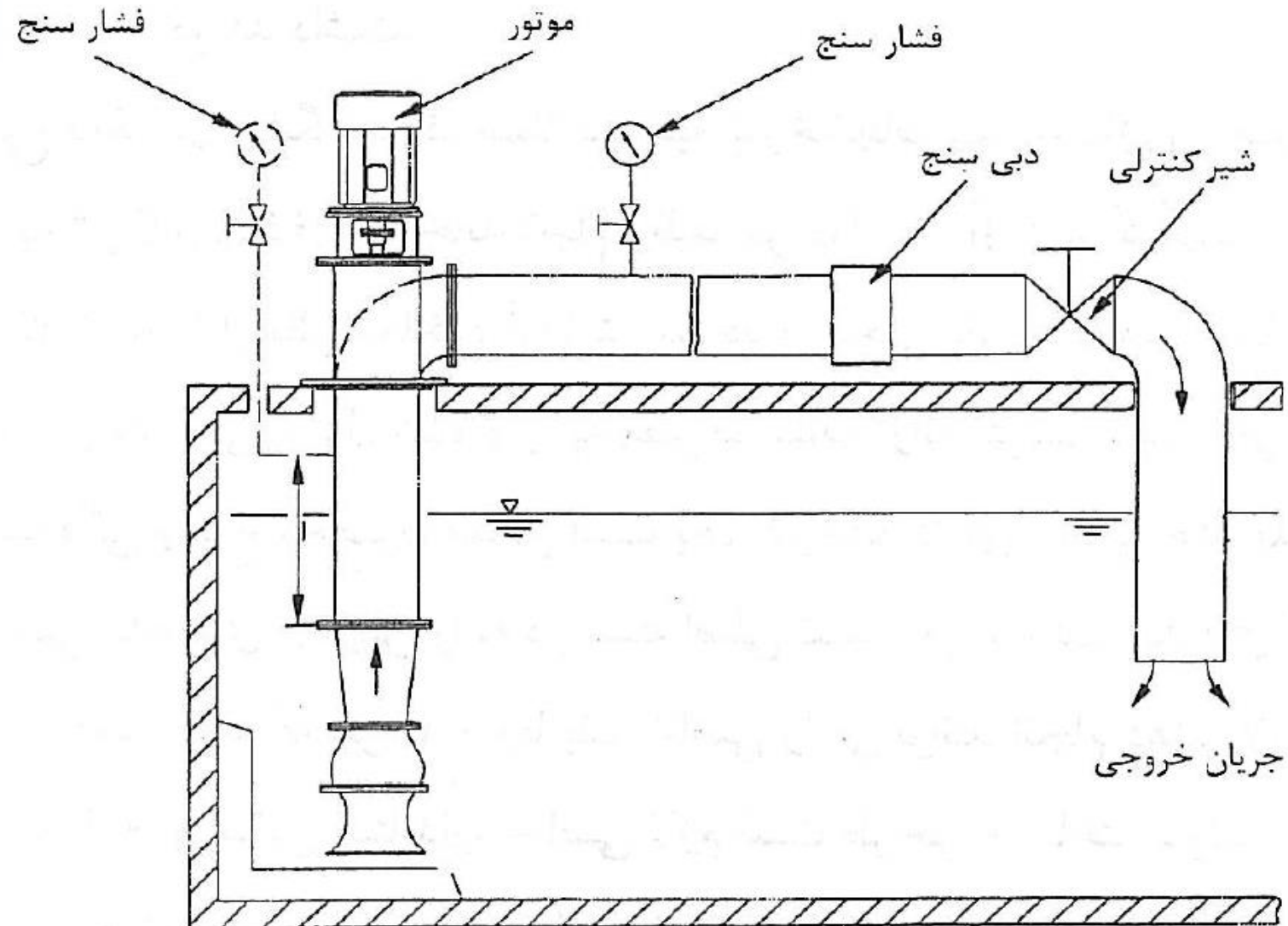
نصب پمپ روی یک مدار (باز یا بسته) آزمایش استاندارد شامل قسمت‌های اصلی زیر:

1. پمپ مورد آزمایش
2. موتور محرک پمپ
3. لوله‌های مکش و رانش
4. وسایل تنظیم به منظور تغییر دبی و سرعت دورانی
5. دستگاه‌های اندازه‌گیری کمیات ω ، Q ، H و M یا P



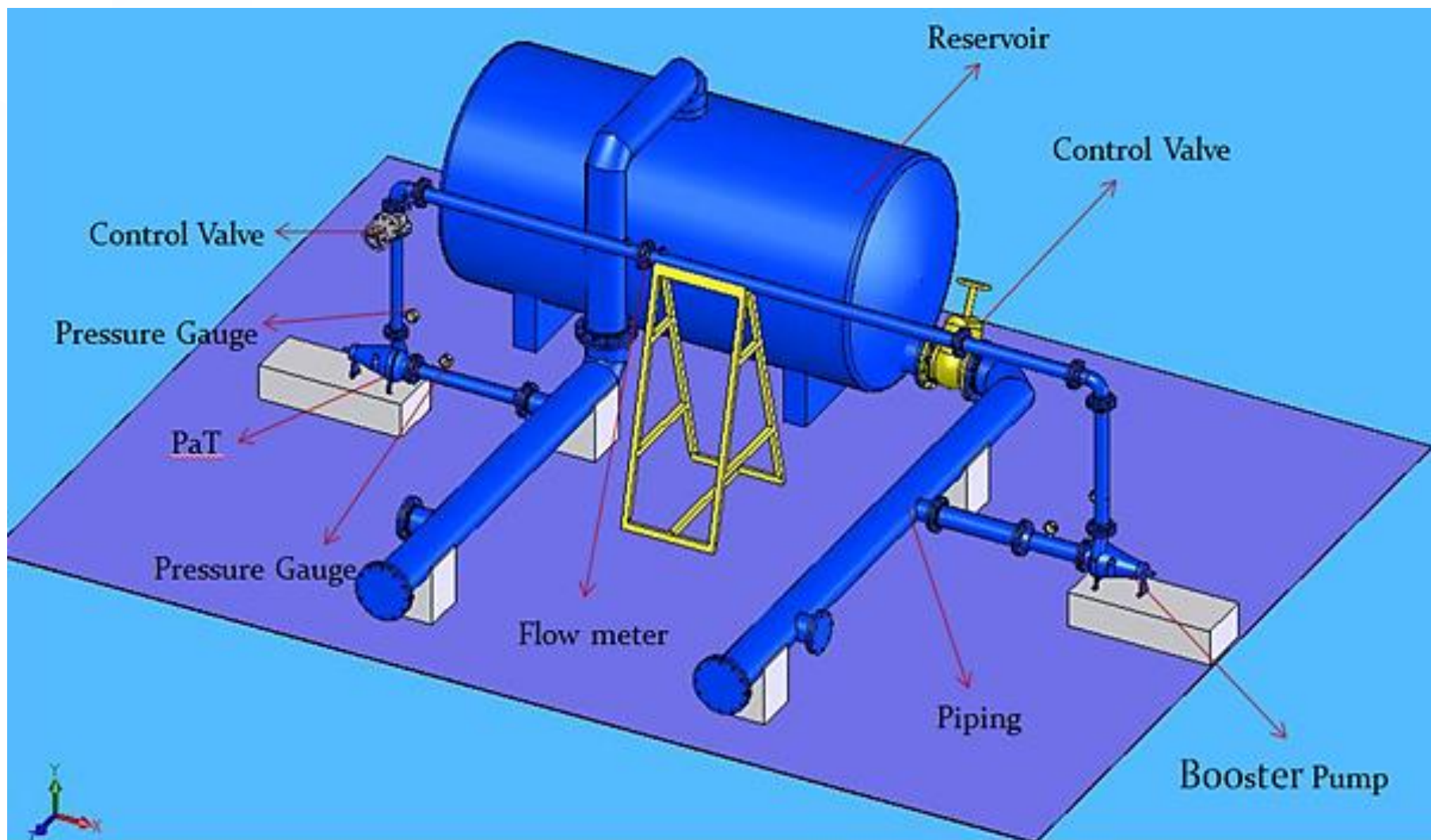


تعیین تجربی منحنی‌های مشخصه



تعیین تجربی منحنی‌های مشخصه







تعیین تجربی منحنی‌های مشخصه

- ❖ اندازه‌گیری دبی با کمک وانتوری، اوریفیس یا دبی‌سنج‌های مغناطیسی
(استفاده از اوریفیس یا ونتوری روی خط رانش به جهت اجتناب از کاویتاسیون)
- ❖ تعیین ارتفاع مانومتریک طبق رابطه‌ی زیر و با اندازه‌گیری کمیت‌های:

$$H = \frac{P_3 - P_0}{\gamma} + \frac{C_3^2 - C_0^2}{2g} + Z_3 - Z_0$$

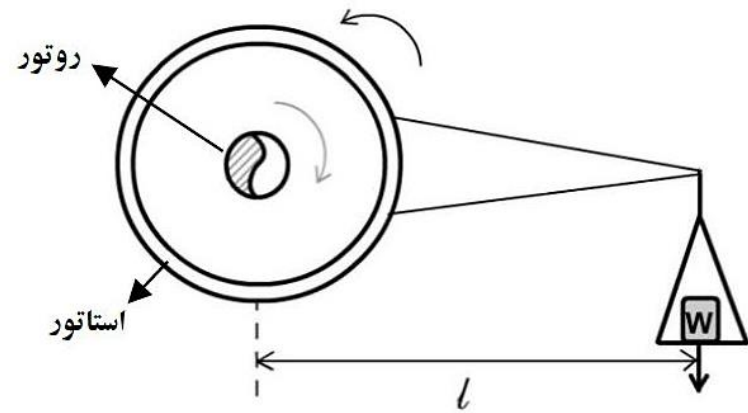
1. فشارهای استاتیکی ورودی و خروجی پمپ P_0 و P_3
2. اختلاف ارتفاع هندسی در خط مکش $Z_3 - Z_0$ ؛ معمولاً حذف می‌شود.
3. سرعت متوسط سیال در ورود و خروج از پمپ C_0 و C_3 با توجه به دبی و سطح عبوری؛ اگر قطر دهانه‌ی ورودی و خروجی پمپ برابر باشد این جمله حذف می‌شود.
(معمولاً قطر مکش بزرگ‌تر از قطر خروجی است).





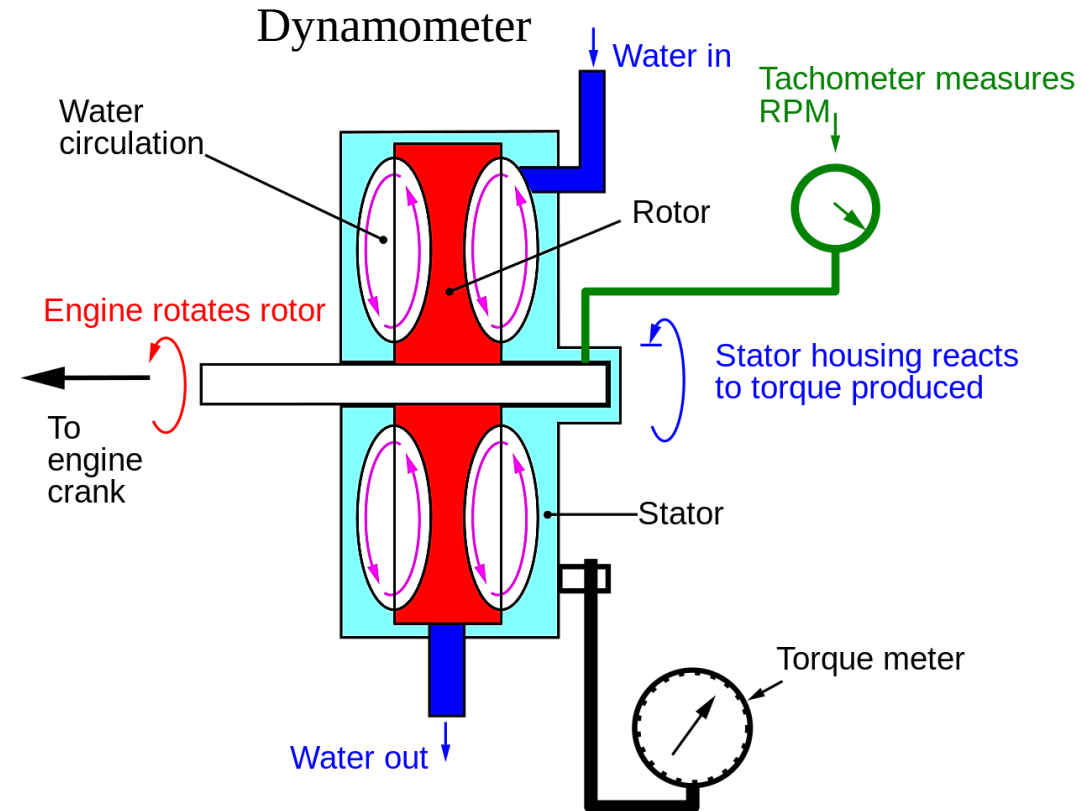
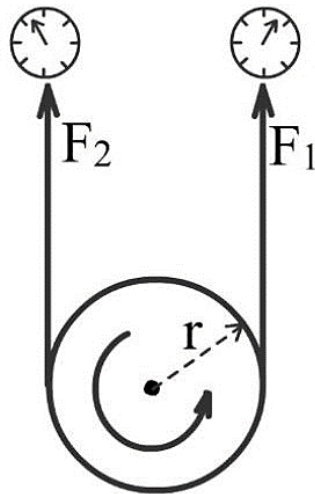
تعیین تجربی منحنی های مشخصه

- ❖ اندازه گیری سرعت دورانی n با کمک دورسنج های مکانیکی یا الکترونیکی
- ❖ اندازه گیری گشتاور محوری به صورت مستقیم به کمک تورک متر یا دینامومتر



$$T = (F_2 - F_1) \cdot r$$

$$P_{out} = T \cdot \omega$$





تعیین تجربی منحنی‌های مشخصه

❖ رسم منحنی‌های مشخصه در چندین سرعت ثابت

1. در یک دور ثابت با تغییر دبی، ارتفاع و قدرت جذبی را اندازه‌گیری کرده و از وصل کردن نقاط به یکدیگر منحنی $H = f_1(Q)$ و $P = f_2(Q)$ به دست می‌آید.
2. محاسبه‌ی منحنی‌های $\eta = f_3(Q)$ به کمک رابطه‌ی موجود
3. تکرار مراحل بالا برای سرعت‌های دیگر





مشخصه‌های ایده‌آل توربوپمپ‌ها

❖ محاسبه‌ی مشخصه‌های ارتفاع اولری و قدرت جذبی ایده‌آل توربوپمپ‌های سانتریفیوژ برحسب مشخصات هندسی

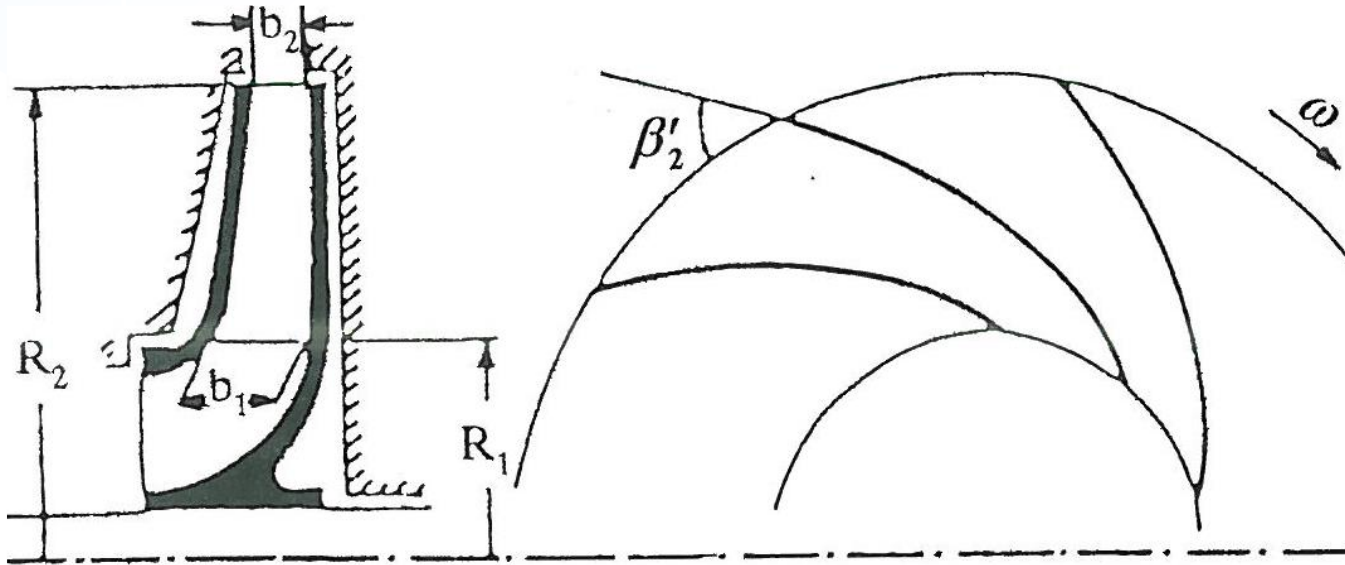
❖ شعاع ورودی و خروجی پره‌ها؛ R_1 و R_2

❖ پهنای ورودی و خروجی پره‌ها؛ b_1 و b_2

❖ ضخامت پره‌ها در ورود و خروج؛ e_1 و e_2

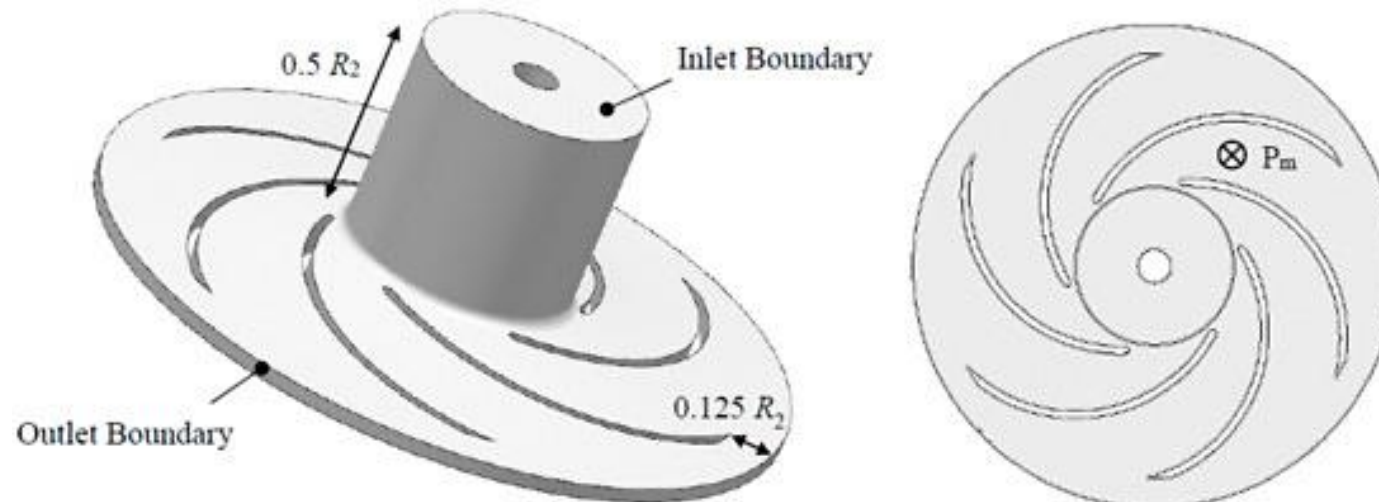
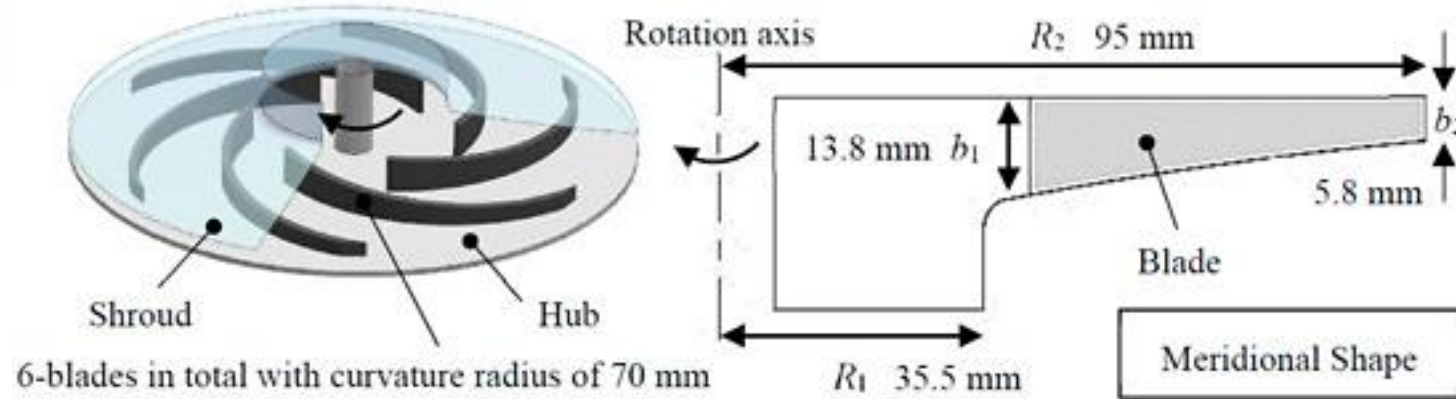
❖ زاویه ورودی و خروجی پره‌ها؛ β'_1 و β'_2

❖ تعداد پره‌ها Z و سرعت دورانی چرخ n





مشخصه‌های ایده‌آل توربوپمپ‌ها





مشخصه های ایده آل توربوپمپ ها

❖ معادله ی اویلر با استفاده از تئوری یک بعدی:

$$H'' = \frac{1}{g} (U_2 C_2 \cos \alpha_2 - U_1 C_1 \cos \alpha_1)$$

❖ با فرض امتداد جریان به صورت شعاعی در ورود به پره ها (ورودی بدون چرخش؛ $\alpha_1 = 90^\circ$) داریم:

$$H'' = \frac{1}{g} (U_2 C_2 \cos \alpha_2)$$

✓ برای اینکه $\alpha_1 > 90^\circ$ باشد، باید هدایت کننده مجهز به پره هایی باشد که به سرعت مطلق ورودی مولفه ای در خلاف جهت چرخش پره بدهد، چون هزینه افزایش پیدا می کند، $\alpha_1 = 90^\circ$ در نظر گرفته می شود.

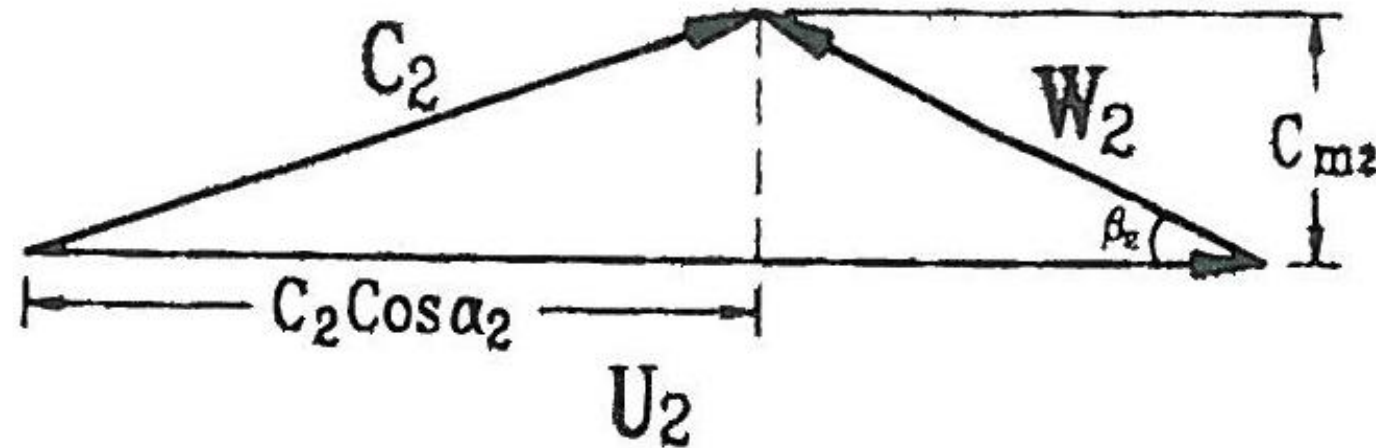




مشخصه‌های ایده‌آل توربوپمپ‌ها

❖ از مثلث سرعت خروجی می‌توان نوشت:

$$C_2 \cos \alpha_2 = U_2 - C_{m2} \cotg \beta_2$$



❖ بنابراین:

$$H'' = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{g} C_{m2} \cotg \beta_2$$





مشخصه‌های ایده‌آل توربوپمپ‌ها

❖ معادله‌ی پیوستگی:

$$C_{m2} = \frac{Q''}{A_2}$$



سطح عبوری سیال در خروج از چرخ

$$A_2 = 2 \pi K_2 R_2 b_2$$

❖ پس:

$$H'' = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{g} \frac{Q''}{A_2} \cotg \beta_2$$





مشخصه‌های ایده‌آل توربوپمپ‌ها

❖ اثر کاهش سطح خروجی بواسطه‌ی ضخامت پره‌ها بوسیله ضریب انسداد (K_2) مشخص می‌شود.

