

بررسی جریان‌های مخلف گذرنده از سطح مقطع یک استوانه و تحلیل پدیدهٔ مسیر گردابه‌ای فون کارمن

کیارا قلی زاد^۱

^۱ دانشجوی مهندسی مکانیک و فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

فهرست مطالب

۱۵	۴-۴-۲	بررسی نتایج	۱۵
۱۶	۵-۴-۲	تحلیل و ارزیابی	۱۶
۲۰	۵-۲	جریان گذرا و آرام حول مقطع بیضوی در رینولدز ۳۰۰	۲۰
۲۰	۱-۵-۲	شبکه‌بندی	۲۰
۲۱	۲-۵-۲	استقلال از شبکه و گام زمانی	۲۱
۲۱	۳-۵-۲	بررسی کیفیت شبکه	۲۱
۲۱	۴-۵-۲	بررسی نتایج	۲۱
۲۱	۵-۵-۲	تحلیل و ارزیابی	۲۱
۲۵	۶-۲	جریان پایا و آشفته حول مقطع بیضوی در رینولدز ۳۰۰	۲۵
۲۵	۱-۶-۲	شبکه‌بندی	۲۵
۲۵	۲-۶-۲	استقلال از شبکه و گام زمانی	۲۵
۲۵	۳-۶-۲	بررسی کیفیت شبکه	۲۵
۲۹	۴-۶-۲	بررسی نتایج	۲۹
۲۹	۵-۶-۲	تحلیل و ارزیابی	۲۹
۳۰	۳	نتیجه‌گیری	۳۰
فهرست تصاویر			
۲	۱	پدیدهٔ طبیعی مسیر گردابه‌ای فون کارمن ابر عبوری از جزیرهٔ آتشفشانی	۲
۳	۲	گرداب‌های طولانی به موازات محور سیلندر ۲(آ) یا در یک زاویهٔ مایل (θ) نسبت به محور سیلندر ۲(ب)	۳
۴	۳	شمای کلی شبکه‌بندی نهایی و کیفیت شبکه برای سطح مقطع دایره‌ای	۴
۴	۴	ناحیهٔ محاسباتی و شرایط مرزی در شبیه‌سازی	۴
۱	۱	مقدمه	۱
۱-۱	۳	مدلسازی	۱-۱
۲	۳	شبیه‌سازی	۲
۱-۲	۴	جریان پایا و آرام حول مقطع دایره‌ای در رینولدز ۲	۱-۲
۱-۱-۲	۴	شبکه‌بندی	۱-۱-۲
۲-۱-۲	۴	استقلال از شبکه	۲-۱-۲
۳-۱-۲	۴	بررسی کیفیت شبکه	۳-۱-۲
۴-۱-۲	۷	بررسی نتایج	۴-۱-۲
۵-۱-۲	۷	تحلیل و ارزیابی	۵-۱-۲
۲-۲	۷	جریان پایا و آرام حول مقطع بیضوی در رینولدز ۵	۲-۲
۱-۲-۲	۷	شبکه‌بندی	۱-۲-۲
۲-۲-۲	۷	استقلال از شبکه	۲-۲-۲
۳-۲-۲	۸	بررسی کیفیت شبکه	۳-۲-۲
۴-۲-۲	۸	بررسی نتایج	۴-۲-۲
۵-۲-۲	۸	تحلیل و ارزیابی	۵-۲-۲
۳-۳	۱۱	جریان پایا و آرام حول مقطع بیضوی در رینولدز ۲۰	۳-۳
۱-۳-۲	۱۱	شبکه‌بندی	۱-۳-۲
۲-۳-۲	۱۱	استقلال از شبکه	۲-۳-۲
۳-۳-۲	۱۲	بررسی کیفیت شبکه	۳-۳-۲
۴-۳-۲	۱۲	بررسی نتایج	۴-۳-۲
۵-۳-۲	۱۲	تحلیل و ارزیابی	۵-۳-۲
۴-۴		جریان گذرا و آرام حول مقطع بیضوی در رینولدز ۱۰۰	۴-۴
۱-۴-۲	۱۵	شبکه‌بندی	۱-۴-۲
۲-۴-۲	۱۵	استقلال از شبکه و گام زمانی	۲-۴-۲
۳-۴-۲	۱۵	بررسی کیفیت شبکه	۳-۴-۲