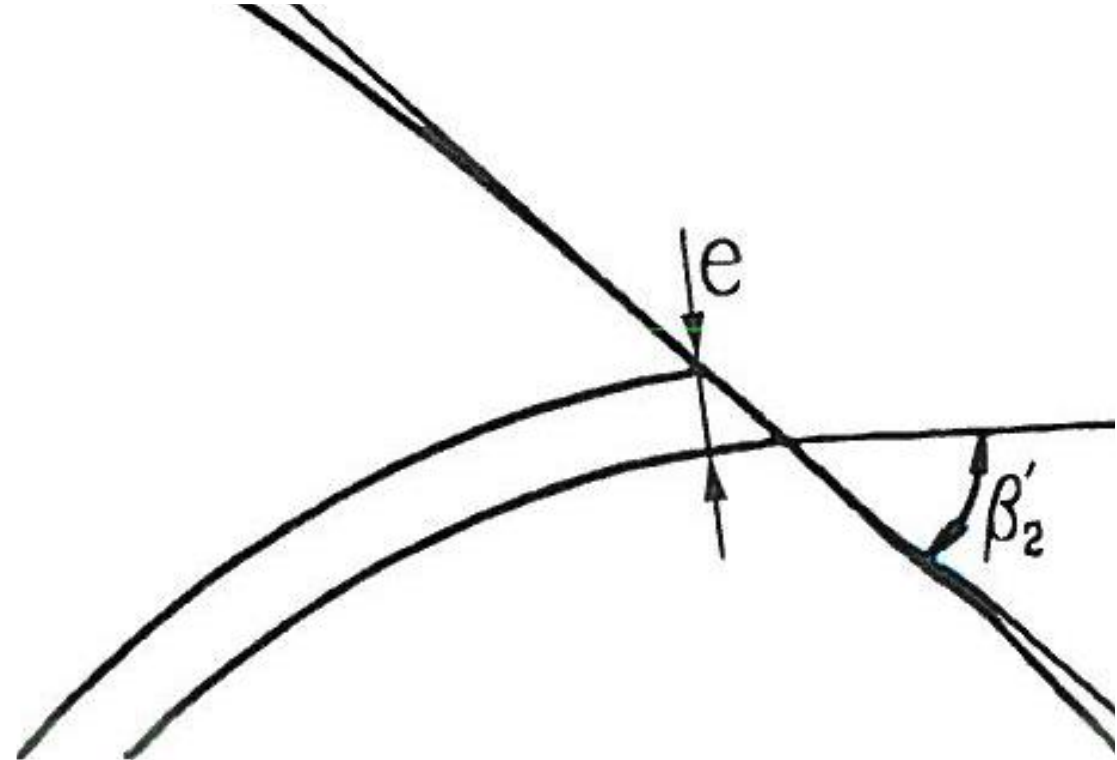
$$2 \pi K_2 R_2 = 2 \pi R_2 - Z \frac{e_2}{\sin \beta'_2}$$

و یا:

$$K_2 = 1 - Z \frac{e_2}{2 \pi R_2 \sin \beta'_2}$$

بنابراین:

$$H'' = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{g} \frac{Q''}{2 \pi K_2 R_2 b_2} \cotg \beta_2$$





مشخصه های ایده آل توربوپمپ ها

❖ β_2 زاویه خروج سیال و β'_2 زاویه خروجی پره است. فعلا فرض می کنیم سیال کاملا توسط پره ها هدایت شود:

$$\beta_2 = \beta'_2$$

❖ به عبارت دیگر با فرض بی نهایت پره به ضخامت صفر:

$$H''_{\infty} = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{g} \frac{Q''}{2 \pi K_2 R_2 b_2} \cotg \beta'_2$$

❖ با توجه به:

$$P'' = \gamma Q'' H''$$

مشخصه ایده آل قدرت جذبی:

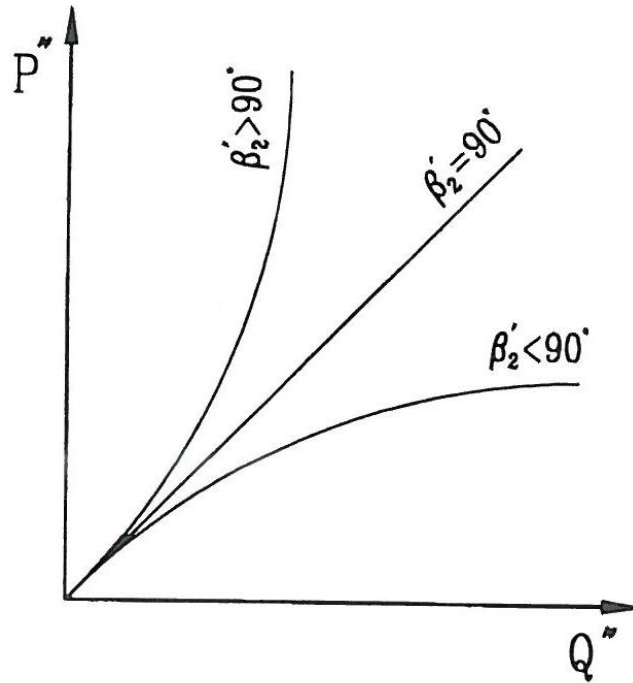
$$P'' = \gamma \left(\frac{U_2^2}{g} Q'' - \frac{U_2}{g} \frac{Q''^2}{2 \pi K_2 R_2 b_2} \cotg \beta'_2 \right)$$



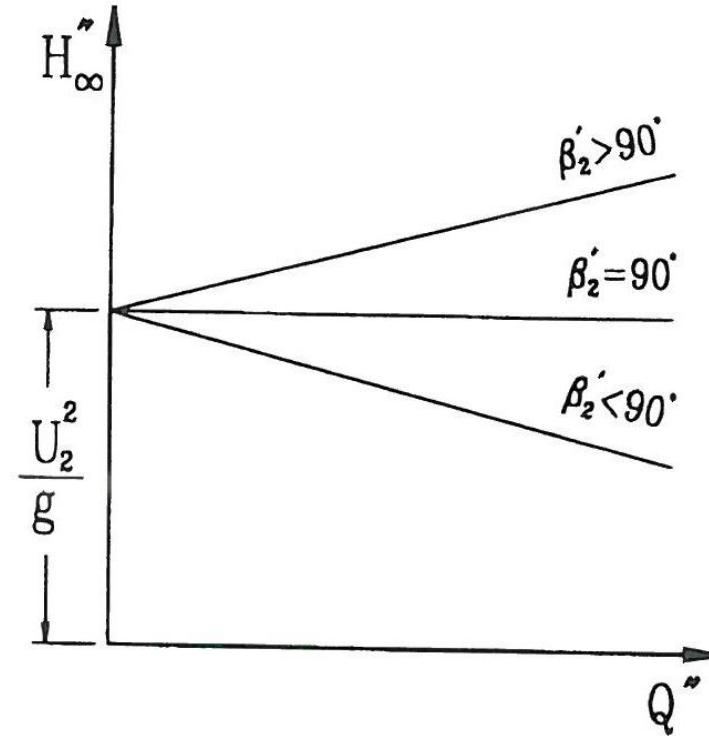


مشخصه های ایده آل توربوپمپ ها

$$P'' = \gamma \left(\frac{U_2^2}{g} Q'' - \frac{U_2}{g} \frac{Q''^2}{2 \pi K_2 R_2 b_2} \cotg \beta'_2 \right)$$

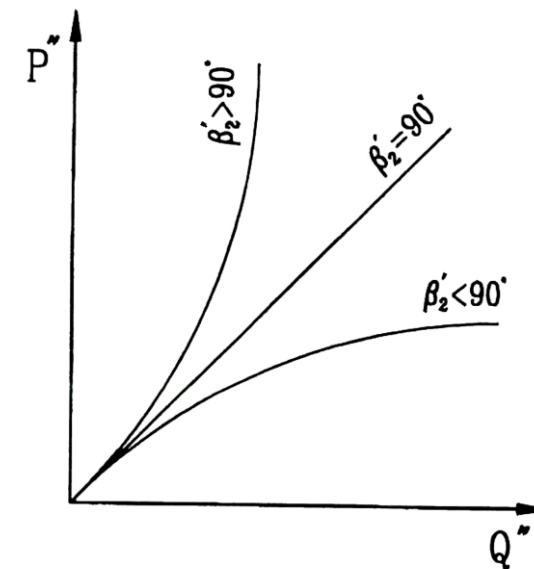
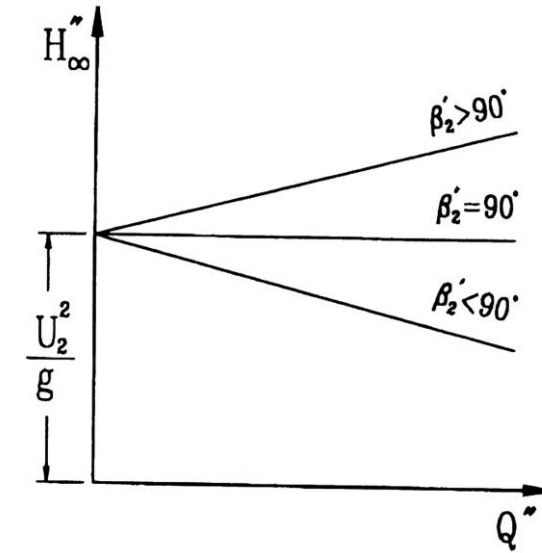
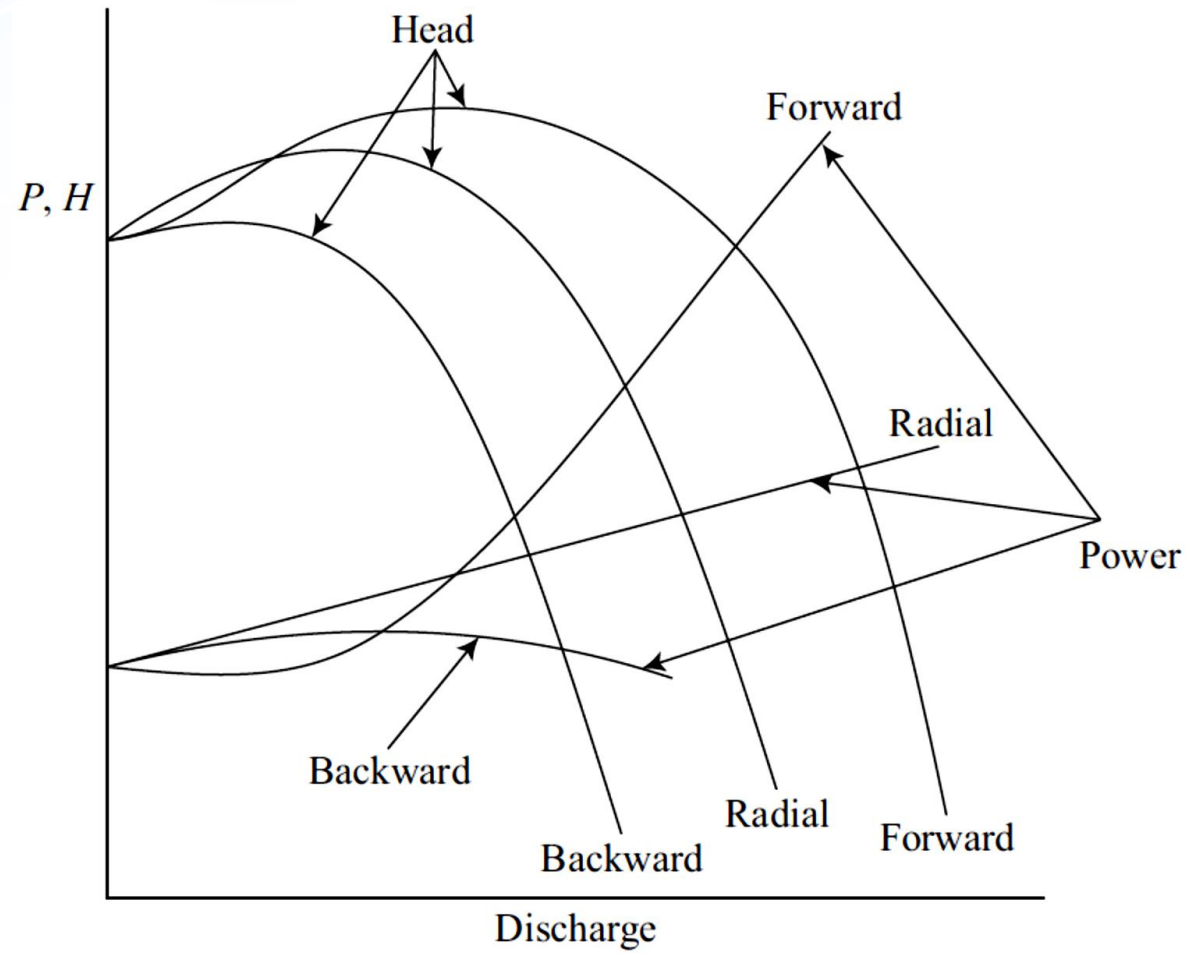


$$H''_\infty = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{g} \frac{Q''}{2 \pi K_2 R_2 b_2} \cotg \beta'_2$$



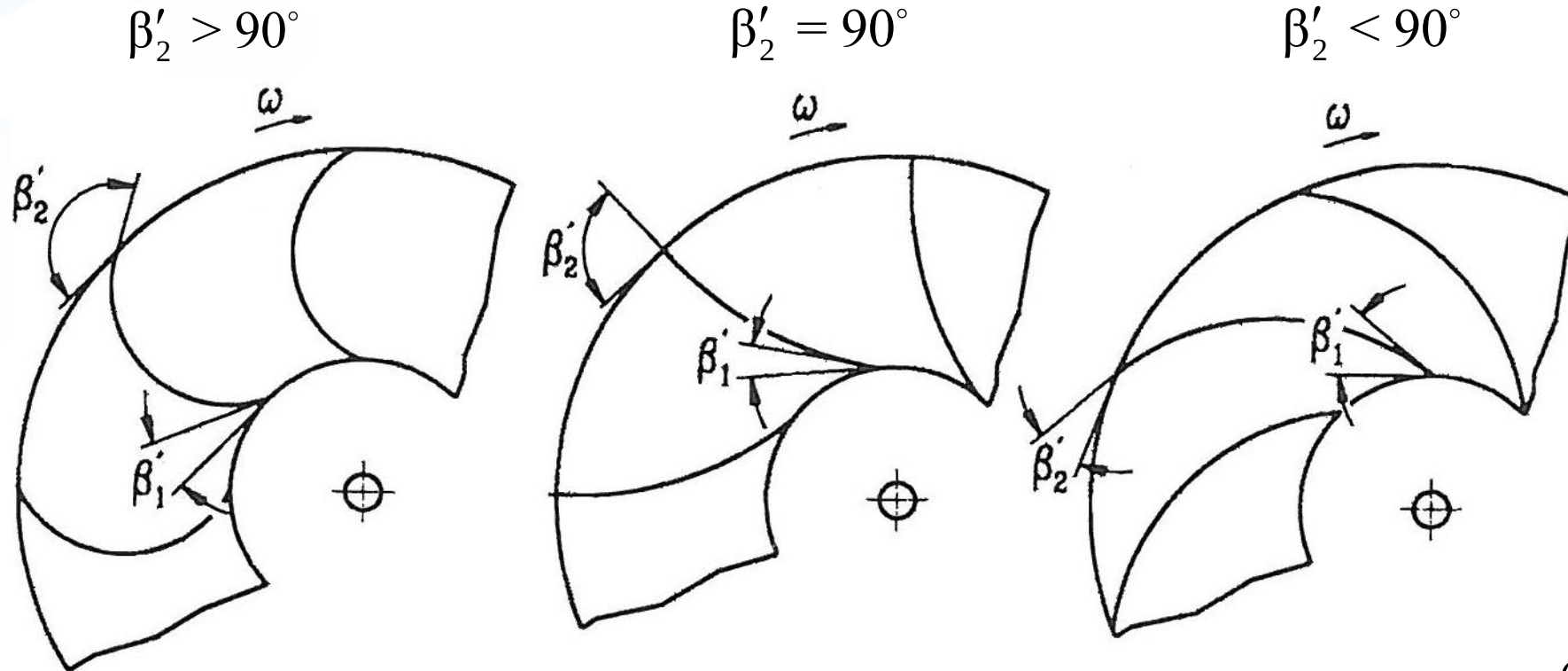


سطوح و منحنی‌های مشخصه





سطوح و منحنی‌های مشخصه



(فنها فقط)

چرخ سانتریفیوژ با پره‌های رو به جلو؛

- (1) ارتفاع مانومتریک بالا
- (2) حداکثر انتقال قدرت در حجم ثابت نسبت به سایر چرخ‌ها
- (3) سایز کوچک‌تر (مناسب هواساز)
- (4) احتمال ناپایدار کردن فن

(معمولا پمپ‌ها)

چرخ سانتریفیوژ با پره‌های رو به عقب؛

چرخ سانتریفیوژ با پره‌های شعاعی؛

- (1) مناسب سرعت‌های دورانی بالا
- (2) انتقال قدرت بالا در حجم کم
- (3) ارتفاع ثابت در دبی‌های مختلف
- (4) مناسب انتقال جریان دوفازی همراه با جامد (ذرات گیر نمی‌افتند)

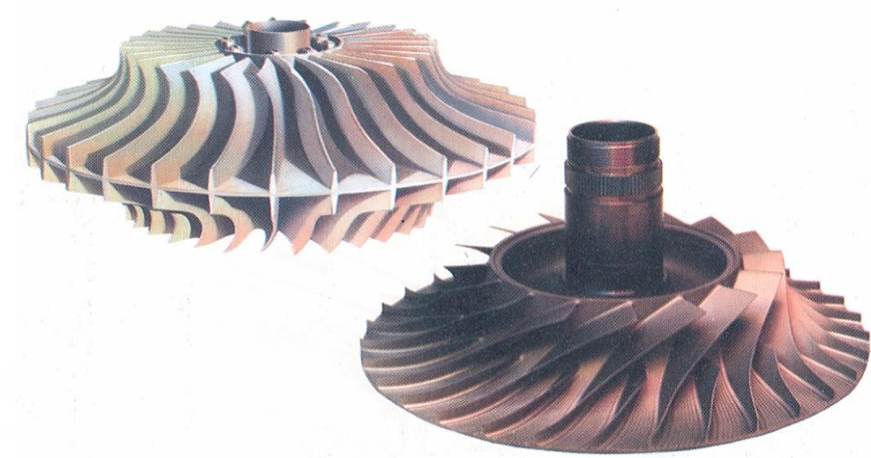
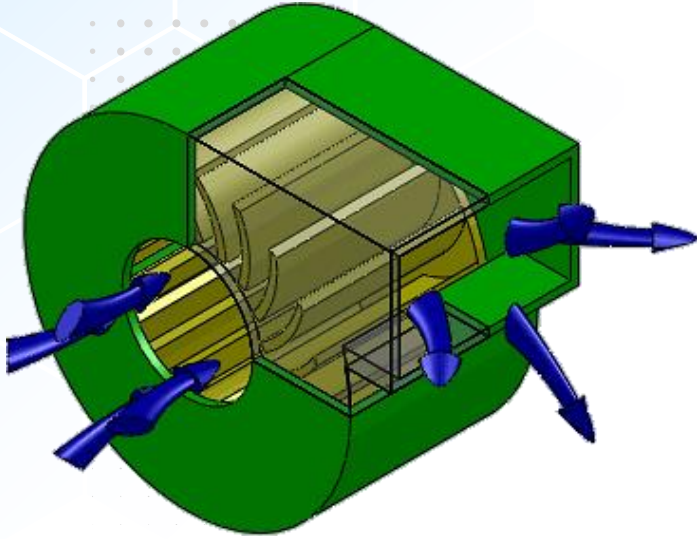
- (1) ضریب عکس‌العمل بالاتر
- (2) بازده بالاتر
- (3) منحنی مشخصه‌ی (منحنی هد - دبی) پایدار از دبی صفر تا ماکزیمم در صورت طراحی مناسب





سطوح و منحنی‌های مشخصه

کمپرسور و فن سانتریفیوژ

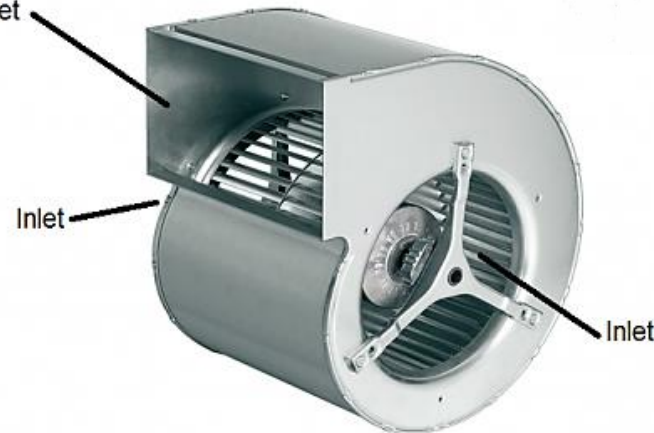


Single Inlet

Double inlet



Outlet



Inlet

Inlet





زاویه خروجی چرخ و ضریب عکس العمل

$$H'' = H''_{\text{pot}} + H''_{\text{dyn}} \quad \text{❖ می دانیم:}$$

$$H'' = \frac{U_2}{g} C_{u2} \quad \text{❖ با فرض ورودی شعاعی سیال } \alpha_1 = 90^\circ$$

$$H''_{\text{dyn}} = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} = \frac{C_2^2 - C_{m1}^2}{2g} \quad \text{❖ ارتفاع دینامیک:}$$

$$C_{m1} = C_{m2} \quad \text{❖ با فرض برابری سطح ورود و خروج پره ها:}$$

$$H''_{\text{dyn}} = \frac{C_2^2 - C_{m2}^2}{2g} \quad \text{❖ بنابراین:}$$
$$H''_{\text{dyn}} = \frac{1}{2g} (C_{u2})^2$$

❖ نتیجه آن که:

(۱) ارتفاع کلی با C_{u2} ارتباط خطی دارد. (۲) ارتفاع دینامیک با مجذور C_{u2} متناسب است.





زاویه خروجی چرخ و ضریب عکس العمل

❖ مثلث های سرعت خروجی برای سرعت محیطی U_2 و سرعت نصف النهاری C_{m2} مساوی اما با زاویه خروجی β'_2 متفاوت:

❖ مقدار حداقل β'_2 در مثلث ALM (رو به عقب) که در آن:

$$H'' = \frac{U_2}{g} C_{u2} = 0 \quad (C_{u2} = 0)$$

❖ مقدار حداکثر β'_2 در مثلث DLM (رو به جلو) که در آن:

$$H''_{pot} = H'' - H''_{dyn} \\ = \frac{U_2}{g} (2U_2) - \frac{(2U_2)^2}{2g} = 0 \quad (C_{u2} = 2U_2)$$

❖ مثلث CLM (شعاعی) مربوط به حالت خاصی است که در آن:

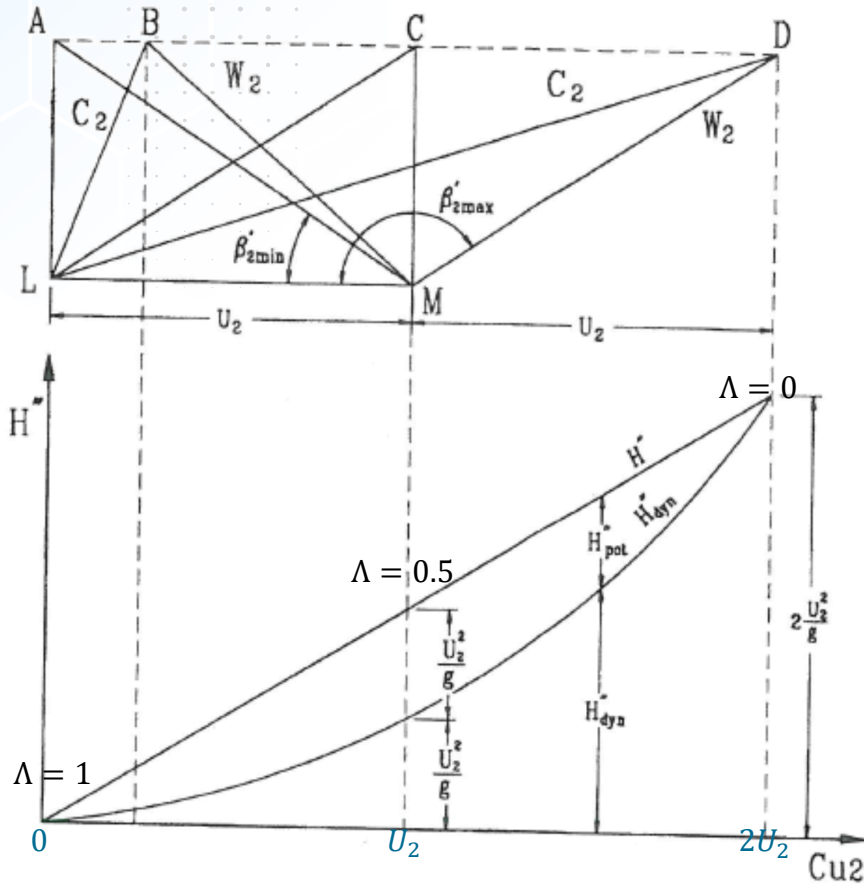
$$H''_{dyn} = \frac{U_2^2}{2g} \\ H''_{pot} = \frac{U_2}{g} (U_2) - \frac{U_2^2}{2g} = \frac{U_2^2}{2g} \quad (C_{u2} = U_2) \\ H''_{pot} = H''_{dyn}$$

❖ نتیجه آن که با افزایش β'_2 :

۱) مقدار C_{u2} از یک مقدار حداقل به یک مقدار حداکثر مرتبا افزایش می یابد.

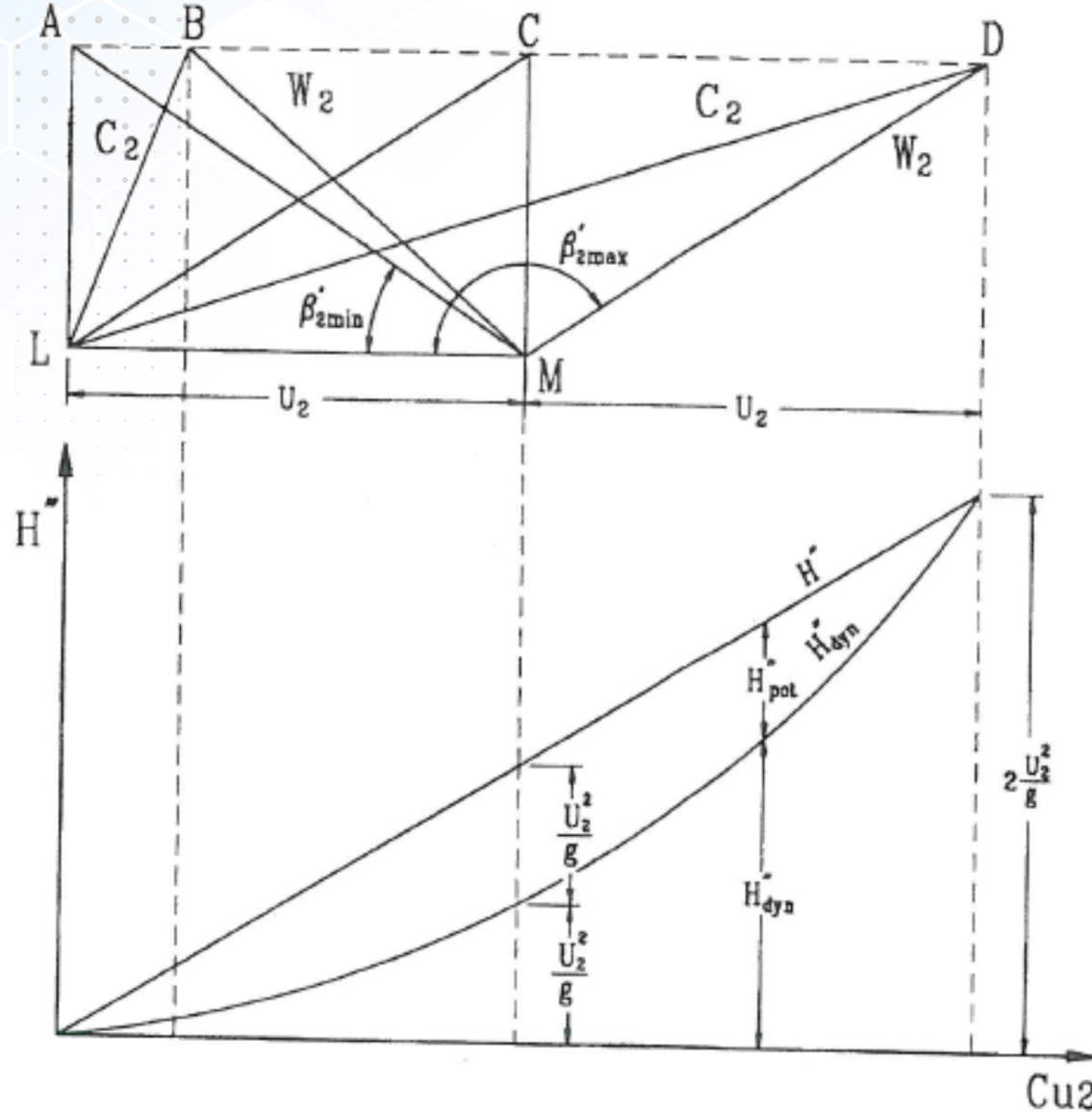
۲) ارتفاع کل متناسب با C_{u2} و ارتفاع دینامیک متناسب با C_{u2}^2 افزایش می یابد.

۳) ضریب عکس العمل ($\Lambda = H''_{pot} / H''$) از ۱ تا ۰ مرتبا کم می شود.





زاویه خروجی چرخ و ضریب عکس العمل



$$H'' = \frac{U_2}{g} C_{u2}$$

$$H''_{\text{dyn}} = \frac{1}{2g} (C_{u2})^2$$

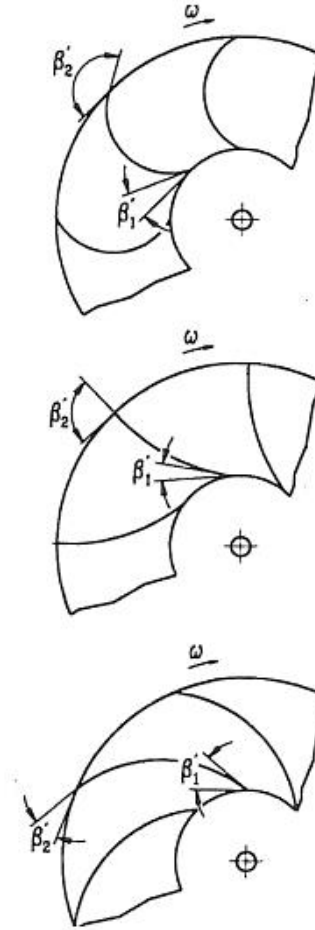
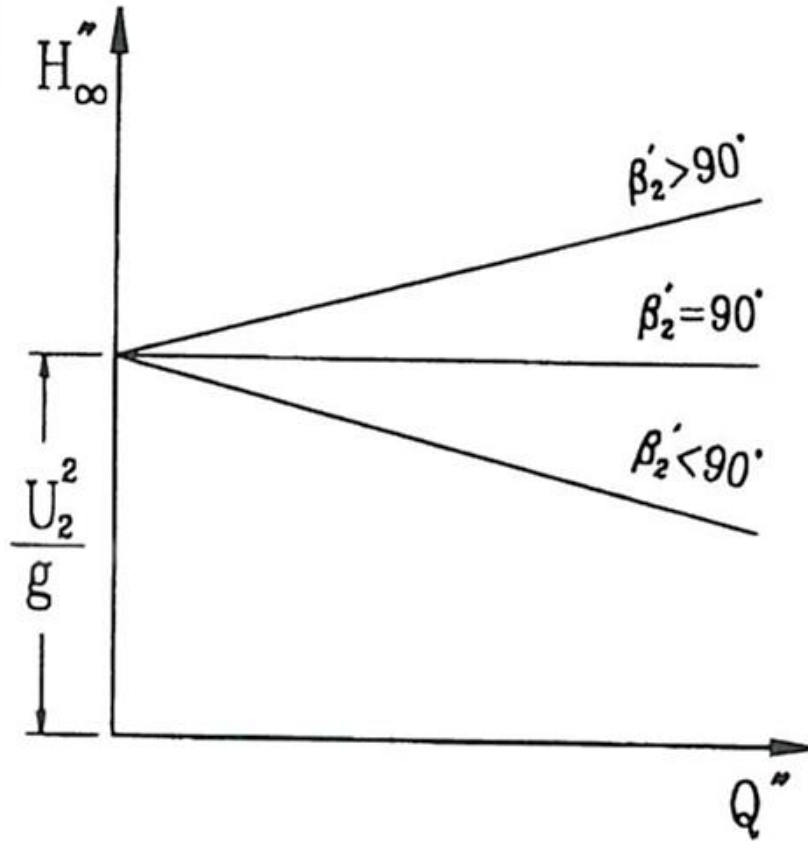
✓ توجه شود نتایج به دست آمده مربوط به حالتی است که سرعت های عمودی در ورود و خروج یکسان باشند. اما جنبه ی کیفی آن به سایر شرایط تعمیم پذیر است.





عوامل موثر در انتخاب زاویه خروجی پره‌ها

الف - شیب مشخصه مانومتریک

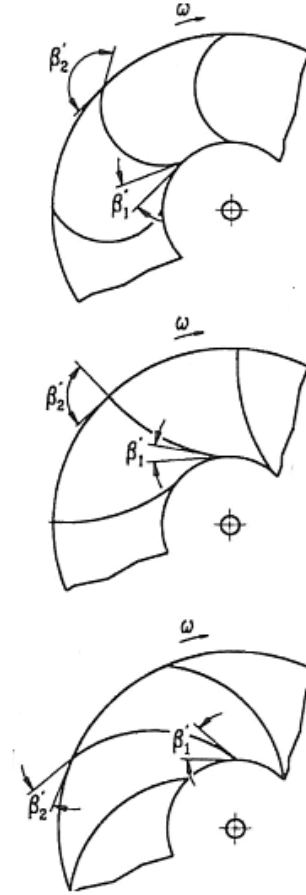
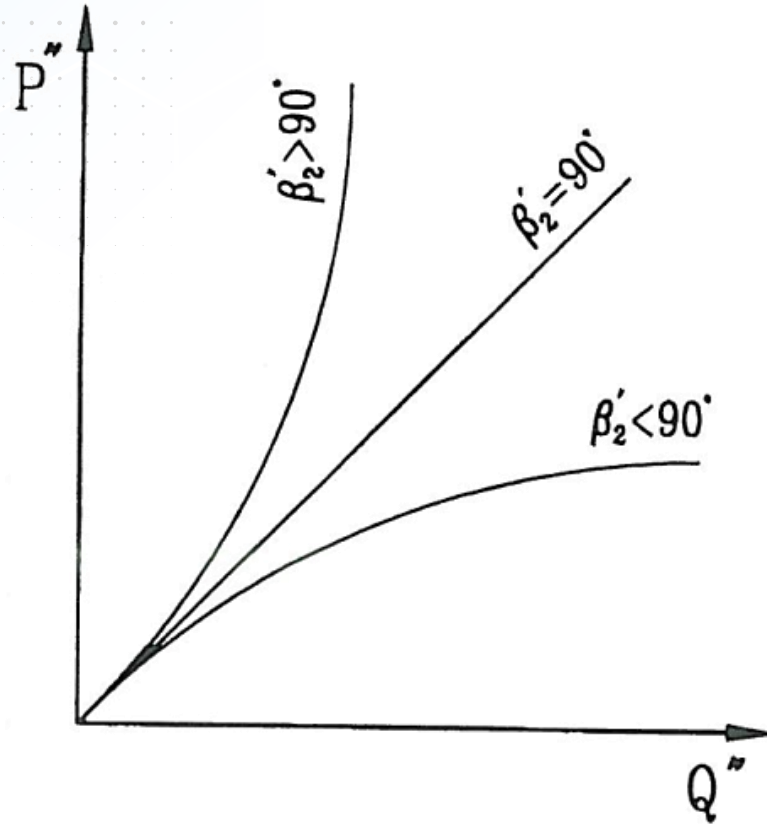




عوامل موثر در انتخاب زاویه خروجی پره‌ها

ب - تغییرات قدرت جذبی با دبی

اهمیت توجه به این مسئله در انتخاب موتور محرک و پیش‌بینی‌های لازم جهت جلوگیری از اضافه بار

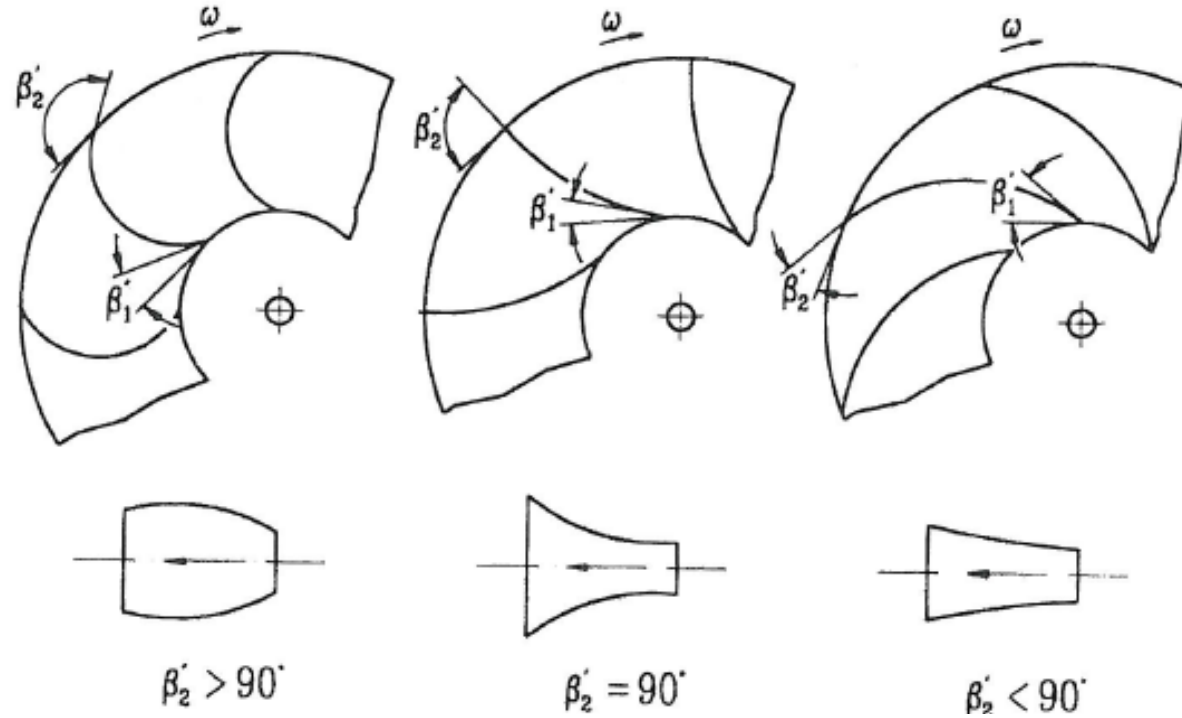




عوامل موثر در انتخاب زاویه خروجی پره‌ها

ج - بازده پمپ

- نحوه ی تغییر سطح مقطع جریان در چرخ‌های با پره‌های رو به عقب، شعاعی و رو به جلو
- در $\beta'_2 < 90^\circ$ سطح کانال به طور تدریجی و ملایم زیاد می‌شود.



- با افزایش β'_2 :

- (1) سرعت خروجی از چرخ افزایش می‌یابد.
 - (2) ضریب عکس‌العمل چرخ کاهش پیدا می‌کند.
 - (3) مقدار انرژی جنبشی زیادی باید در دیفیوزر و جمع‌کننده به انرژی پتانسیل تبدیل شود که تلفات بسیاری به همراه خواهد داشت.
 - (4) کاهش بازده چرخ
- نتیجه: در پمپ‌ها پره‌ها رو به عقب با زاویه $18^\circ < \beta'_2 < 30^\circ$ بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد.

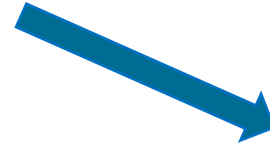




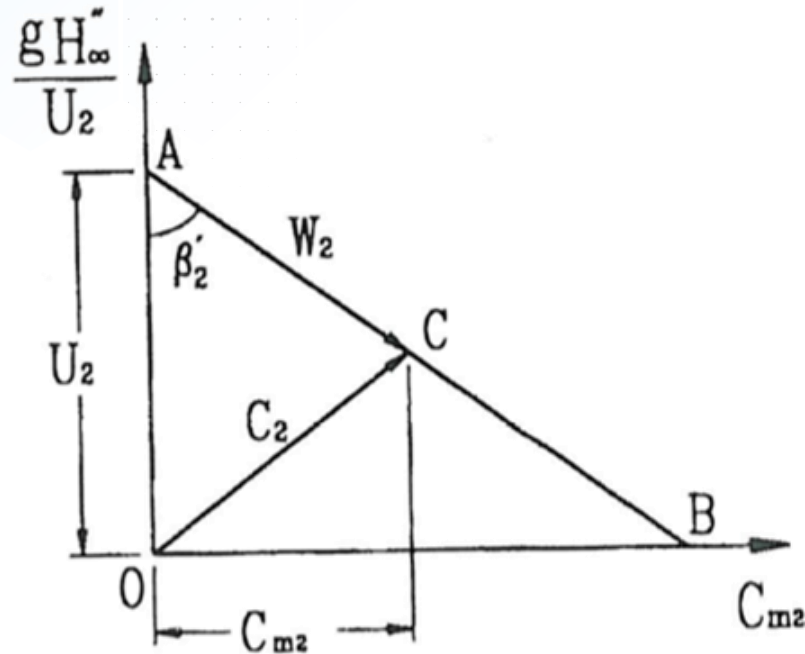
رابطه بین مثلث سرعت خروجی و مشخصه ایده آل

- از تقسیم مشخصه‌ی ایده آل به $\frac{U_2}{g}$ داریم:

$$\frac{gH''_{\infty}}{U_2} = U_2 - \frac{Q''}{2\pi K_2 R_2 b_2} \cotg \beta'_2$$



$$\frac{gH''_{\infty}}{U_2} = U_2 - C_{m2} \cotg \beta'_2$$



- C_{m2} مختصه‌ی محور افقی و $\frac{gH''_{\infty}}{U_2}$ مختصه‌ی محور قائم است.
- نقطه دلخواه C را انتخاب کرده و مثلث OAC را با قاعده‌ی U_2 ، ارتفاع C_{m2} و یک زاویه‌ی آن به اندازه‌ی β'_2 ، در نظر می‌گیریم.
- ❖ OAC معرف مثلث سرعت خروجی از چرخ است.
- ❖ خط AB معرف مشخصه‌ی ایده آل پمپ و همزمان مکان هندسی راس مثلث‌های سرعت خروجی بوده، هنگامی که دبی از صفر تا ماکزیمم تغییر نماید.





رابطه بین مثلث سرعت خروجی و مشخصه ایده‌آل

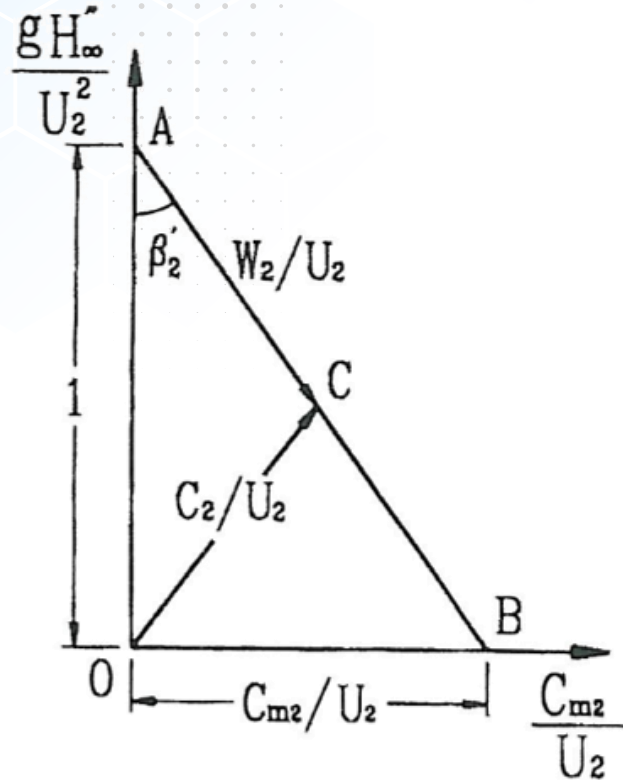
❖ با تقسیم رابطه به U_2 داریم (نرمالایز کردن):

$$\frac{gH''_{\infty}}{U_2} = U_2 - C_{m2} \cotg \beta'_2 \quad \longrightarrow \quad \frac{gH''_{\infty}}{U_2^2} = 1 - \frac{C_{m2}}{U_2} \cotg \beta'_2$$

❖ خط AB مکان هندسی راس مثلث‌های سرعت خروجی است که اضلاع آن بر U_2 تقسیم شده است.

❖ خط AB مشخصه‌ی بی‌بعد ایده‌آل مربوط به تمام پمپ‌های با زاویه β'_2 مساوی است.

❖ جهت تعیین خط AB در دستگاه بدون بعد کافیست به اندازه واحد بر روی محور قائم انتخاب کرده و با داشتن زاویه خروجی پره این خط را رسم نماییم.



سپاس از توجه شما

بسم الله الرحمن الرحيم

توربوماشین‌ها



محمدصادق کریمی

گروه تبدیل انرژی، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شریف

پاییز ۱۴۰۴



مقدمه، توزیع سرعت در صفحه نصف‌النهاری، ضریب ناهماهنگی

۸-۱

توزیع سرعت در صفحه پره‌ها و ضریب لغزش

۸-۲

توزیع واقعی سرعت در دو پره، اصلاح مثلث سرعت‌ها

۸-۳





عناوین فصل

❖ مقدمه

❖ توزیع سرعت در صفحه نصف النهاری

❖ تعریف ضریب ناهماهنگی

❖ محاسبه‌ی ضریب ناهماهنگی

❖ توزیع سرعت در صفحه پره‌ها

❖ ضریب لغزش

❖ روش‌های محاسبه ضریب لغزش

❖ مقایسه بین روش‌های مختلف

❖ توزیع واقعی سرعت بین دو پره؛ پدیده Jet & Wake

❖ رسم مثلث سرعت‌ها با توجه به انحراف زاویه‌ای

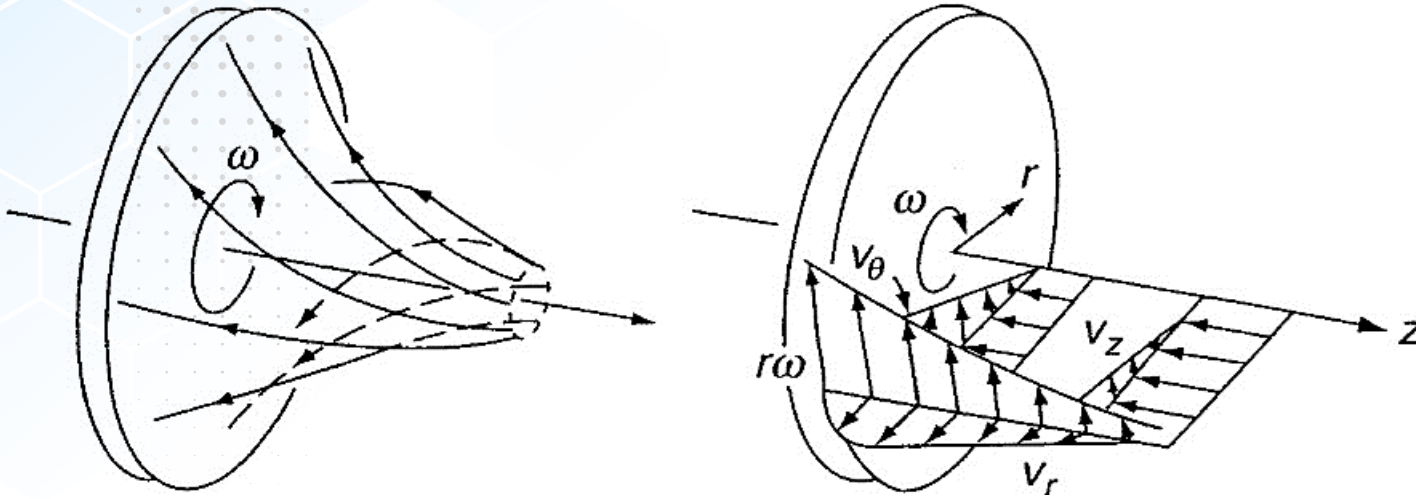




دشواری حل تحلیلی مسئله

فرضیات:

سیال نیوتنی
جریان تراکم ناپذیر
صرف نظر از پره ها
حالت پایا
جریان آرام
مقارن



$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{\partial}{\partial z} (v_z) = 0$$

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} - \frac{v_r}{r^2} \right)$$

$$v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} v_r v_\theta = \nu \left(\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} - \frac{v_\theta}{r^2} \right)$$

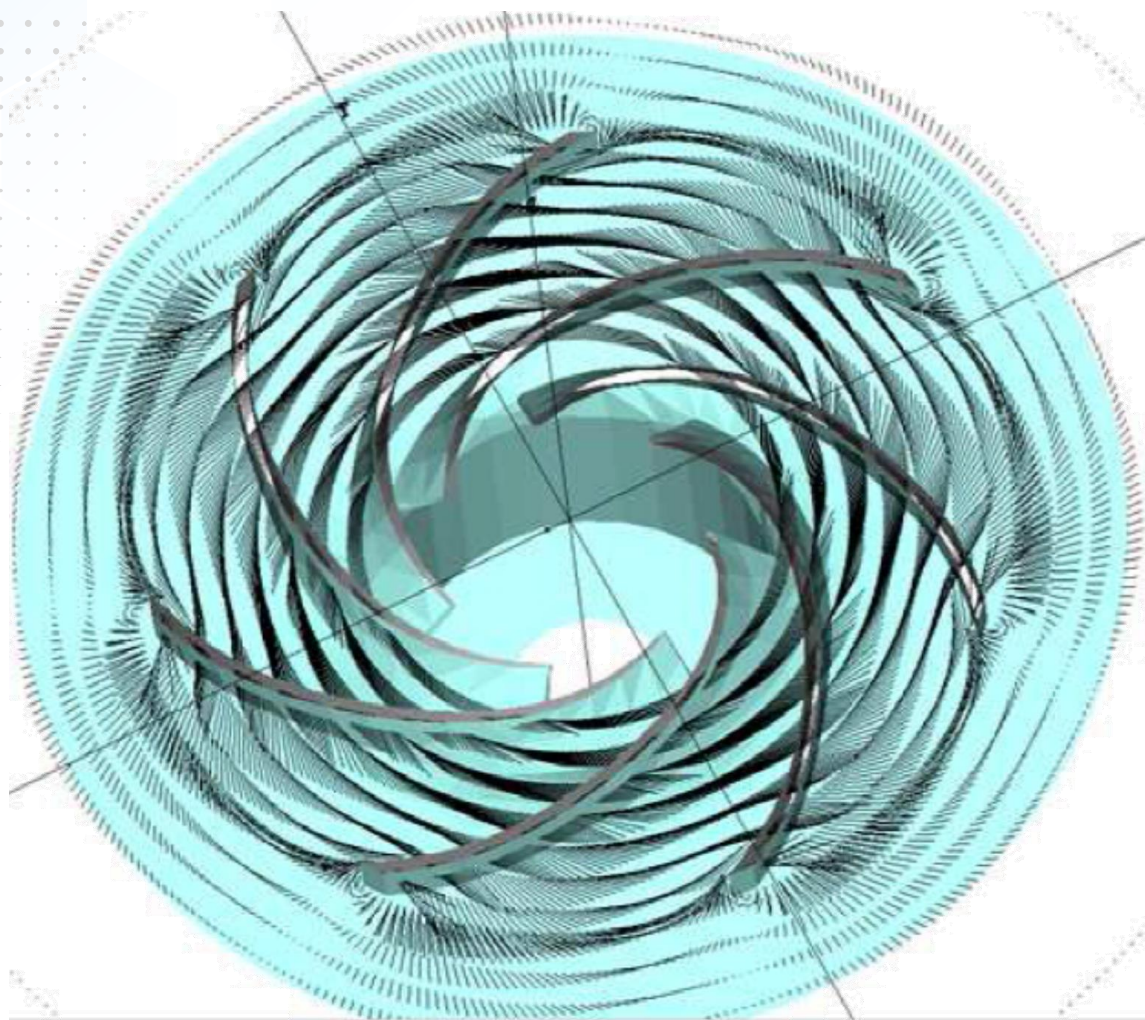
$$v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right)$$

$$z = 0: \quad v_r = v_z = 0 \quad v_\theta = r\omega \quad p = \text{const} = 0$$

$$z \rightarrow \infty: \quad v_r = v_\theta = \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