۵	نمودار ضریب درگ مقطع دایره‌ای بر حسب	۲۳	کانتور های فشار و اندازه سرعت برای مقطع
۶	تعداد شبکه برای رینولدز ۲	۲۴	بیضوی در رینولدز ۱۰۰
۷	نمودار ضریب لیفت و درگ برای مقطع دایره‌ای	۲۵	کانتور تاوایی و نمودار خطوط جریان برای
۸	و حالت جریان پایا در رینولدز ۲	۲۶	مقطع بیضوی در رینولدز ۱۰۰
۹	کانتور های فشار و اندازه سرعت برای مقطع	۲۷	زاویه جدایش جریان روی استوانه با مقطع
۱۰	دایره‌ای در رینولدز ۲	۲۸	بیضوی در رینولدز ۱۰۰
۱۱	کانتور تاوایی و نمودار خطوط جریان برای	۲۹	نمودار تغییرات تاوایی در نقطه (1, -1) نسبت
۱۲	مقطع دایره‌ای در رینولدز ۲	۳۰	به زمان برای رینولدز ۱۰۰
۱۳	شمای کلی شبکه‌بندی نهایی و کیفیت شبکه	۳۱	نمودار ضریب لیفت و درگ برای مقطع بیضوی
۱۴	برای سطح مقطع بیضوی در رینولدز ۵	۳۲	و حالت جریان گذرا در رینولدز ۳۰۰
۱۵	نمودار ضریب درگ مقطع بیضوی بر حسب	۳۳	کانتور های فشار و اندازه سرعت برای مقطع
۱۶	تعداد شبکه برای رینولدز ۵	۳۴	بیضوی در رینولدز ۳۰۰
۱۷	نمودار ضریب لیفت و درگ برای مقطع بیضوی	۳۵	کانتور تاوایی و نمودار خطوط جریان برای
۱۸	و حالت جریان پایا در رینولدز ۵	۳۶	مقطع بیضوی در رینولدز ۳۰۰
۱۹	کانتور های فشار و اندازه سرعت برای مقطع	۳۷	زاویه جدایش جریان روی استوانه با مقطع
۲۰	بیضوی در رینولدز ۵		بیضوی در رینولدز ۳۰۰
۲۱	کانتور تاوایی و نمودار خطوط جریان برای		نمودار تغییرات تاوایی در نقطه (1, -1) نسبت
۲۲	مقطع بیضوی در رینولدز ۵		به زمان برای رینولدز ۳۰۰
	زاویه جدایش جریان روی استوانه با مقطع		نمودار ضریب لیفت و درگ برای مقطع بیضوی
	بیضوی در رینولدز ۵		و حالت جریان گذرا در رینولدز 10 ⁵
	کانتور های فشار و اندازه سرعت برای مقطع		کانتور های فشار و اندازه سرعت برای مقطع
	بیضوی در رینولدز ۵		بیضوی در رینولدز 10 ⁵
	کانتور تاوایی و نمودار خطوط جریان برای		کانتور تاوایی و نمودار خطوط جریان برای
	مقطع بیضوی در رینولدز ۲۰		مقطع بیضوی در رینولدز 10 ⁵
	زاویه جدایش جریان روی استوانه با مقطع		زاویه جدایش جریان روی استوانه با مقطع
	بیضوی در رینولدز ۲۰		بیضوی در رینولدز 10 ⁵
	نمودار ضریب درگ مقطع بیضوی بر حسب		نمودار تغییرات زاویه جدایش جریان و ضریب
	تعداد شبکه برای رینولدز ۱۰۰		درگ در رینولدزهای مختلف
	نمودار عدد استروهل مقطع بیضوی بر حسب		نمودار تغییرات ضریب درگ و عدد استروهل
	گام زمانی برای رینولدز ۱۰۰		در رینولدزهای کم ($50 < Re < 300$)
	نمودار ضریب لیفت و درگ برای مقطع بیضوی		
	و حالت جریان گذرا در رینولدز ۱۰۰		