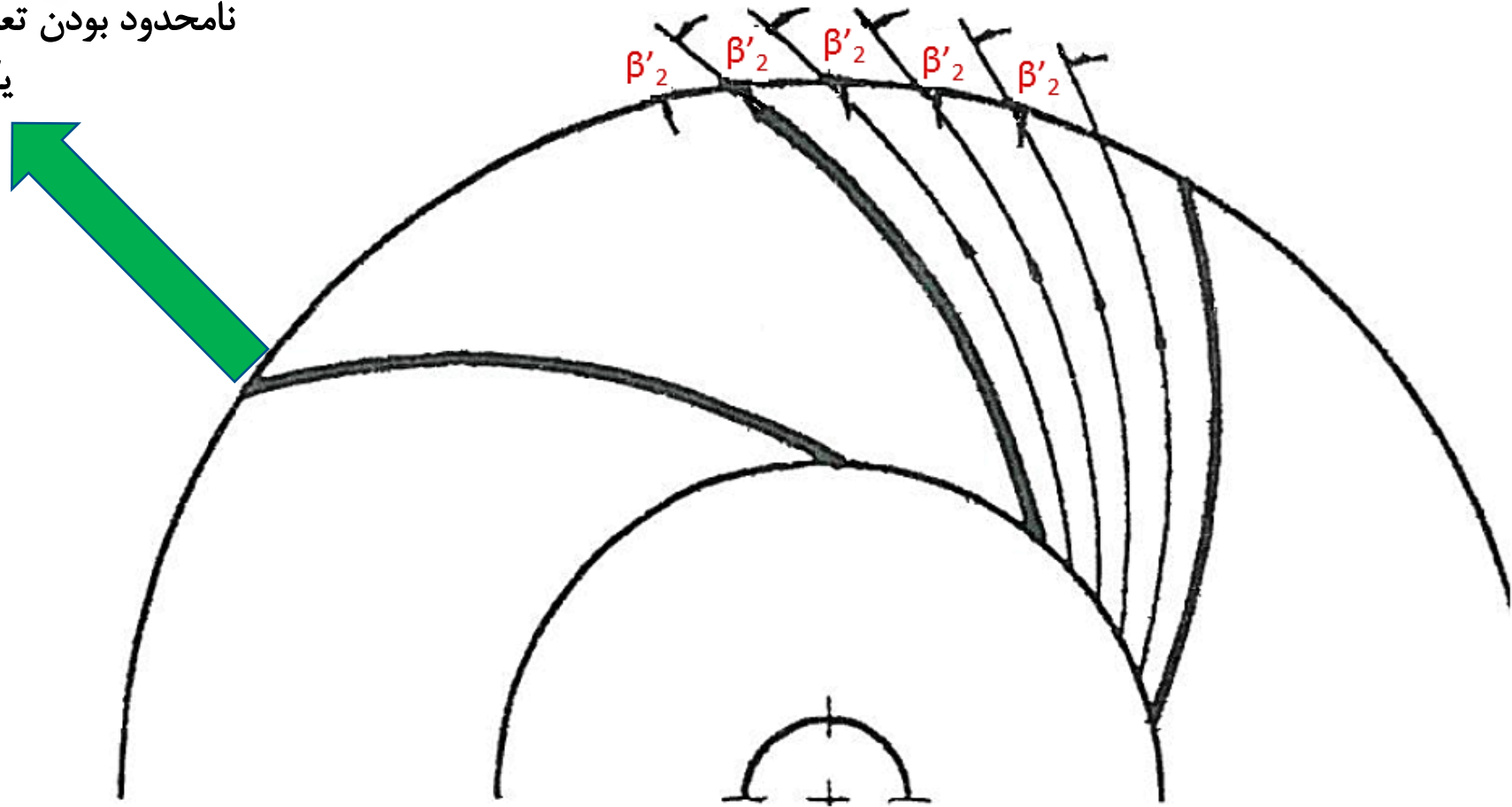


❖ سه بعدی بودن جریان واقعی در توربوماشین‌ها حتی در غیاب لزجت سیال



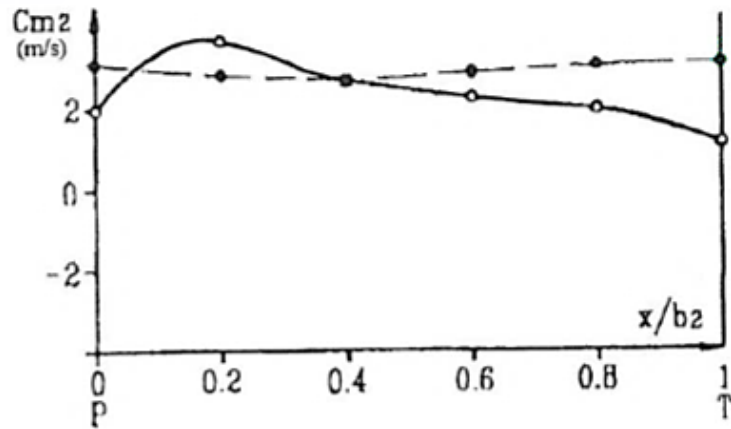
❖ عدم پیروی الگوی جریان از پروفیل پره‌ها

نیاز به تصحیح روابط بدست آمده
با فرض یک بعدی بودن جریان و
نامحدود بودن تعداد پره‌ها و پروفیل سرعت
یکنواخت



❖ به دلیل استقلال معادله اولر از الگوی جریان بین مقاطع ورودی و خروجی، توزیع سرعت از نظر میزان تبادل انرژی اهمیت دارد.

$$H'' = \frac{1}{\gamma Q''} \left[\int_{A_2} U_2 C_2 \cos \alpha_2 (\rho_2 C_{m2} dA_2) - \int_{A_1} U_1 C_1 \cos \alpha_1 (\rho_1 C_{m1} dA_1) \right]$$



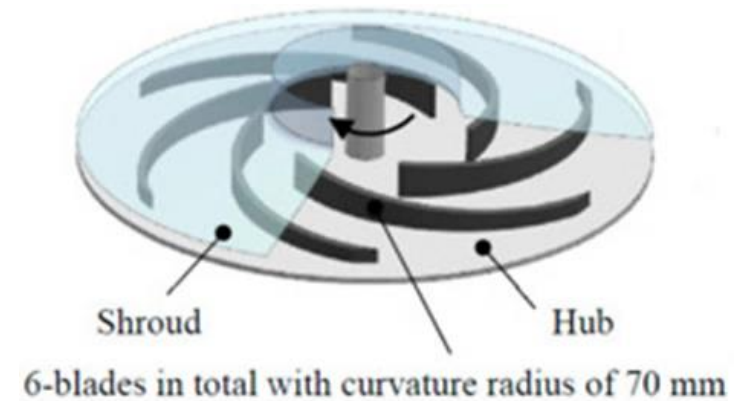
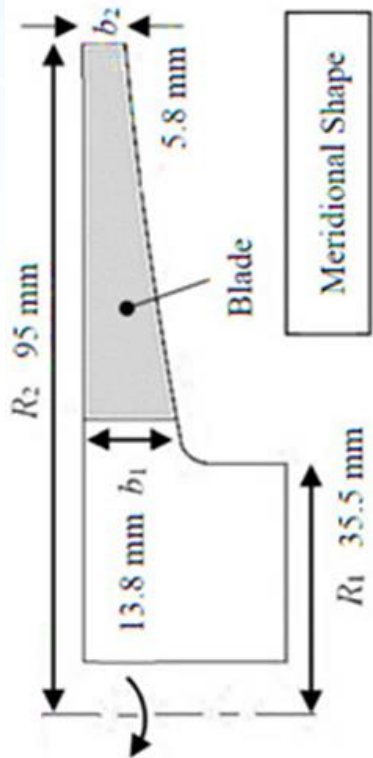
❖ غیر یکنواختی پروفیل سرعت در مقاطع

❖ با توجه به فرض ورودی شعاعی در پمپ‌های سانتریفیوژ، صرفاً مطالعه‌ی الگوی جریان در مقطع خروجی اهمیت دارد.

کمتر شدن مومنتم زاویه‌ای سیال در خروج نسبت به محاسبه‌ی تئوری یک بعدی با فرض بی‌نهایت بودن پره‌ها به دلیل انحراف خطوط جریان از امتداد پره‌ها و غیریکنواختی سرعت در آن مقاطع؛ کمتر شدن انرژی دریافتی سیال از چرخ

مقدمه

❖ بررسی جریان در دو صفحه نصف‌النهاری (MP) و صفحه محیطی پره‌ها (BP) به طور مجزا به منظور تصحیح روابط حاصل از تئوری یک‌بعدی

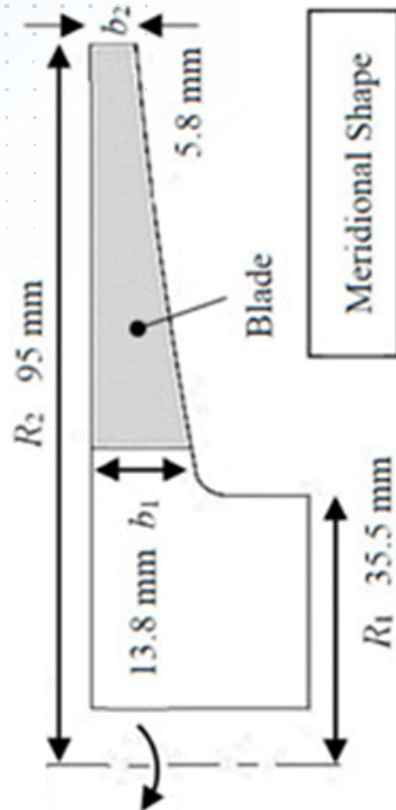


❖ تعریف ضریب ناهماهنگی و ضریب لغزش برای بیان انحراف از تئوری یک‌بعدی به ترتیب در صفحات MP و BP

❖ روش تحلیل شبه سه بعدی با بررسی دو جریان دو بعدی (روش شبه سه بعدی)

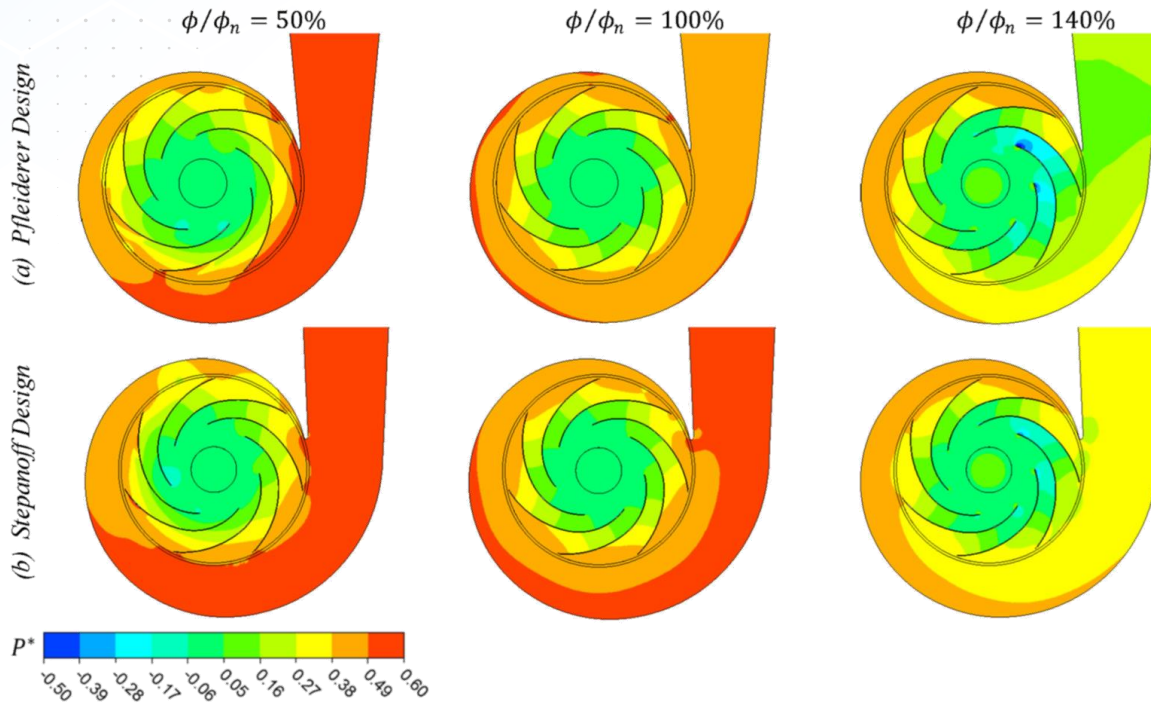
□ فرض جریان یک بعدی در صفحه BP و بررسی اثر دو بعدی آن در صفحه‌ی MP به کمک ضریب ناهماهنگی

□ فرض جریان یک بعدی در صفحه MP و بررسی اثر دو بعدی در صفحه‌ی BP به کمک ضریب لغزش



❖ مطالعه‌ی حرکت سه بعدی سیال فقط در مرحله‌ی تحلیل برای چرخ‌های سانتریفیوژ و اعمال ضرایب تصحیح حاصل از تحلیل به روش یک بعدی در مرحله‌ی طراحی

❖ طراحی پمپ‌های سانتریفیوژ به روش یک بعدی و با استفاده از قوانین تشابه و تجارب موجود و تحلیل به کمک روش‌های دو بعدی و سه بعدی



- ❖ عدم ارتباط ضرایب ناهماهنگی و لغزش به بازده و استفاده‌ی صرف برای تصحیح خطای ناشی از فرضیات نادرست در محاسبه‌ی ارتفاع اولر
- ❖ با توجه به ارتفاع اولر در حکم ارتفاع ایده‌آل تولیدی پمپ در غیاب لزجت سیال، نبایستی تاثیر لزجت بر الگوی جریان را در محاسبه‌ی آن دخالت داد. استفاده ← تئوری جریان پتانسیل در تعیین ضرایب تصحیح
- ❖ بررسی تجربی درستی ضرایب تصحیح به دلیل حضور اثرات لزجت در جریان واقعی دشوار است.

توزیع سرعت در صفحه نصف‌النهاری

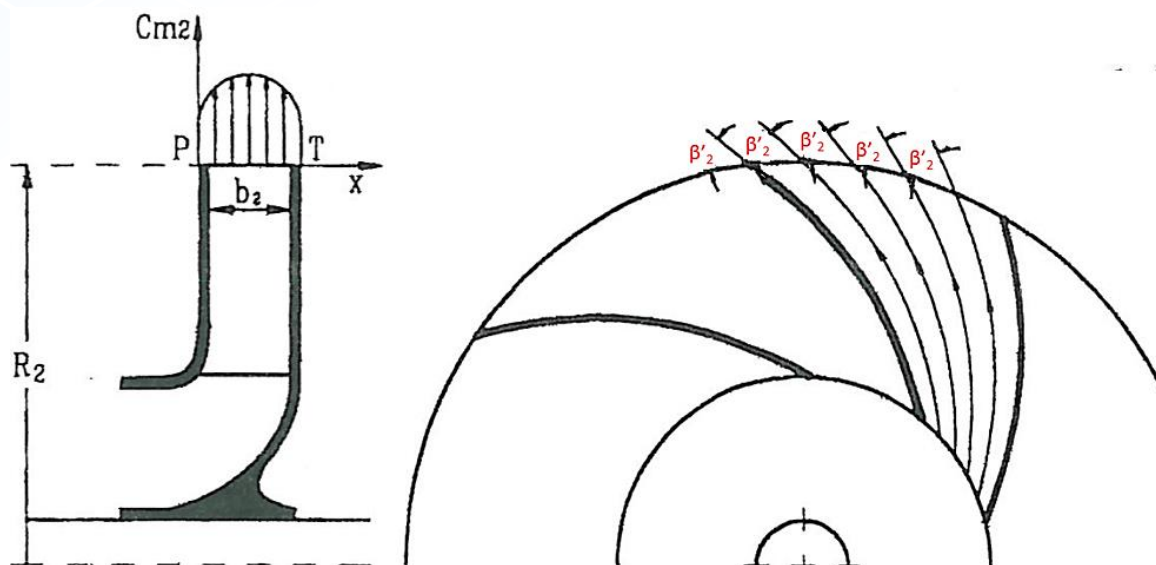
توزیع سرعت نصف‌النهاری در خروج از چرخ
غیریکنواخت می‌شود.



❖ تغییر ۹۰ درجه‌ای امتداد سرعت جریان در
صفحه نصف‌النهاری هنگام ورود به چرخ پمپ
سانتریفیوژ

❖ کاهش ارتفاع اولر به دلیل عدم یکنواختی توزیع
سرعت نصف‌النهاری در خروج از چرخ

❖ در نظر گرفتن صرفاً غیریکنواختی سرعت
نصف‌النهاری در این مرحله با فرض یکسان
ماندن زاویه نسبی کلیه خطوط جریان در
صفحه‌ی پره‌ها به اندازه β'_2



❖ حالت کلی معادله اولر:

$$H'' = \frac{1}{\gamma Q''} \left[\int_{A_2} U_2 C_2 \cos \alpha_2 (\rho_2 C_{m2} dA_2) - \int_{A_1} U_1 C_1 \cos \alpha_1 (\rho_1 C_{m1} dA_1) \right]$$

❖ ورودی شعاعی $\alpha_1 = 90^\circ$:

$$H'' = \frac{1}{\gamma Q''} \int_{A_2} U_2 C_2 \cos \alpha_2 (\rho_2 C_{m2} dA_2)$$



$$H'' = \frac{1}{\gamma Q''} \int_{A_2} U_2 C_2 \cos \alpha_2 (\rho_2 C_{m2} dA_2)$$

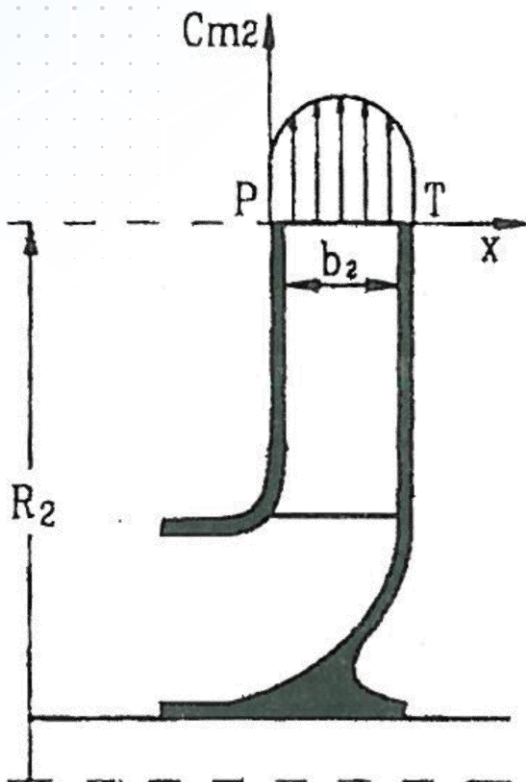
❖ با توجه به فرض توزیع یکنواخت سرعت در محیط چرخ
(از صفر تا 2π) داریم:

$$dA_2 = 2\pi K_2 R_2 dx$$

$$H'' = \frac{1}{\gamma Q''} \int_{A_2} U_2 C_2 \cos \alpha_2 (\rho_2 C_{m2}) 2\pi K_2 R_2 dx$$

❖ برای هر مثلث سرعت خروجی می‌توان نوشت:

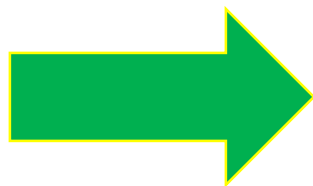
$$C_2 \cos \alpha_2 = U_2 - C_{m2} \cotg \beta_2$$



$$H'' = \frac{1}{\gamma Q''} \int_{A_2} U_2 C_2 \cos \alpha_2 (\rho_2 C_{m2}) 2\pi K_2 R_2 dx$$

$$C_2 \cos \alpha_2 = U_2 - C_{m2} \cotg \beta'_2$$

❖ از ترکیب دو معادله‌ی مذکور خواهیم داشت:



$$H''_{\infty} = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{g} \left[\frac{\int_0^{b_2} C_{m2}^2 dx}{\int_0^{b_2} C_{m2} dx} \right] \cotg \beta'_2$$

تعریف ضریب ناهماهنگی

❖ نابرابری شوارتز برای دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ که استقلال خطی دارند:

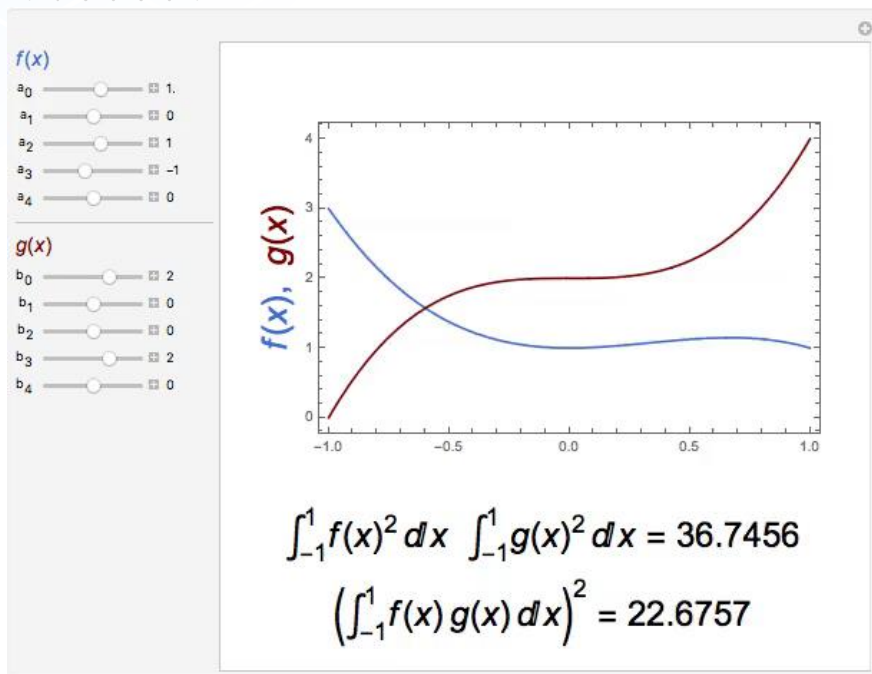
$$\left[\int f g \, dx \right]^2 \leq \int f^2 \, dx \cdot \int g^2 \, dx$$

❖ اگر $f(x) = 1$ و $g(x) = C_{m2}(x)$:

$$\left[\int_0^{b_2} C_{m2} \, dx \right]^2 \leq b_2 \int_0^{b_2} C_{m2}^2 \, dx$$

❖ و یا:

$$\frac{\int_0^{b_2} C_{m2}^2 \, dx}{\int_0^{b_2} C_{m2} \, dx} \geq \frac{\int_0^{b_2} C_{m2} \, dx}{b_2}$$



تعریف ضریب ناهماهنگی

سرعت متوسط نصف‌النهاری:

$$\overline{C_{m2}} = \frac{\int_0^{b_2} C_{m2} dx}{b_2}$$

در نتیجه:

$$\frac{\int_0^{b_2} C_{m2}^2 dx}{\int_0^{b_2} C_{m2} dx} = K \overline{C_{m2}}, K \geq 1$$

$K = 1$ برای زمانی است که سرعت C_{m2} در عرض چرخ ثابت باشد (فرض یک بعدی).



تعریف ضریب ناهماهنگی

$$\left. \begin{aligned} H''_{\infty} &= \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{g} \left[\frac{\int_0^{b_2} C_{m2}^2 dx}{\int_0^{b_2} C_{m2} dx} \right] \cotg \beta'_2 \\ \frac{\int_0^{b_2} C_{m2}^2 dx}{\int_0^{b_2} C_{m2} dx} &= K \overline{C_{m2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow H''_{\infty} = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{g} K \overline{C_{m2}} \cotg \beta'_2$$

تعریف ضریب ناهماهنگی

$$H''_{\infty} = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{g} K \overline{C_{m2}} \cotg \beta'_2$$

ارتفاع اولر با استفاده از تئوری یک بعدی:

$$H''_{\infty} = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{g} C_{m2} \cotg \beta'_2$$

- ❖ با توجه به معادلات بالا و $K \geq 1$ ، عدم توزیع یکنواخت C_{m2} باعث کاهش ارتفاع اولر می‌گردد.
- ❖ ضریب ناهماهنگی K جهت تصحیح فرض توزیع یکنواخت C_{m2} به کار می‌رود.
- ❖ اثر توزیع غیر یکنواخت در پره‌های شعاعی ($\cotg \beta'_2 = 0$) صفر است.
- ❖ اثر توزیع غیریکنواخت با کاهش زاویه خروجی افزایش پیدا می‌کند.

تعریف ضریب ناهماهنگی

❖ استفاده از ضریب C_H جهت بیان اثر توزیع غیر یکنواخت C_{m2} در آثار برخی نویسندگان به صورت:

$$C_H = \frac{H_n''}{H_u''}$$

ارتفاع اولر برای توزیع غیر یکنواخت C_{m2}

ارتفاع اولر برای توزیع یکنواخت C_{m2}

❖ در این صورت:

$$C_H = (1 - K) \frac{U_2}{C_{u2}} + K \frac{\int_0^{b_2} C_{m2}^2 dx}{\int_0^{b_2} C_{m2} dx} = K \overline{C_{m2}}$$

محاسبه ضریب ناهماهنگی

❖ نیاز به دانستن پروفیل سرعت غیر یکنواخت در خروج از چرخ به جهت تعیین میزان خطای ناشی از کاربرد فرض نادرست توزیع یکنواخت

❖ ضریب C_H با روش ویسلیسنوس به صورت فرض سینوسی بودن پروفیل C_{m2} :

$$C_H = 1 - \left(\frac{\pi^2}{8} - 1\right)\left(\frac{U_2}{C_{u2}} - 1\right)$$



محاسبه ضریب ناهماهنگی

❖ اگر در چرخ‌های سانتریفیوژ رو به عقب از تقریب $2 \approx \frac{U_2}{C_{u2}}$ استفاده کنیم داریم:

$$C_H = 0.77$$

❖ نشان‌گر خطای بسیار زیاد نسبت به حالت ایده‌آل ← حنی خروجی یکنواخت‌تر از منحنی سینوسی است.

❖ غیر یکنواختی در توزیع سرعت واقعی، ناشی از اثرات اصطکاک و جدایی لایه مرزی روی دیواره‌های جانبی و سطوح پره‌هاست.

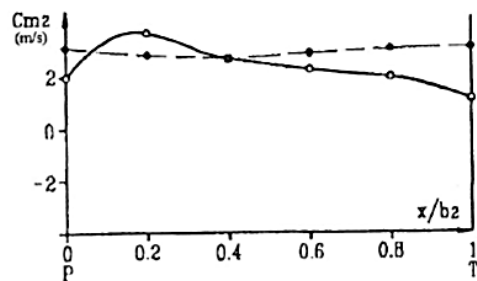
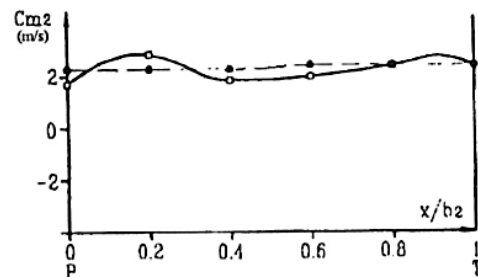
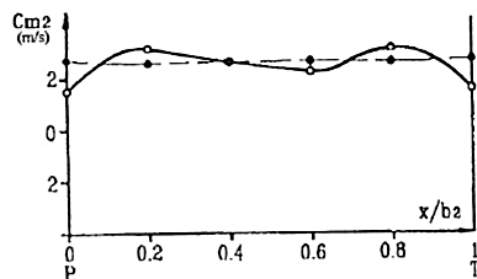
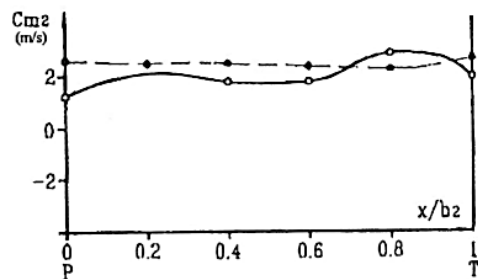
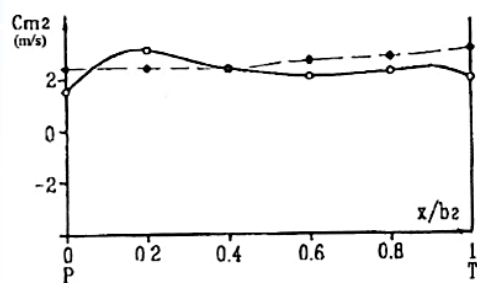
❖ با اتکا به نتایج حاصله از کارهای تحقیقاتی $C_H = 0.96$ به دست آمده است.

❖ واضح است که با تغییر دبی، پروفیل سرعت نیز تغییر می‌نماید و در دبی‌های خیلی کم اثر این ضریب زیاد است.

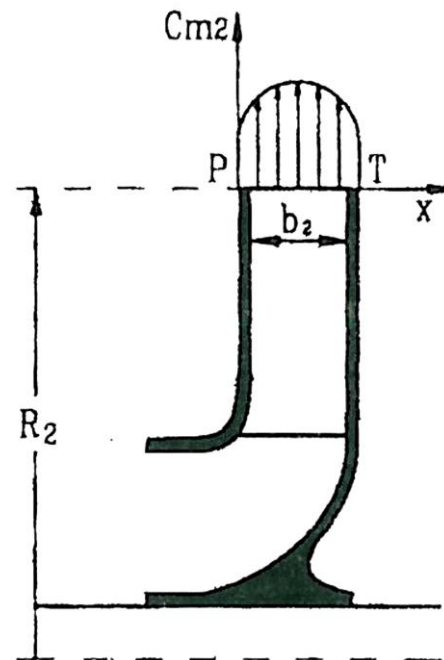


محاسبه ضریب ناهماهنگی

❖ نحوه‌ی توزیع سرعت C_{m2} در خروجی پنج چرخ در نقطه طراحی



● — ● توزیع سرعت با فرض جریان پتانسیل
○ — ○ توزیع سرعت واقعی



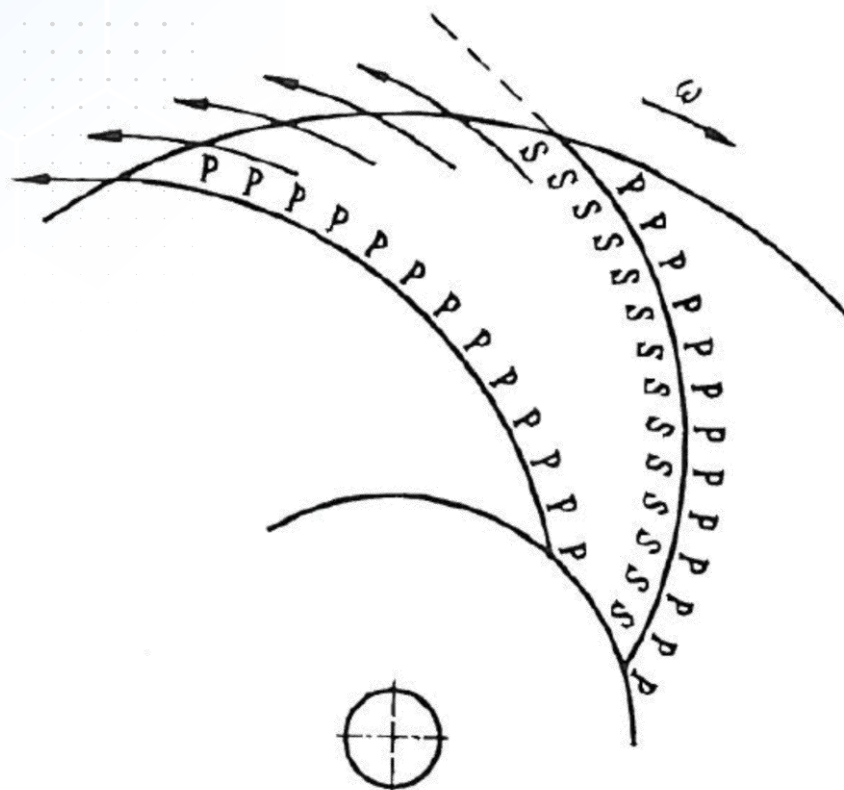
ضریب لغزش

❖ توزیع سرعت در صفحه‌ی پره‌ها برای چرخ با تعداد پره‌ی محدود حتی با سیال ایده‌آل نمی‌تواند یک‌بعدی باشد.

❖ طرفین پره اختلاف فشاری متناسب با گشتاور وجود دارد. هرچه تعداد پره کم‌تر شود این گشتاور بیش‌تر می‌گردد.

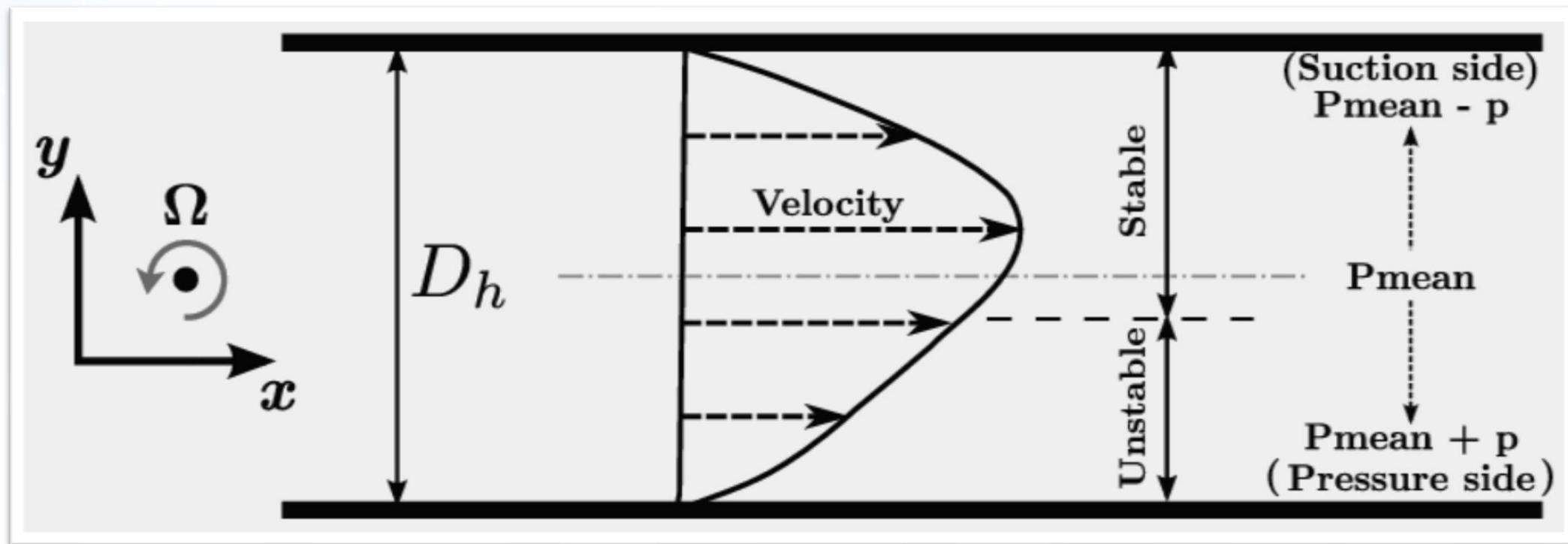
❖ وجود گرادیان فشار، گرادیان سرعت را نتیجه می‌دهد به طوری که سرعت در نواحی پر فشار کم و در نواحی کم فشار زیاد است. همچنین، این اختلاف فشار باعث به‌وجود آمدن گردابه می‌شود.

❖ عدم توزیع یکنواخت سرعت سیال در اثر محدود بودن تعداد پره‌ها، باعث کاهش مقدار ارتفاع مانومتریک (H'') نسبت به حالت تعداد بی‌نهایت پره‌ها (H_∞) می‌شود.

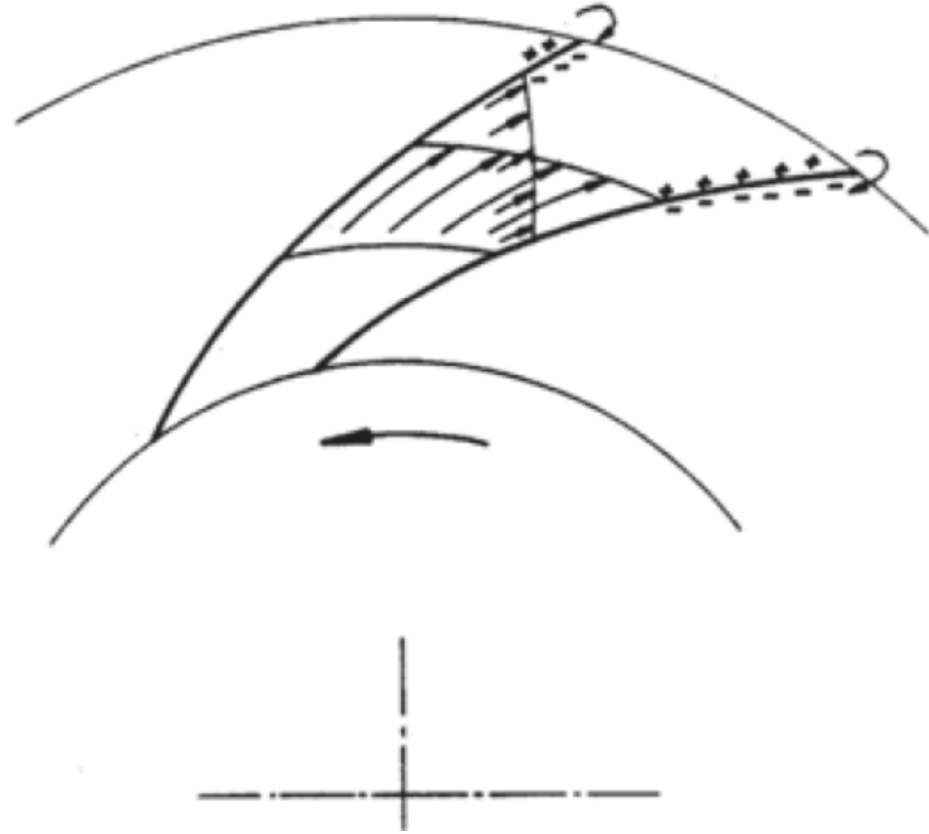
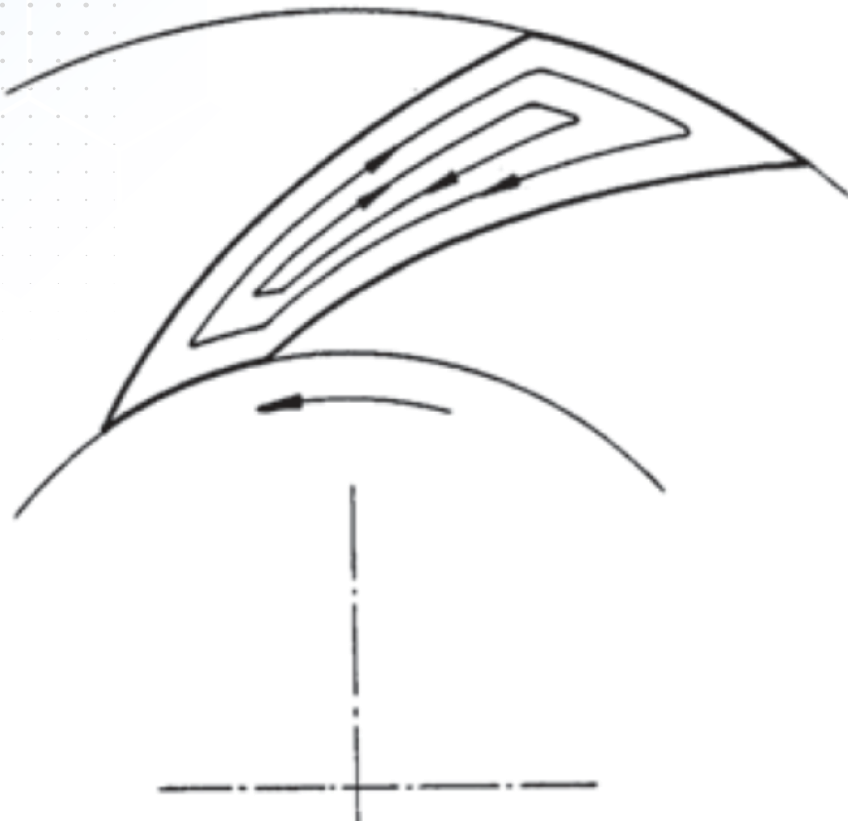


$$H'' = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{g} \frac{Q''}{2 \pi K_2 R_2 b_2} \cotg \beta_2$$

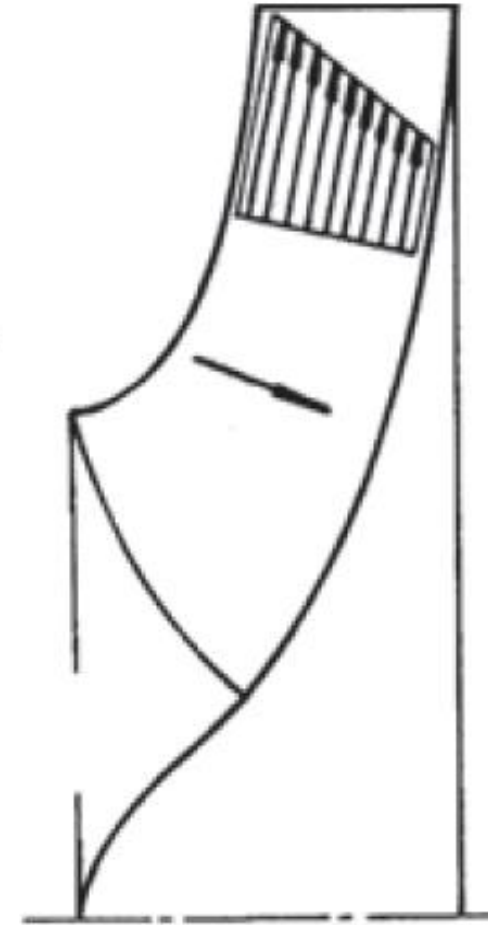
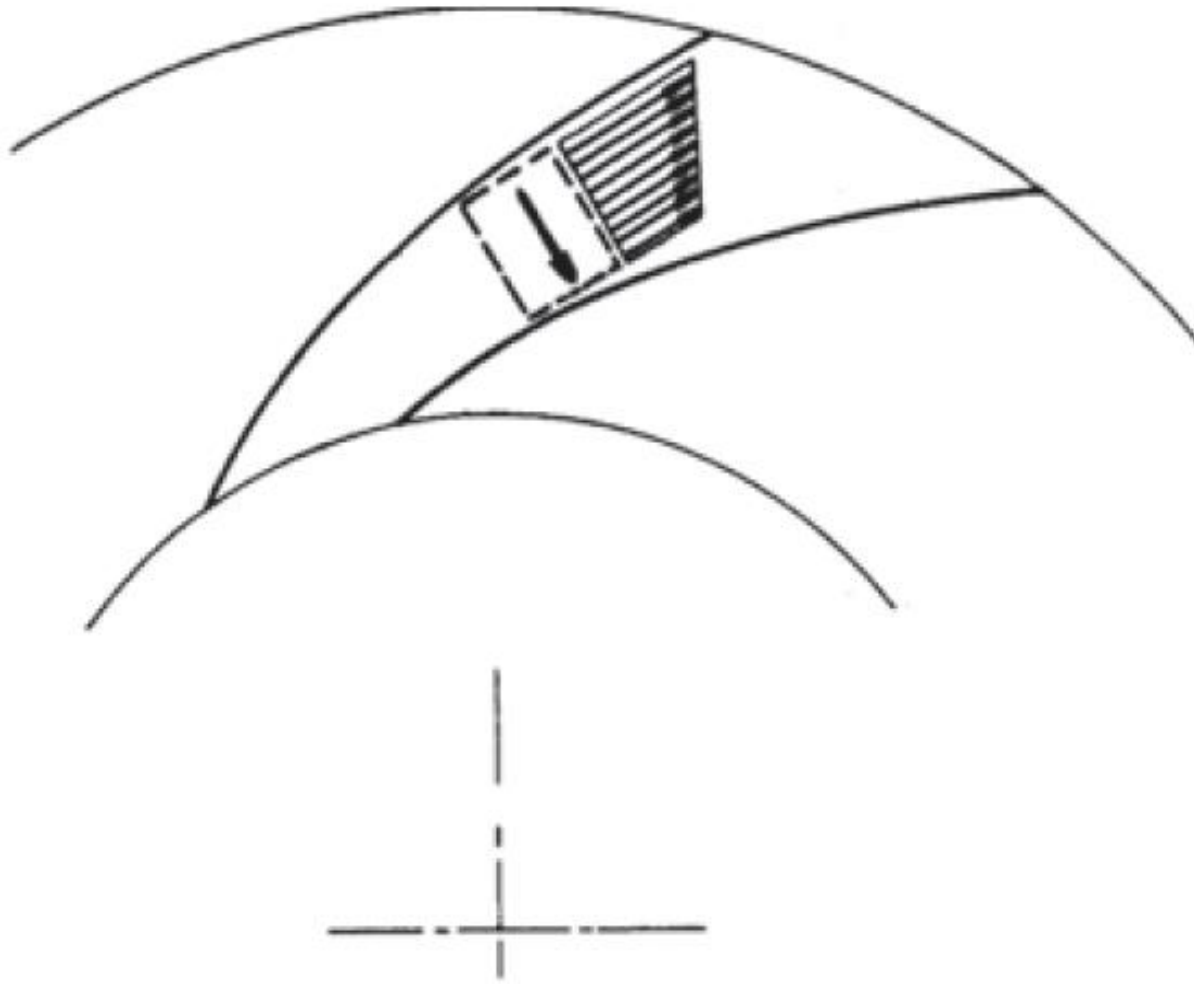
توزیع سرعت در صفحه پره‌ها



توزیع سرعت در صفحه پرها



توزیع سرعت در صفحه پرها



ضریب لغزش

$$H'' = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{g} \frac{Q''}{2\pi K_2 R_2 b_2} \cotg \beta_2$$

❖ با توجه به معادله زیر برای بی‌نهایت پره:

$$H''_{\infty} = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{g} \frac{Q''}{2\pi K_2 R_2 b_2} \cotg \beta'_2$$

و

$$\beta_2 < \beta'_2$$

خواهیم داشت

$$H'' < H''_{\infty}$$

❖ بنابراین به ناچار یک اختلاف زاویه‌ای δ بین زاویه‌ی پره β'_2 و زاویه خروجی نسبی سیال β_2 وجود داشته است.

$$\delta = \beta'_2 - \beta_2$$

انحراف زاویه‌ای (زاویه لغزش)

توزیع سرعت در صفحه پره‌ها (روشی دیگر)

❖ شتاب ناشی از نیروی سانتریفیوژ بدلیل دوران چرخ: $\vec{Cf} = r\omega^2 \hat{e}_r$

❖ شتاب کوریولیس بدلیل دوران چرخ: $\vec{Co} = -2\vec{\omega} \times \vec{w} = -2\omega w \hat{e}_n$

❖ شتاب سانتریفیوژ به دلیل انحنا خطوط جریان: $\vec{Cu} = \frac{w^2}{R} \hat{e}_n$

❖ نیروهای فشاری:

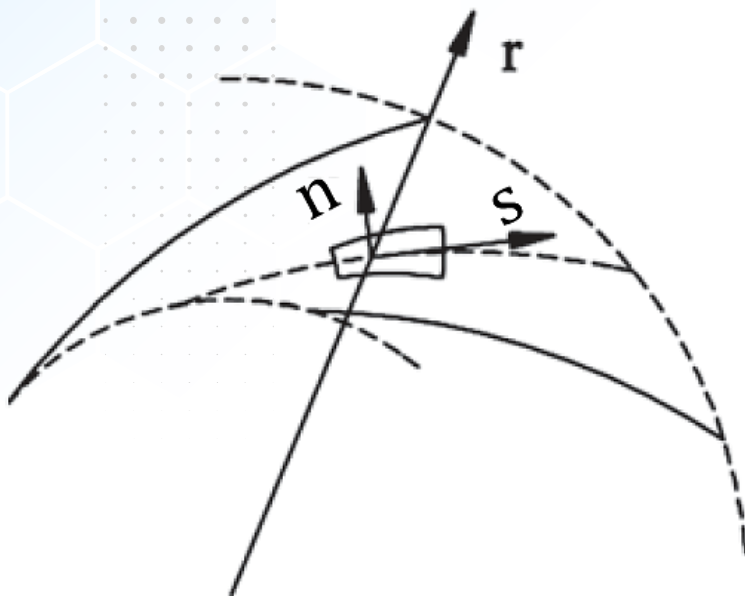
$$-\frac{\partial p}{\partial s} ds \, b \, dn \, \hat{e}_s \quad -\frac{\partial p}{\partial n} dn \, b \, ds \, \hat{e}_n$$

❖ مومنتوم در جهت خط جریان: $-\frac{\partial p}{\partial s} ds \, b \, dn + r\omega^2 \hat{e}_r \cdot \hat{e}_s \rho b \, ds \, dn = \rho b \, ds \, dn \, w \frac{\partial w}{\partial s}$

$$\rho w \frac{\partial w}{\partial s} = -\frac{\partial p}{\partial s} + \rho r \omega^2 \frac{\partial r}{\partial s}$$

$$w \frac{\partial w}{\partial s} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + \omega^2 r \frac{\partial r}{\partial s}$$





❖ شتاب سانتریفوژ بدلیل دوران چرخ:

$$\vec{C}_f = r\omega^2 \hat{e}_r$$

❖ شتاب کوریولیس بدلیل دوران چرخ:

$$\vec{C}_o = -2\vec{\omega} \times \vec{w} = -2\omega w \hat{e}_n$$

❖ شتاب سانتریفوژ به دلیل انحنای خطوط جریان:

$$\vec{C}_u = \frac{w^2}{R} \hat{e}_n$$

❖ نیروهای فشاری:

$$-\frac{\partial p}{\partial s} ds \, b \, dn \, \hat{e}_s \quad -\frac{\partial p}{\partial n} dn \, b \, ds \, \hat{e}_n$$

❖ مومنتوم عمود بر خط جریان:

$$-\frac{\partial p}{\partial n} dn \, b \, ds + r\omega^2 \hat{e}_r \cdot \hat{e}_n \rho b \, ds \, dn - 2\omega w \rho b \, ds \, dn + \frac{w^2}{R} \rho b \, ds \, dn = 0$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} + r\omega^2 \frac{\partial r}{\partial n} - 2\omega w + \frac{w^2}{R}$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} + \omega^2 r \frac{\partial r}{\partial n} - 2\omega w + \frac{w^2}{R}$$