فهرست جداول

۱	حالت‌های مختلف جریان عبوری از استوانه	۱۶	تعداد شبکه برای رینولدز ۱۰۰
۲	رژیم‌های مختلف جریان عبوری از استوانه	۱۷	و حالت جریان گذرا در رینولدز ۱۰۰
۳	دایره‌ای و بیضی شکل		
۳۰	بیضوی شکل		

چکیده: در این مقاله، به بررسی شبیه‌سازی جریان هوای تراکم ناپذیر در دو حالت آرام و مغشوش سیال نیوتنی پیرامون یک مقطع استوانه‌ای (صلب) پرداخته می‌شود. معادلات پایستگی جرم، تکانه و انرژی به صورت عددی توسط نرم‌افزار فلوئنت در دو بعد حل شده است و در این راستا، به مطالعه میدان جریان پیرامون استوانه در شرایط پایا و گذرا و استخراج برخی از ویژگی‌های جریان پرداخته می‌شود. مسائل کلیدی از جمله شرایط مرزی ورود و خروج و گسسته‌سازی زمان مورد بحث قرار گرفته و با امید به اینکه این کار به شبیه‌سازی‌های آینده جریان‌های مشابه کمک کند، بحث شده است. در نهایت، نتایج شبیه‌سازی‌های دوبعدی برای یک دامنه از پارامترهای جریان و هندسی ارائه شده است. نتایج با داده‌های تجربی موجود مقایسه شده و مشخص شده است که مقادیر مهم مانند عدد استروهل و ضرایب لیفت و درگ با مقادیر تجربی یا تحلیلی همخوانی دارند یا خیر. در

نهایت به بررسی تغییرات ضریب درگ، زاویه جدایش جریان و عدد استروهال با افزایش رینولدز پرداخته شده است. همچنین با توجه به داده‌های به دست آمده برای ضریب درگ در رینولدزهای کم (بین ۵۰ تا ۲۰۰)، روابط عددی استخراج شده است.

۸

کلمات کلیدی: جریان روی استوانه، جدایش، فون کارمن، استوانه بیضوی، فرکانس تولید گردابه، تنش برشی، جریان پتانسیل.

جسم ضخیم قابل مشاهده است. جریان سیال بدلیل گرادین فشار معکوس^۶ نمی‌تواند به جسم ضخیمی که روی آن جریان دارد بچسبد و از پشت آن جدا می‌شود؛ جریان بازگشتی شکل می‌گیرد و در نتیجه قسمتی به نام ناحیه جریان حلقوی ایجاد می‌شود. این ناحیه در ادامه باعث پیدایش پدیده تناوبی مسیر گردابه‌ای فون کارمن می‌شود. یک گرداب چرخان در جهت عقربه‌های ساعت از سمت بالا و به دنبال آن یک گرداب چرخان در جهت مخالف عقربه‌های ساعت جاری می‌شود و این روند ادامه می‌یابد. حتی اگر جریان ورودی ثابت باشد (با گذشت زمان تغییری نکند)، ناپایداری ذاتاً ایجاد می‌شود و مسیر کارمن در پایین دست بدنه تشکیل می‌شود. این پدیده را می‌توان در طیف وسیعی از مقیاس‌های طولی، از جریان در اطراف سیم‌های یک ساز موسیقی مانند چنگ بادی با اندازه حدود یک میلی‌متر، تا پدیده‌های زمینی مانند جریان عبور از جزایر^۱، با مقیاس‌های طول معمولی در حدود چند صد کیلومتر مشاهده کرد. از جنبه عملی، مسیر کارمن می‌تواند منجر به نویزهای ناخواسته شود یا حتی در صورت منطبق بودن فرکانس ریزش گرداب‌ها با فرکانس طبیعی، منجر به خرابی سازه شود.