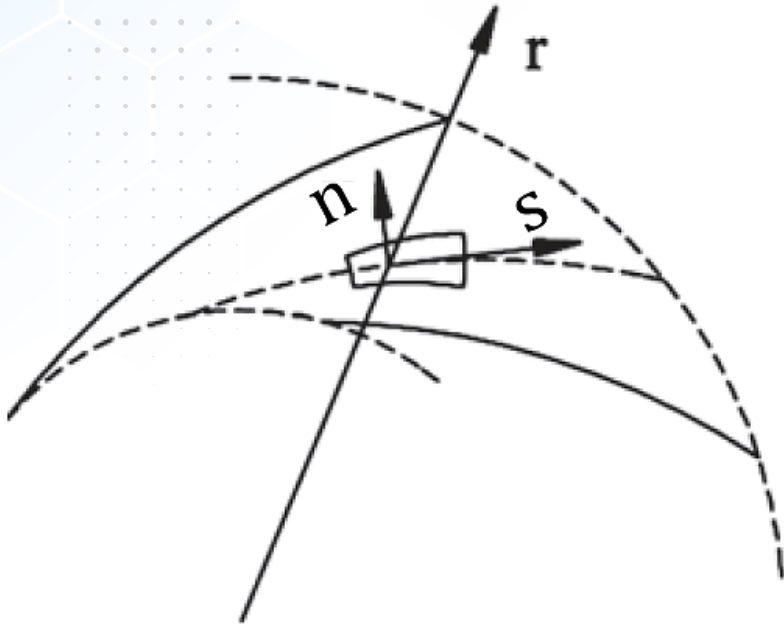
❖ معادلات مومنوم:

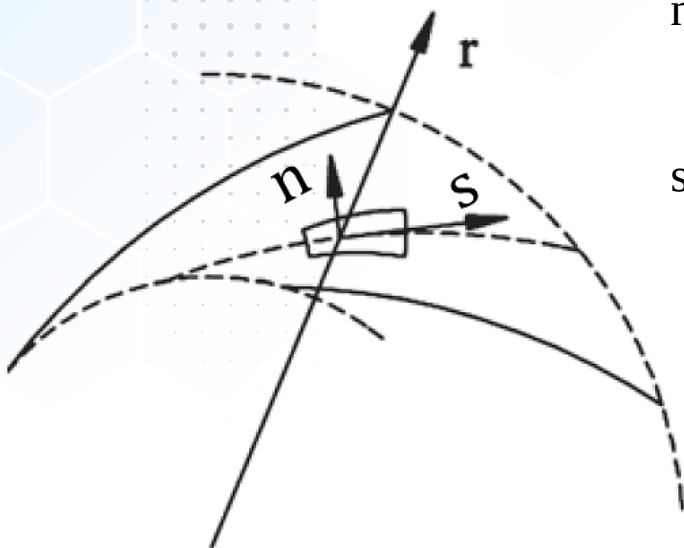
$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} + \omega^2 r \frac{\partial r}{\partial n} - 2\omega w + \frac{w^2}{R}$$

$$w \frac{\partial w}{\partial s} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + \omega^2 r \frac{\partial r}{\partial s}$$

$$\frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} - \omega^2 \frac{r^2}{2} = \text{constant}$$

$$\frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} - \frac{U^2}{2} = \text{constant}$$





❖ معادلات ممثوم:

$$\begin{aligned} n: & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} + \omega^2 r \frac{\partial r}{\partial n} - 2\omega w + \frac{w^2}{R} \\ s: & w \frac{\partial w}{\partial s} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + \omega^2 r \frac{\partial r}{\partial s} \end{aligned} \Rightarrow \frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} - \omega^2 \frac{r^2}{2} = \text{constant}$$

$$\frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} - \frac{U^2}{2} = \text{constant}$$

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} - \frac{U^2}{2} \right) = 0$$

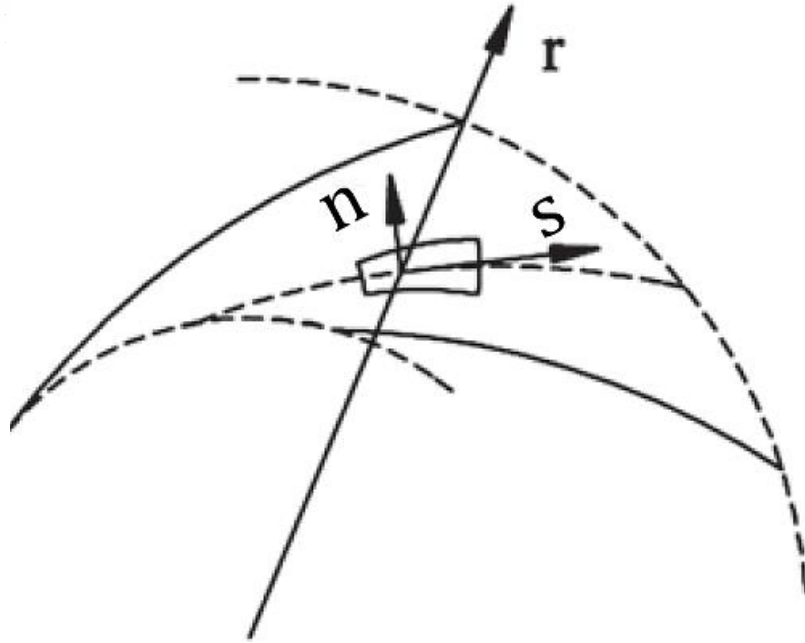
$$w \frac{\partial w}{\partial n} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} - \omega^2 r \frac{\partial r}{\partial n} = 0 \Rightarrow w \frac{\partial w}{\partial n} - 2\omega w + \frac{w^2}{R} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{\partial w}{\partial n} = 2\omega - \frac{w}{R}}$$

❖ تغییرات عرضی سرعت عمدتاً از نیروی کوریولیس سرچشمه می‌گیرد، اما به دلیل انحنای خطوط جریان کاهش می‌یابد. ($R > 0$)

$$\oint \vec{w} \cdot d\vec{l} = \int_S (\nabla \times \vec{w}) \cdot \vec{n} dS$$

❖ سیرکولاسیون:

$$\left(w - \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial n} dn \right) (R - \frac{1}{2} dn) d\theta - \left(w + \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial n} dn \right) (R + \frac{1}{2} dn) d\theta = \zeta R dn$$



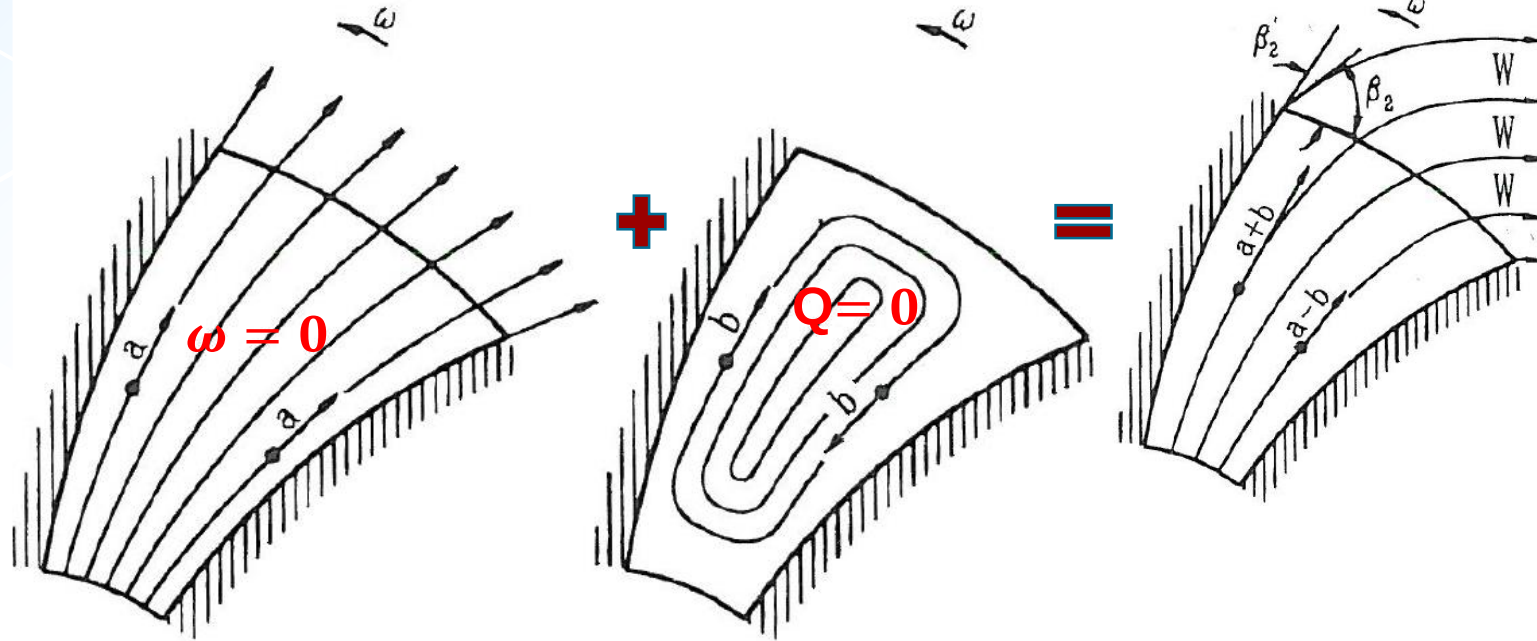
$$- \frac{\partial w}{\partial n} dn R - w dn = \zeta R dn$$

$$\frac{\partial w}{\partial n} + \frac{w}{R} = -\zeta = -2\omega_z$$

$$\boxed{\frac{\partial w}{\partial n} + \frac{w}{R} = 2\omega}$$

$$\omega_z = -\omega$$

توزیع سرعت در صفحه پره‌ها



جریان غیرگردابی

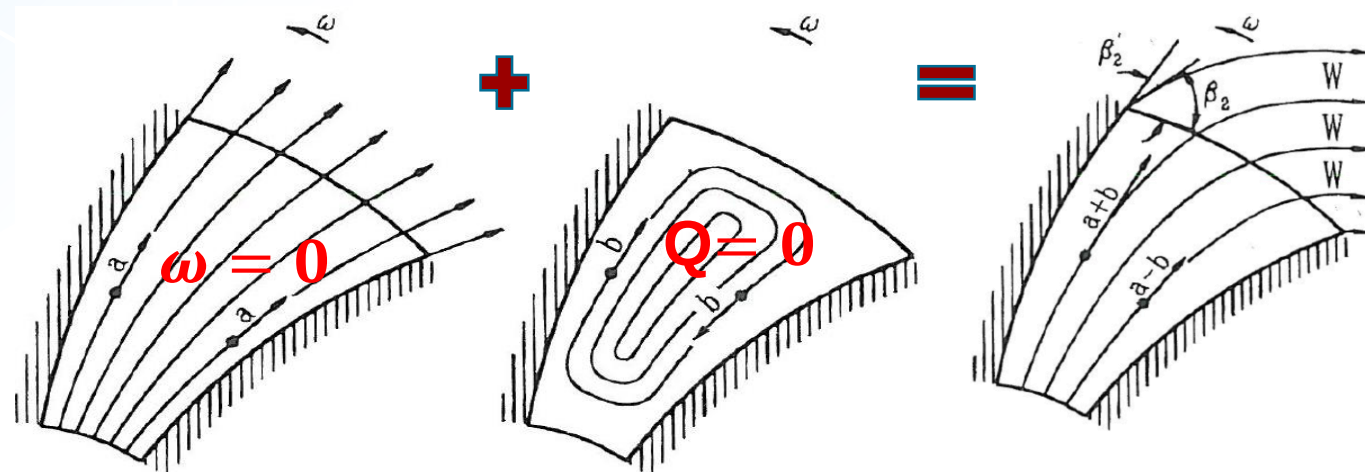
جریان گردابی

(جریان پتانسیل با دبی معلوم در کانال ساکن)

(جریان در کانال دوار با سرعت دورانی معلوم و مقاطع ورود و خروج مسدود)

❖ استانیتر با آنالیز دوبعدی حرکت سیال برای پره‌های نازک نشان داد که خطوط جریان غیر گردابی به موازات پره‌هاست.

❖ جریان گردابی مستقل از دبی است.



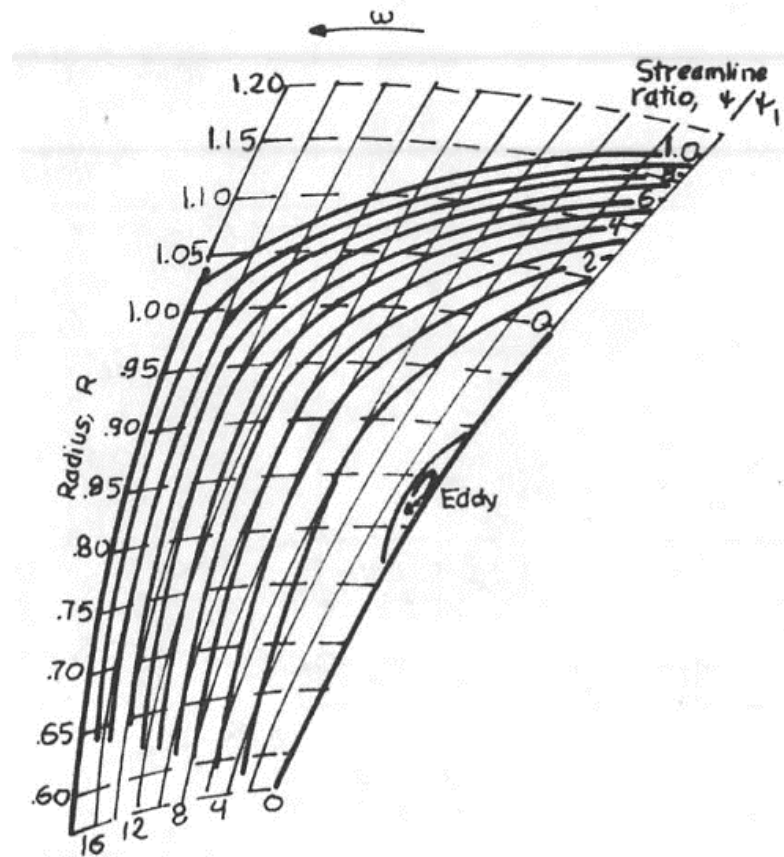
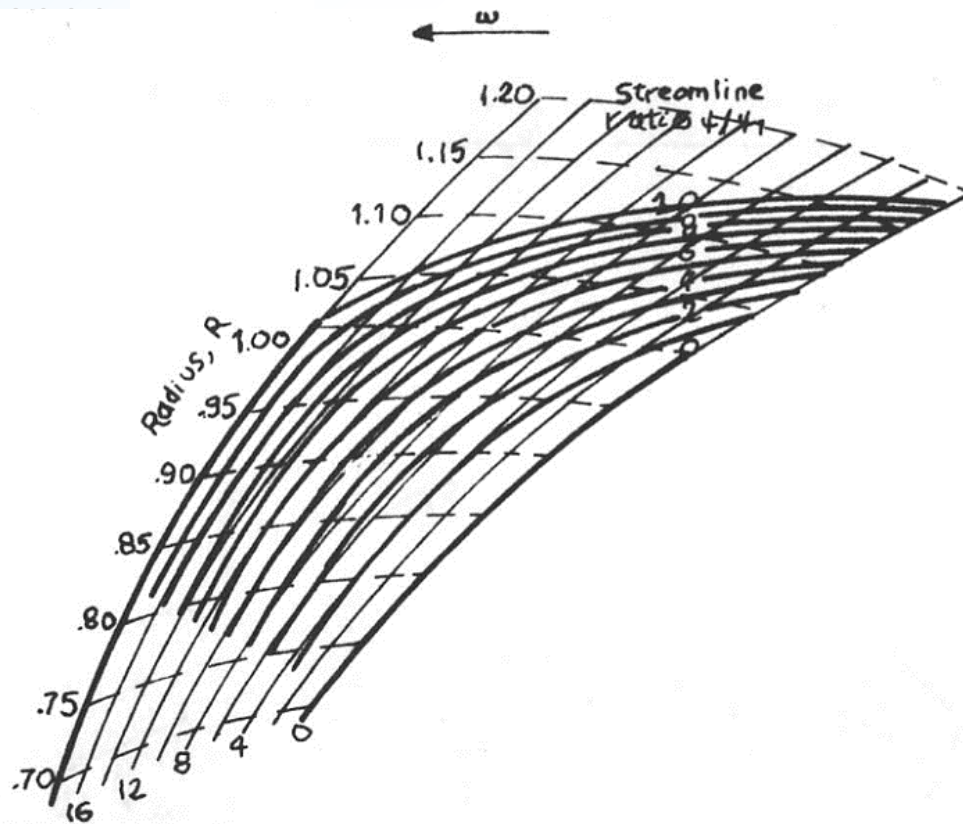
❖ الگوی جریان سیال ایده‌آل و پروفیل سرعت خروجی از جمع برداری دو سرعت گردابی و غیرگردابی به دست می‌آید.

❖ مشخص است که سرعت در سمت پر فشار کم و در سمت کم فشار، زیاد است.

❖ خطوط جریان در خروج از چرخ در خلاف جهت دوران آن یعنی در جهت جریان گردابی سیال بین دو پره خم می‌شوند. بنابراین همواره:

$$\beta_2 < \beta'_2$$

توزیع سرعت در صفحه پره‌ها



توزیع سرعت در صفحه پرها

برای بررسی رفتار کیفی جریان، با فرض توزیع خطی سرعت W در امتداد n می‌توان نوشت:

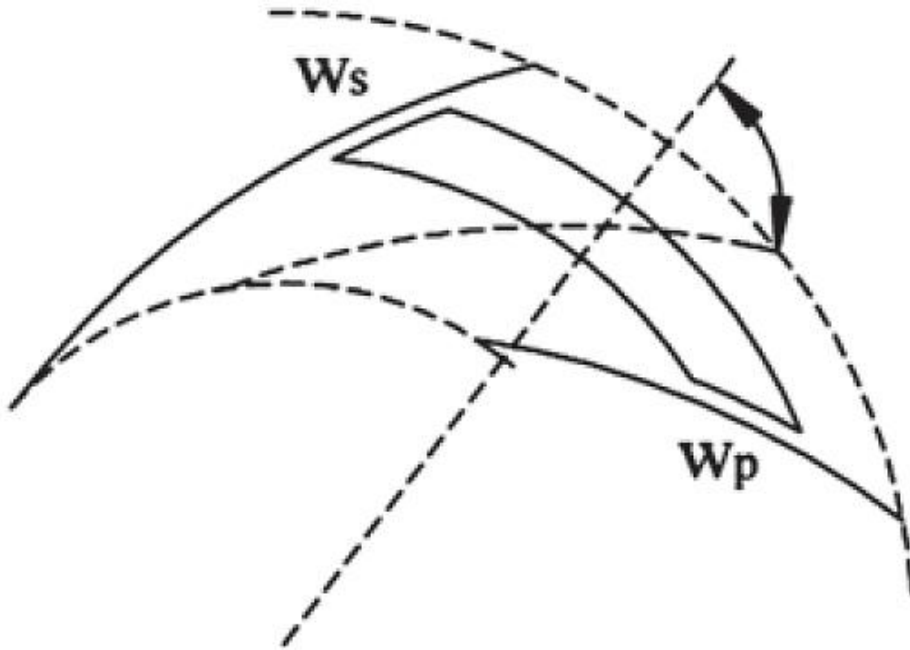
$$\frac{\partial w}{\partial n} + \frac{w}{R} = 2\omega$$

$$w_s - w_p = \Delta w = \left(2\omega - \frac{\bar{w}}{R}\right) \Delta n$$

نتیجه آن که تغییرات W بین دو پره‌ی مجاور ناشی از دو اثر است؛

(۱) $\frac{\bar{w}}{R}$ که متناسب با دبی است.

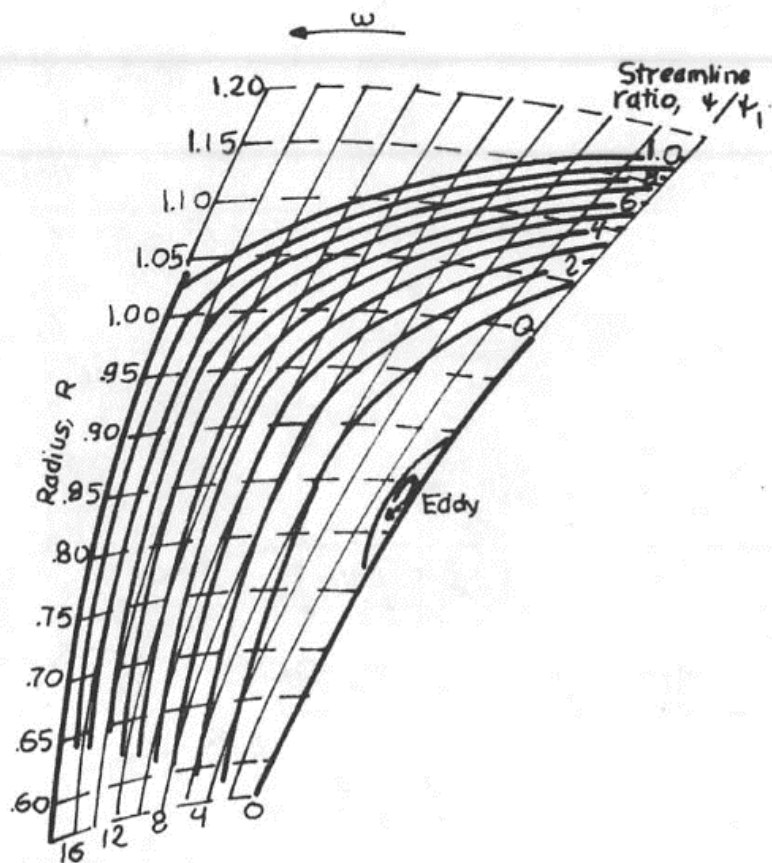
(۲) 2ω که به سرعت دورانی مربوط می‌شود.



$$w_s - w_p = \Delta w = \left(2\omega - \frac{\bar{w}}{R} \right) \Delta n$$

۱- بررسی حالت حدی دبی‌های کم:

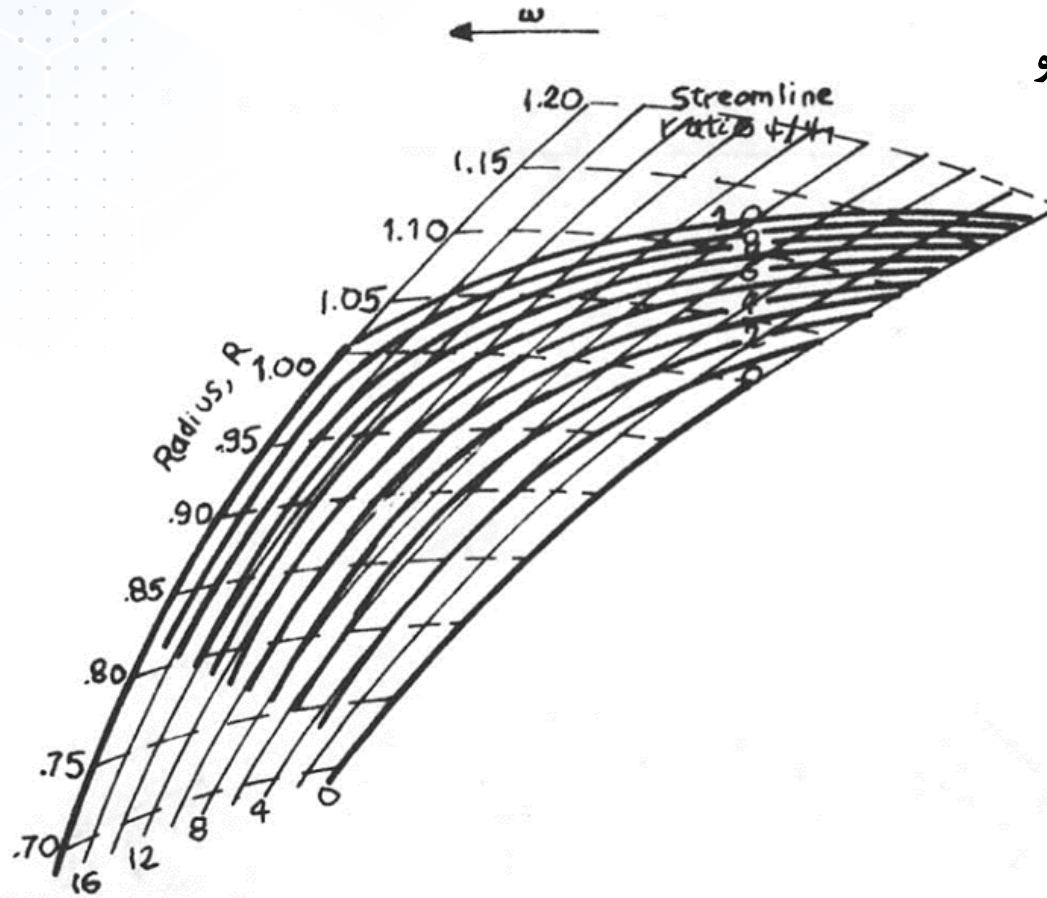
- مقدار متوسط W کوچک است.
- تغییرات سرعت بین دو پره ΔW به طور عمده متأثر از جریان گردابی است.
- هرچه شعاع انحنای پره بیشتر باشد، سهم مولفه‌ی گردابی بیشتر خواهد بود.
- جریان گردابی باعث افزایش W_s و کاهش W_p می‌شود.
- با کاهش دبی یا افزایش ω سرعت W_p ممکن است به صفر برسد و حتی بر روی سطح پر فشار پره جریان معکوس ایجاد شود. در این صورت یک منطقه‌ی مرده بر روی سطح پر فشار پره ایجاد می‌گردد.



توزیع سرعت در صفحه پرها

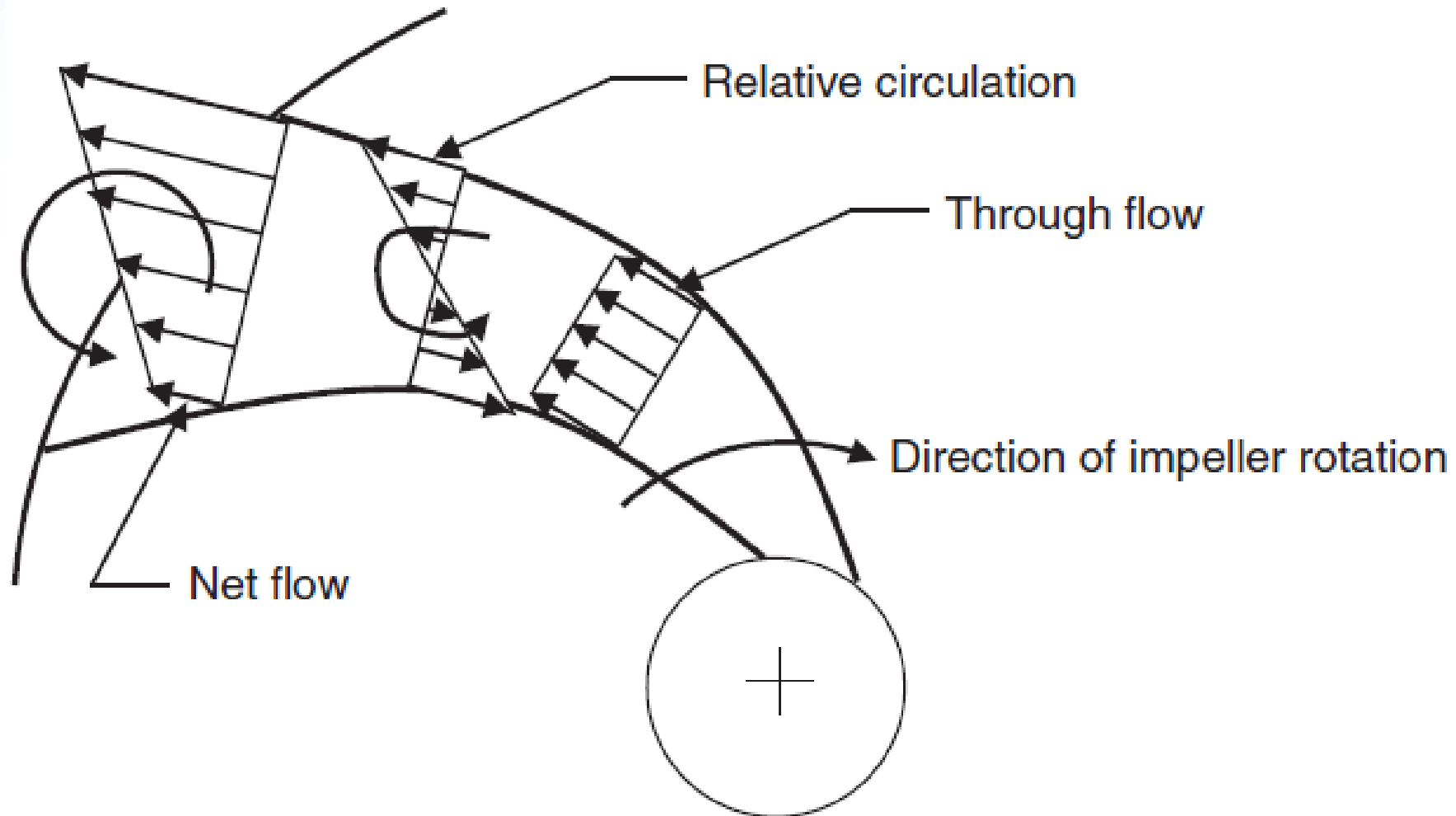
۲- بررسی حالت حدی دبی‌های زیاد:

- در این حالت $\frac{W}{R}$ در مقایسه با 2ω دارای اهمیت است و منطقه‌ی مرده‌ای به‌وجود نخواهد آمد.

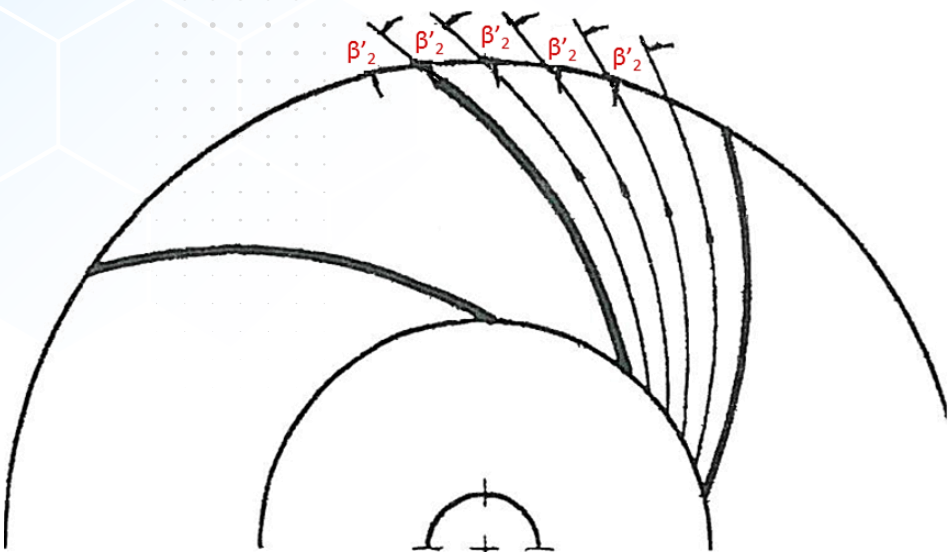


Slip





ضریب لغزش



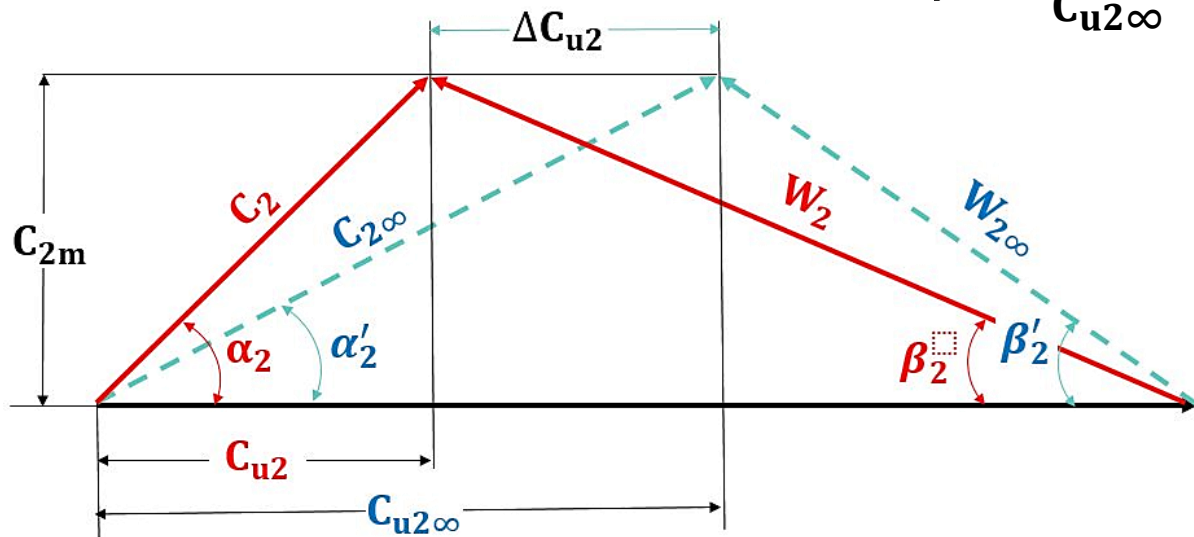
- ❖ تحلیل تئوری حرکت سیال و اندازه‌گیری‌های مختلف نشان می‌دهد زاویه خروجی سیال β_2 از زاویه هندسی پره β'_2 کم‌تر است.
- ❖ اختلاف زاویه $\Delta\beta$ سبب تغییر مولفه محیطی سرعت مطلق به اندازه‌ی ΔC_{u2} با مقدار تئوری یک‌بعدی می‌شود.
- ❖ برای هر خط جریان این اختلاف متفاوت است ولی می‌توان از یک مقدار متوسط C_{u2} استفاده کرد.
- ❖ مثلث سرعت واقعی بر اساس این مقدار رسم می‌شود.

ضریب لغزش

$$\alpha_1 = 90^\circ$$

❖ مثلث سرعت ایده‌آل و مثلث سرعت واقعی با قاعده‌ی مشترک U_2 و ارتفاع یکسان C_{m2} رسم شده است. علامت ∞ معرف سرعت‌های جریان یک‌بعدی با فرض بی‌نهایت پره است.

$$\mu = \frac{C_{u2}}{C_{u2\infty}} = \frac{U_2 C_{u2}/g}{U_2 C_{u2\infty}/g} = \frac{H''}{H''_{\infty}} \quad \leftarrow \text{ضریب لغزش}$$



❖ در نقطه طراحی $0.65 \leq \mu \leq 0.80$

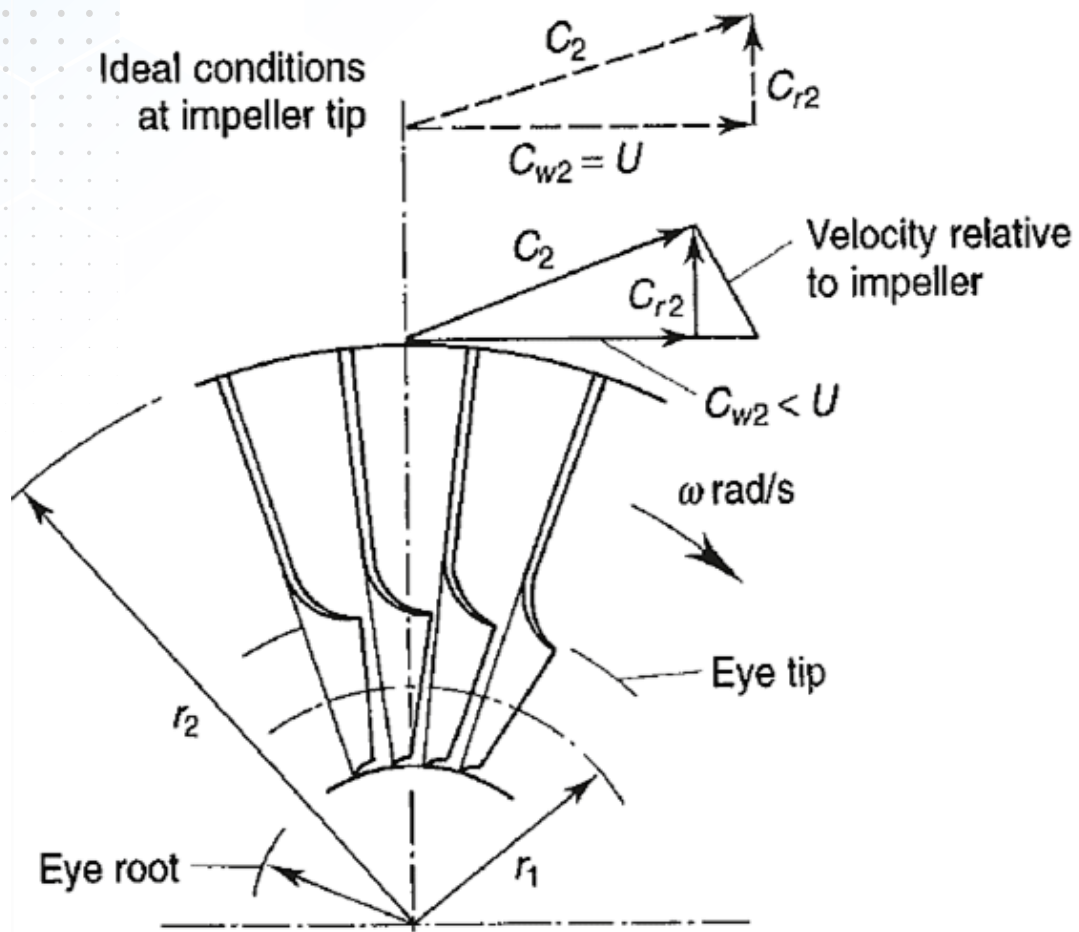
❖ لغزش موجب کاهش هد اولر می‌شود.

❖ استپانوف ضریب لغزش پمپ‌ها را

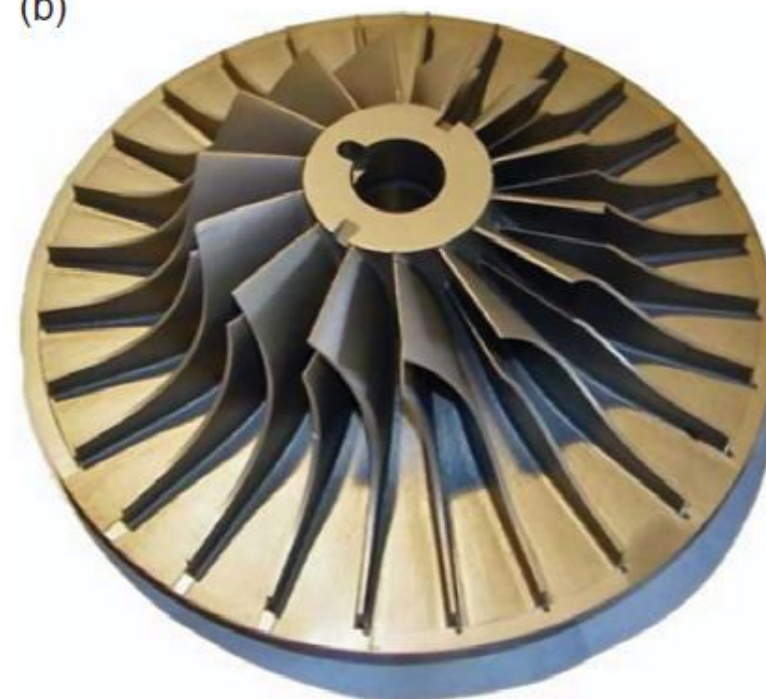
0.73 پیشنهاد کرد.

ضریب لغزش

❖ کمپرسورهای شعاعی



(b)



محاسبه ضریب لغزش

$$\frac{gH''_{\infty}}{U_2^2} = 1 - \frac{C_{m2}}{U_2} \cotg \beta'_2$$

۱- روش بوزمان:

$$\psi = 1 - \phi \cotg \beta'_2$$

❖ مشخصه‌ی بی‌بعد بر مبنای تئوری یک‌بعدی:

$$\psi = B - C \phi \cotg \beta'_2$$

❖ مشخصه‌ی تصحیح شده‌ی بوزمان:

❖ بنابراین ضریب لغزش به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu = \frac{B - C \phi \cotg \beta'_2}{1 - \phi \cotg \beta'_2}$$

❖ بوزمان از حل جریان پتانسیل بین پره‌های لگاریتمی با عرض ثابت ضرایب تصحیح C و B را به صورت توابعی از

Z, β'_2 و $\frac{R_2}{R_1}$ ارائه نمود.



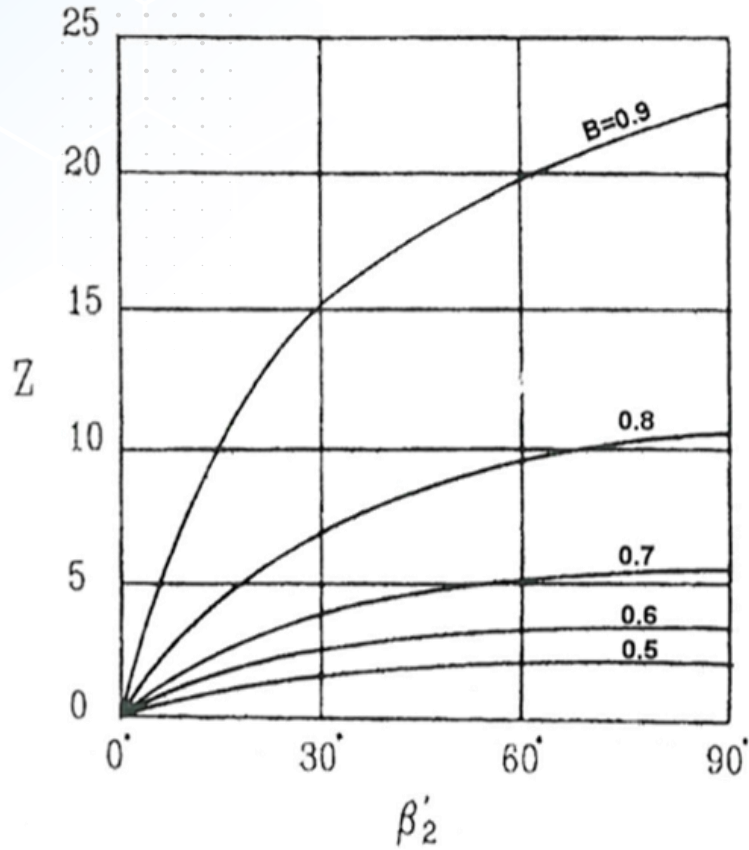
۱- روش بوزمان:

تعداد پره

$$\text{if } \frac{R_2}{R_1} \geq \exp \left(2\pi \frac{\sin \beta'_2}{Z} \right) \Rightarrow C = 1$$

$$\mu = 1 - \frac{1 - B}{1 - \varphi \cotg \beta'_2}, \quad B = 1 - \frac{\Delta C_{u2}}{U_2}$$

$$\varphi = \frac{C_{m2}}{U_2}$$



محاسبه ضریب لغزش

۲- روش ویسنر:

$$\text{if } \frac{R_2}{R_1} < \exp \left(8.16 \frac{\sin \beta'_2}{Z} \right) \Rightarrow B = \left(1 - \frac{\sqrt{\sin \beta'_2}}{Z^{0.7}} \right) \left[1 - \left(\frac{\frac{R_2}{R_1} - \exp \left(8.16 \frac{\sin \beta'_2}{Z} \right)}{1 - \exp \left(8.16 \frac{\sin \beta'_2}{Z} \right)} \right)^3 \right]$$

$$\text{if } \frac{R_2}{R_1} \geq \exp \left(8.16 \frac{\sin \beta'_2}{Z} \right) \Rightarrow B = 1 - \frac{\sqrt{\sin \beta'_2}}{Z^{0.7}}$$

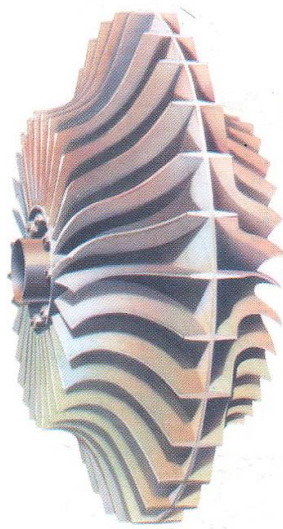
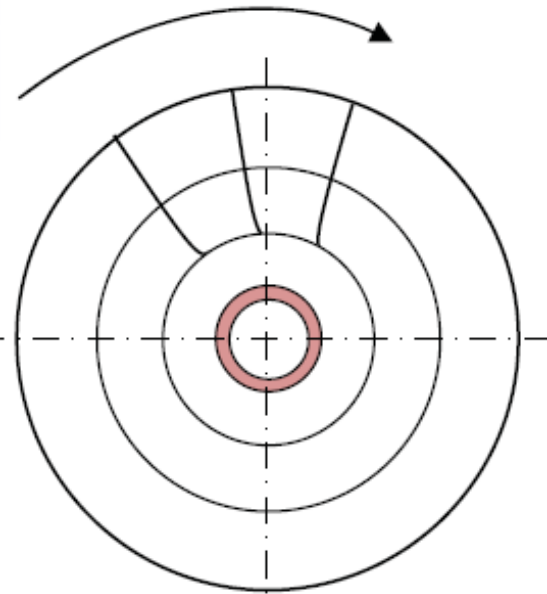
محاسبه ضریب لغزش

۳- روش استانیتز:

❖ جریان سیال ایده‌آل در بین پره‌های شعاعی $\beta'_2 = 90^\circ$

$$B = 1 - \frac{0.63\pi}{Z}$$

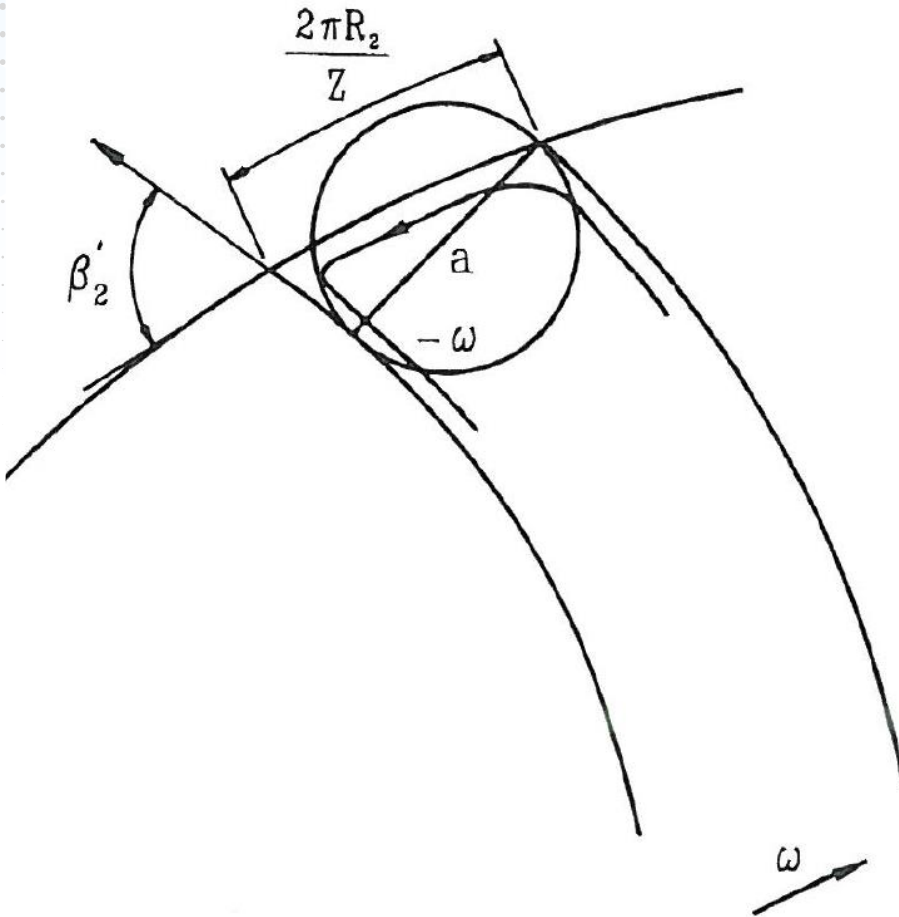
❖ قابل استفاده برای $45^\circ < \beta'_2 < 90^\circ$



محاسبه ضریب لغزش

۴- روش استودولا:

- ❖ استودولا جریان سیال بین دو پره را حاصل دو جریان یکنواخت و گردابی دانست.
- ❖ جریان مطلق غیرگردابی است.
- ❖ سرعت نسبی جریان گردابی $-\omega$ است.