۱-۱ مدل‌سازی

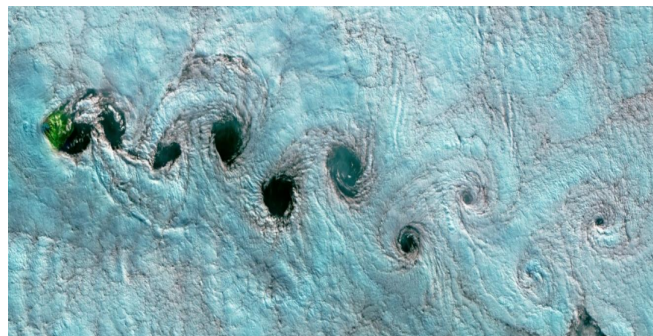
به طور کل ماهیت جریان حتی در شرایط عبور از روی جسمی که به صورت اسمی دو بعدی است، مانند استوانه دایره ای بلند، سه بعدی است. همانطور که در شکل ۲ به صورت تجربی مشاهده می‌شود در راستای محور استوانه بلند نیز مشخصات گردابه‌ها می‌توانند تغییر کنند. همانند شکل سمت چپ در رینولدزهای پایین تغییرات در راستای محور استوانه ناچیز است. شکل سمت راست شرایطی است که جریان رینولدز بالا دارد و جریان کاملاً سه بعدی می‌شود و تغییرات در راستای محور استوانه نیز باید بررسی شود. در این مقاله رینولدزهای بالا نیز با تقریب خوبی جهت کاهش محاسبات به صورت دوبعدی بررسی می‌شوند.

مشخصات سیال (هوا) اعم از گرانی و چگالی به شرح زیر است:

$$\rho = 1.225 \frac{Kg}{m^3}, \quad \mu = 1.7894 \times 10^{-5} \frac{Kg}{m \cdot s}$$

۲ شبیه‌سازی

طبق جدول ۱، این شبیه‌سازی برای جریان‌های پایا و گذرا و مدل‌های جریان آرام و آشسته در رینولدزهای مختلف صورت می‌پذیرد که در هر بخش به بررسی کامل هر کدام پرداخته خواهد شد.



شکل ۱: پدیده طبیعی مسیر گردابه‌ای فون کارمن ابر عبوری از جزیره آتشفشانی

۱ مقدمه

جریان پیرامون مقاطع استوانه‌ای، از دیرباز به عنوان یک مسئله کلاسیک در دینامیک سیالات و انتقال حرارت به شمار می‌رود. این مسئله علیرغم سادگی هندسه، اطلاعات و بینش بسیار جامعی را در مورد بسیاری از پدیده‌های فیزیکی حاضر در جریان سیالات پیرامون اجسام ضخیم^۱ فراهم می‌سازد. از جمله این پدیده‌ها می‌توان به جدایش جریان^۲، تشکیل حباب جدایش، ناپایداری^۳، رهائش گردابه‌ها^۴ و ارتعاشات القایی اشاره نمود. مطالعات نشان داده است که در جریان پیرامون اجسام ضخیم، الگوهای مشخصی در قالب رژیم آرام و در محدوده خاصی از اعداد رینولدز، ظهور می‌یابد. در رینولدز کم جدایش و ناحیه گردابی وجود ندارد. با افزایش رینولدز حباب جدایش متشکل از دو گردابه با چرخش مخالف هم در پشت استوانه تشکیل می‌گردد. با گذر عدد رینولدز از مقدار بحرانی، گذرش جریان از حالت پایا به ناپایا با رخداد ناپایداری دنباله جریان و پدیده رهائش گردابه به صورت دو بعدی و هارمونیک آغاز می‌گردد. با افزایش هر چه بیشتر عدد رینولدز جریان، اثرات سه بعدی و پدیده گذرش به آشفتگی در پایین دست و دنباله جریان ظاهر شده و به تدریج به سمت استوانه انتشار می‌یابد. در محدوده خاصی از جریان، مسیر گردابه‌ای فون کارمن^۵ تشکیل می‌شود که بررسی رفتار جریان در این پدیده بسیار مهم است.