محاسبه ضریب لغزش

۴- روش استودولا:

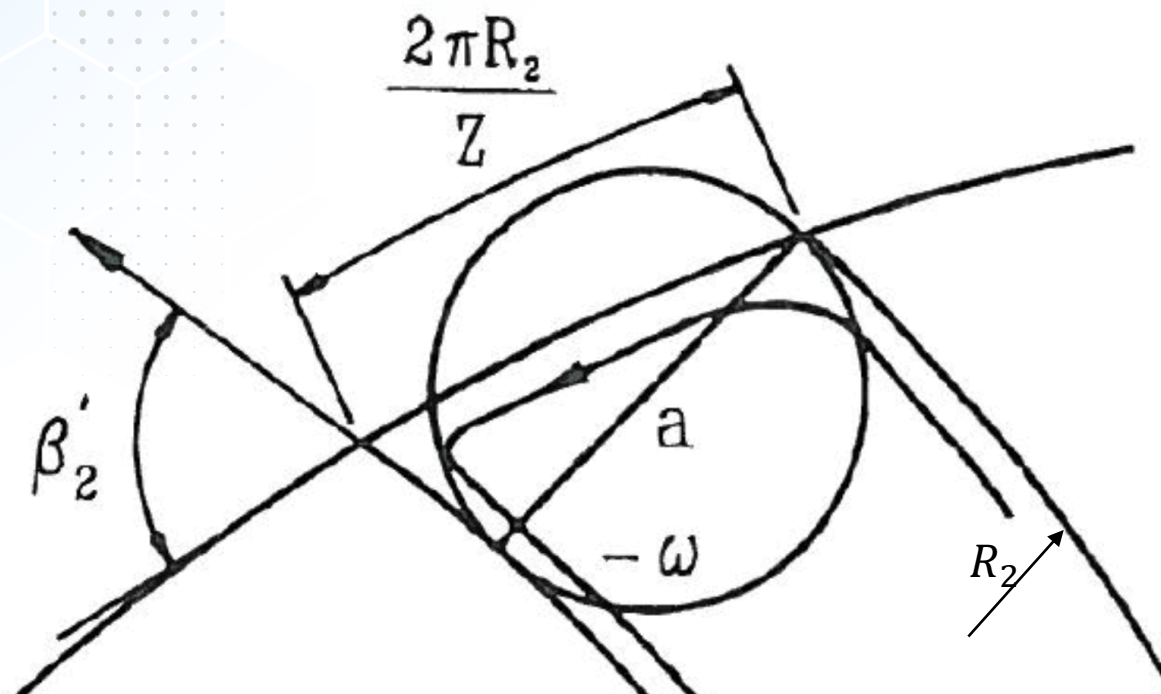
❖ تصویر مماسی مولفه جریان گردابی:

$$\Delta C_{u2} = \omega \frac{a}{2}, \quad a = \frac{2\pi R_2}{Z} \cdot \sin \beta'_2$$

$$\Delta C_{u2} = U_2 \cdot \frac{\pi}{Z} \sin \beta'_2$$

❖ بنابراین ضریب لغزش برابر خواهد بود با:

$$\varphi = \frac{C_{m2}}{U_2}$$



$$\mu = \frac{C_{u2}}{C_{u2\infty}} = \frac{C_{u2\infty} - C_{u2}}{C_{u2\infty}}$$

$$\mu = 1 - \frac{\Delta C_{u2}}{C_{u2\infty}} = 1 - \frac{\frac{\pi}{Z} \sin \beta'_2}{1 - \varphi \cotg \beta'_2}$$

محاسبه ضریب لغزش

۵- روش پفلایدر:

❖ این پژوهش‌گر با مرتبط نمودن گشتاور وارده از چرخ به سیال به اختلاف فشار طرفین پره، ضریب

لغزش را محاسبه نمود.

$$\mu = \frac{C_{u2}}{C_{u2\infty}} = \frac{1}{1 + C_p}, \quad C_p = \frac{\psi}{Z} \cdot \frac{2R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}$$

❖ مقدار بستگی به نوع چرخ دارد.

$$\begin{cases} \psi = (0.55 - 0.68) + 0.6 \sin \beta'_2 \\ \psi = (1.0 - 1.2) (1 + \sin \beta'_2) \left(\frac{R_1}{R_2} \right) \end{cases}$$

برای پره‌های با یک قوس دایره
و هنگامی که $\frac{R_2}{R_1} \geq 2$

برای پره‌های سه بعدی

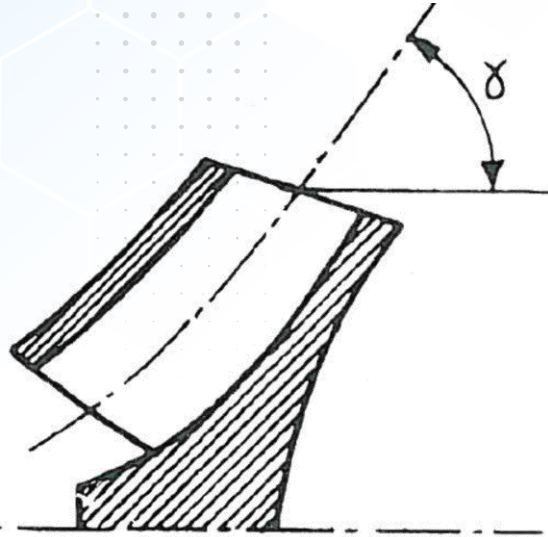
محاسبه ضریب لغزش

۶- روش فویه:

❖ قابل استفاده برای چرخ‌های نیمه سانتریفیوژ

❖ محاسبات بر اساس جریان پتانسیل

❖ پارامترهای موثر: تعداد پرها، زاویه خروجی پره و زاویه اختلاط γ



زاویه اختلاط

$$B = \left(1 - \frac{2.4 \sin \gamma}{Z + 3}\right)$$

رابطه‌ی تحلیلی

$$B = 1 - \frac{2.4 \sin \gamma}{Z + 3} \left(1 - \frac{0.833}{Z}\right)$$

رابطه‌ی تصحیح شده به
کمک نتایج تجربی

محاسبه ضریب لغزش

۷- روش بالچ:

$$\mu = \frac{C_{u2}}{U_2} = \frac{Z}{Z + \frac{0.62}{Z} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{2/3}}$$



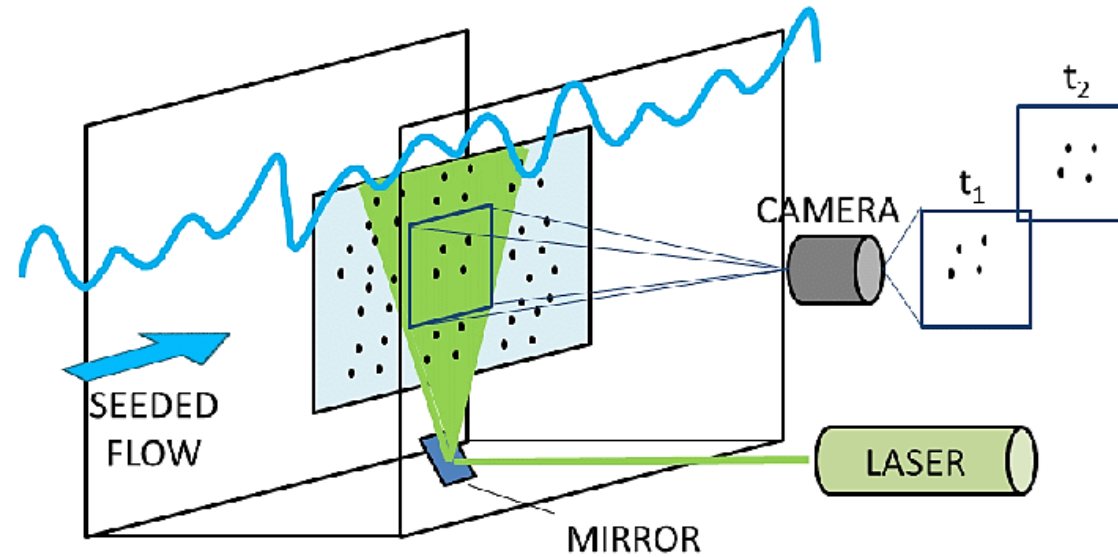
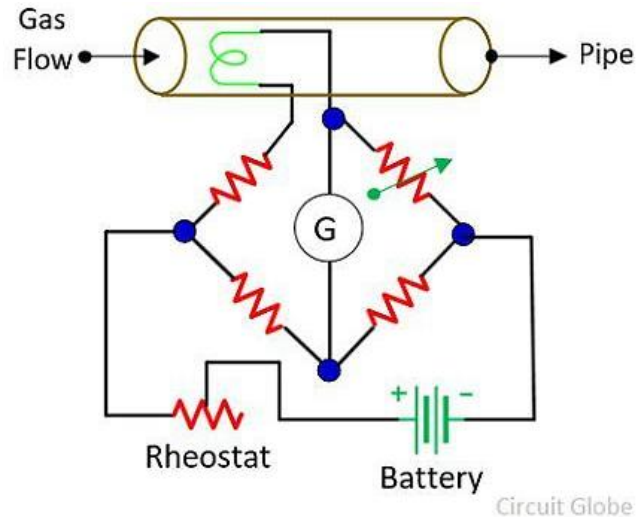
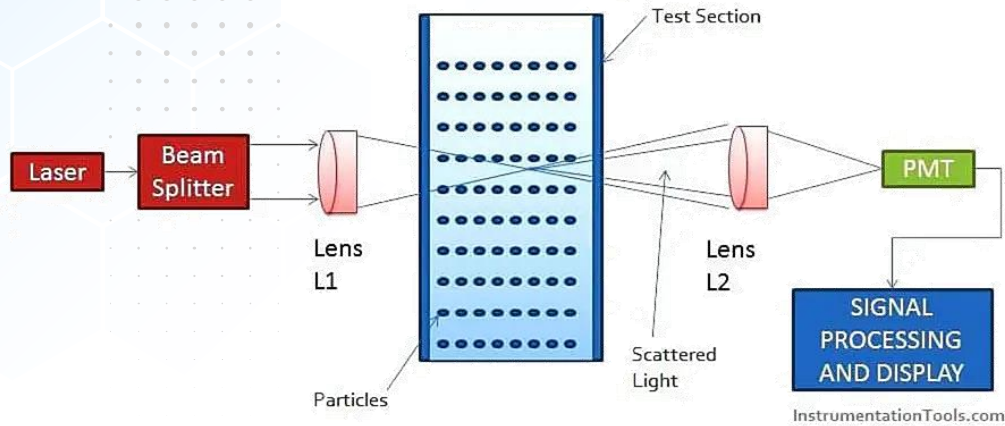
چرخ	β'_2 °	Z	R_1/R_2	B^*_{exp}	Wisner	Stodol a	Fujie	Stanit z
I	18	6	0.46	0.82	0.84	0.83	0.77	0.67
II	24	6	0.46	0.767	0.82	0.788	0.77	0.67
III	30	6	0.46	0.74	0.798	0.738	0.77	0.67
IV	24	4	0.46	0.72	0.76	0.68	0.72	0.51
V	24	8	0.46	0.80	0.85	0.84	0.80	0.75

$$B = 1 - \frac{\Delta C_{u2}}{U_2}$$

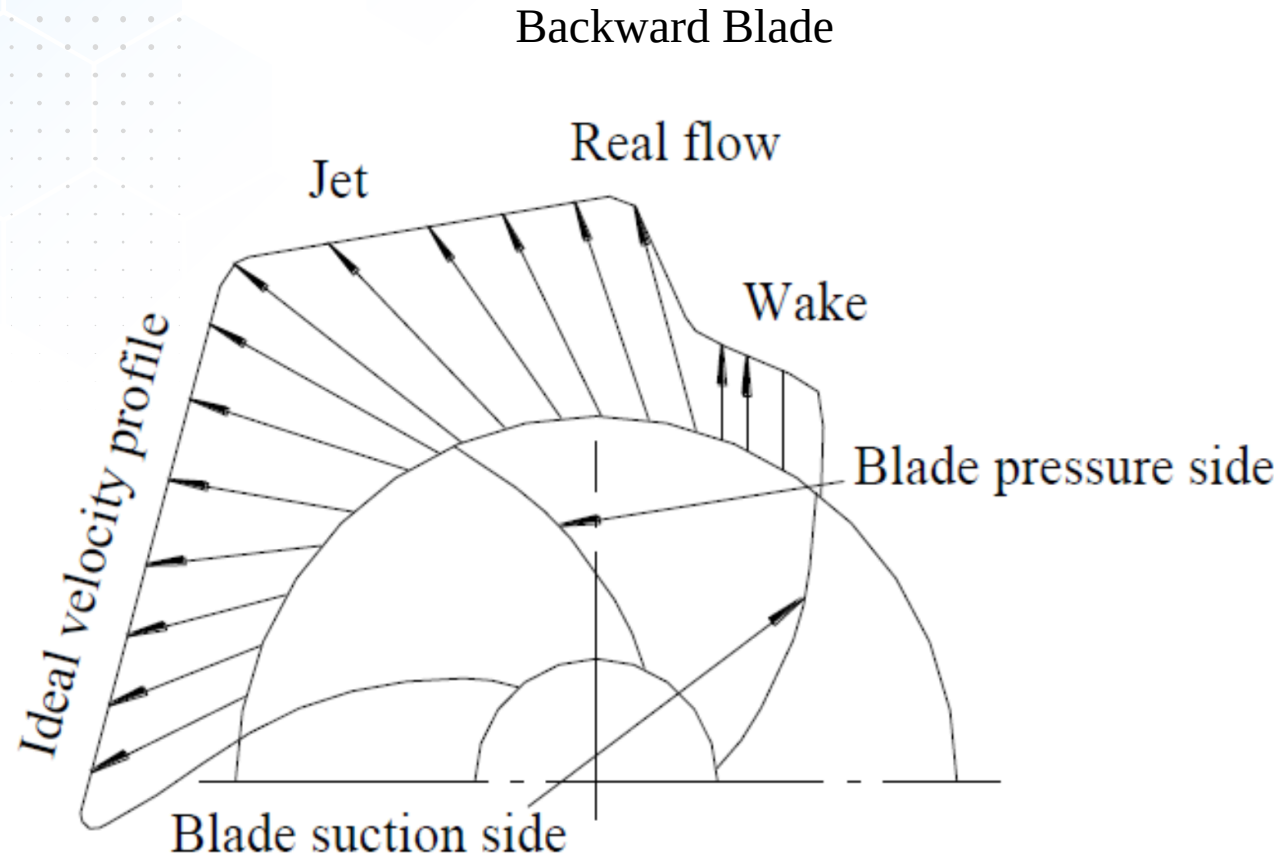
- ❖ هر روش در حالت خاصی مورد قبول است و هیچ روشی عام نیست.
- ❖ روش استانیتز برای تعداد پره‌های کم و $\beta'_2 < 50^\circ$ با نتایج تجربی اختلاف زیاد، و برای چرخ‌های شعاعی با تعداد پره زیاد یکی از بهترین روش‌هاست.
- ❖ رابطه‌ی استودولا برای تعداد پره‌های کم و زوایای خروجی بین 20° تا 40° مناسب است.
- ❖ رابطه‌ی ویسنر در کلیه مواردی که نسبت شعاع‌ها در محدوده‌ی شرط شده باشد خطای قابل قبول ۵٪ می‌دهد. بنابراین به‌عنوان تقریب اول مناسب است.

توزیع واقعی سرعت؛ پدیده‌ی Jet & Wake

اندازه‌گیری توزیع واقعی سرعت به کمک سیم داغ، LDA یا PIV



توزیع واقعی سرعت؛ پدیده‌ی Jet & Wake



❖ تضاد کامل پروفیل واقعی سرعت

حاصل از اندازه‌گیری به کمک سیم داغ

در مقایسه با تئوری

❖ سرعت بیش‌تر در سطح پر فشار پره از

سطح کم فشار پره به دلیل جدایی لایه

مرزی روی سطح کم فشار پره

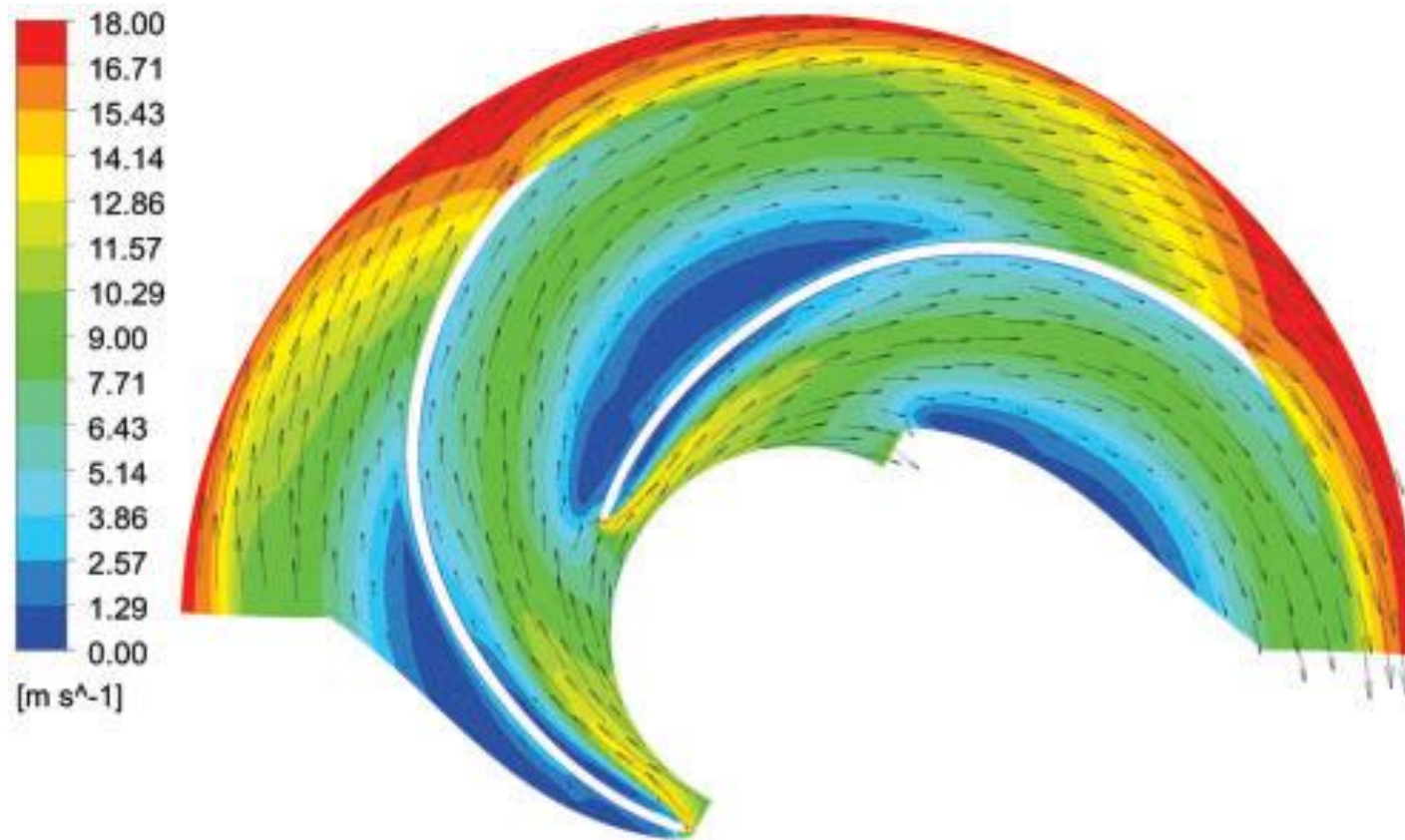
مخصوصا در دبی‌های کم

❖ ایجاد دو ناحیه پر سرعت و مرده در

جریان بین دو پره

توزیع سرعت در صفحه پرها

توزیع واقعی سرعت؛ پدیده Jet & Wake



توزیع واقعی سرعت؛ پدیده‌ی Jet & Wake

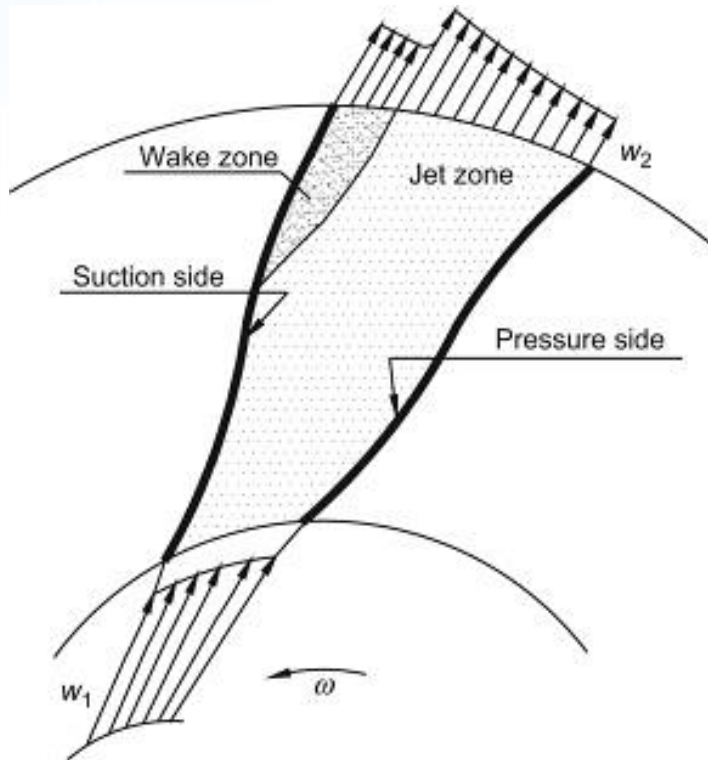
❖ در کمپرسورها (با پره‌های شعاعی) نقطه‌ی جدایی لایه مرزی نزدیک لبه ورودی پره است و بنابراین قسمت مرده سطح نسبتاً وسیعی را در خارج اشغال می‌نماید.

❖ در مورد چرخ‌های رو به عقب جدایی لایه مرزی در نقطه‌ای دورتر از لبه اتفاق می‌افتد و ناحیه مرده سطح کوچکی می‌شود.

❖ پدیده جدایی در پمپ‌ها با پره‌های رو به عقب اهمیت چندانی ندارد.

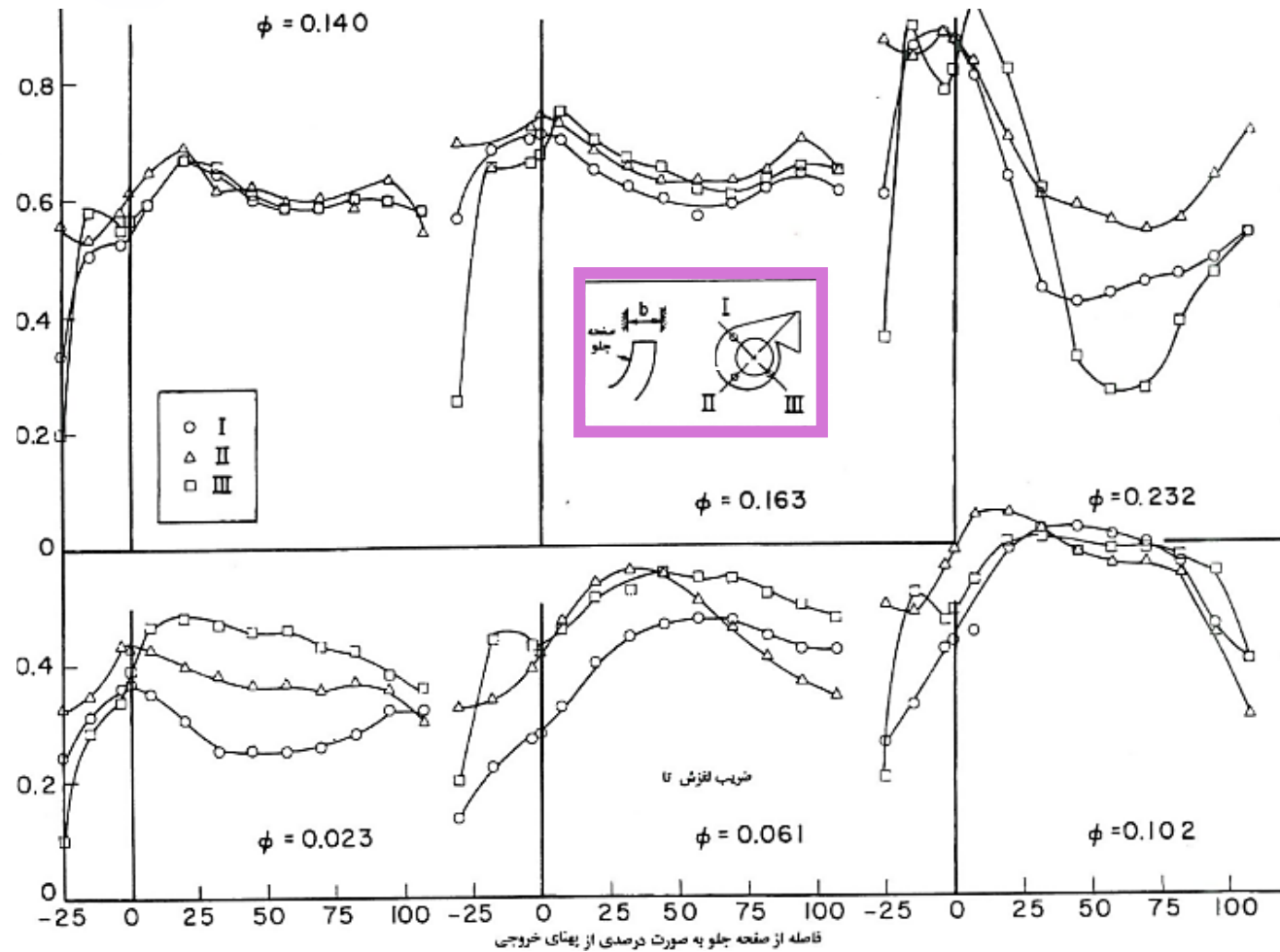
❖ ضریب لغزش تابع فرم پروفیل سرعت در خارج از چرخ است و هنگام بروز این پدیده (در دبی‌های کم) باید تصحیح شود.

❖ نتیجه آن که ضریب لغزش محاسبه شده فقط در نقطه کارکرد می‌تواند قابل اطمینان باشد.



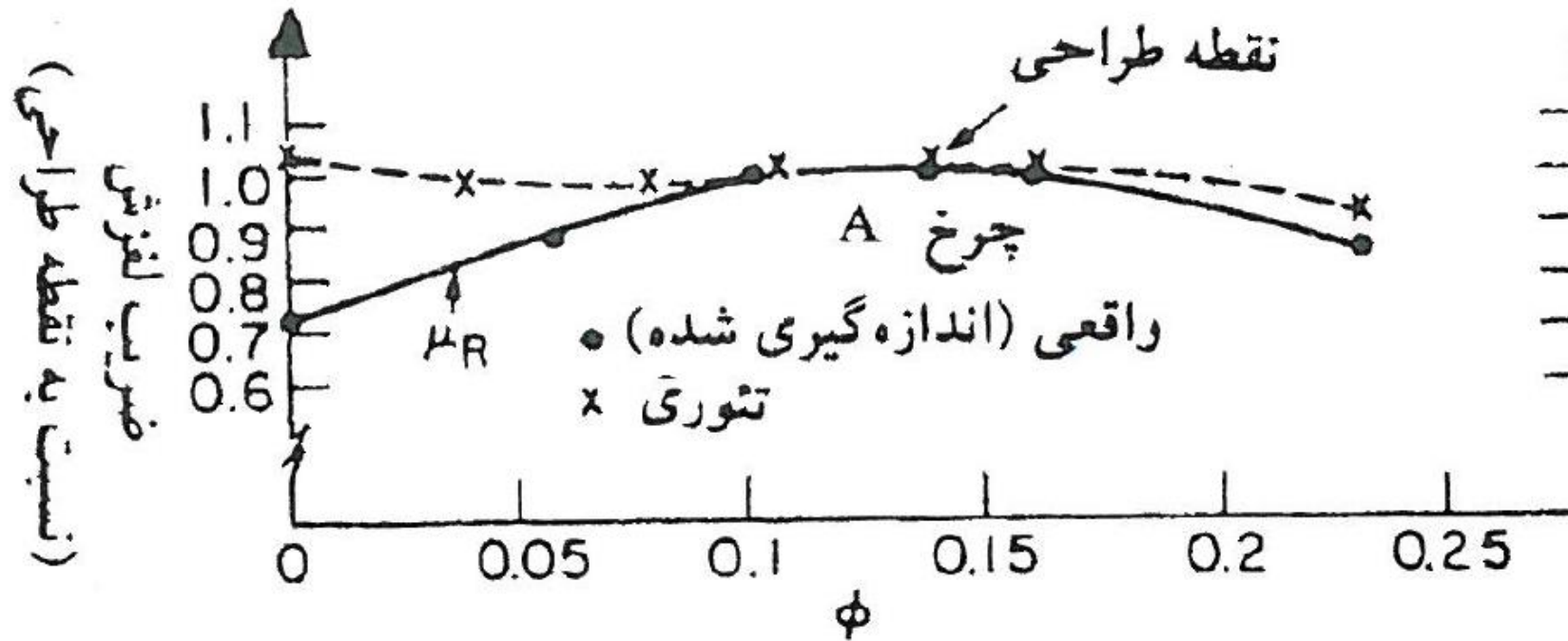
توزیع سرعت در صفحه پرها

توزیع واقعی سرعت؛ پدیده Jet & Wake



توزیع واقعی سرعت؛ پدیده‌ی Jet & Wake

❖ مقدار ضریب لغزش بر حسب دبی در دو حالت تئوری و واقعی انحراف ۳۰٪ بین دو مقدار واقعی و تئوری در دبی‌های کم



سپاس از توجه شما