مسیر گردابه‌ای فون کارمن یک الگوی جریان است که لایه مرزی از سطح جدا می‌شود و در موقعیت‌های مختلف شامل جریان بر روی

¹ Bluff Body

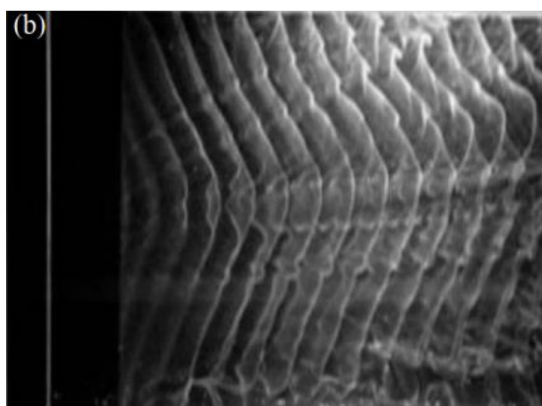
² Flow Separation

³ Instability

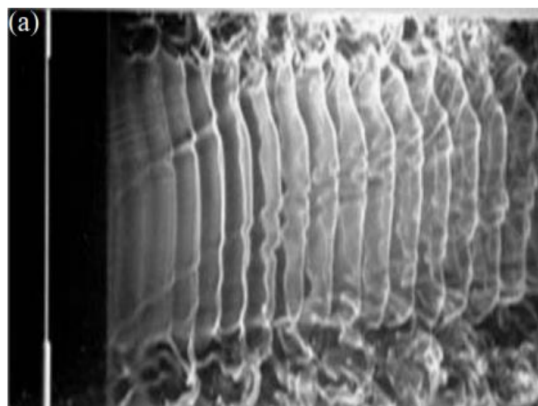
⁴ Vortex Shedding

⁵ Von Karman Vortex Street

⁶ Adverse Pressure Gradient

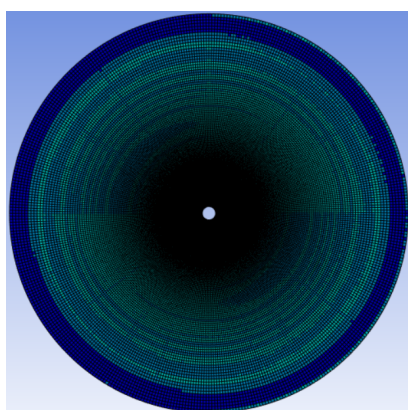


(ب) شکل دوم

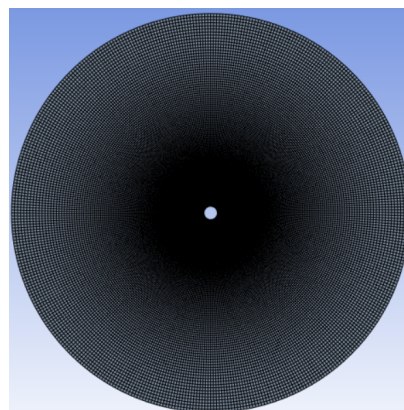


(آ) شکل اول

شکل ۲: گرداب‌های طولانی به موازات محور سیلندر ۲ (آ) یا در یک زاویه مایل (θ) نسبت به محور سیلندر ۲ (ب)

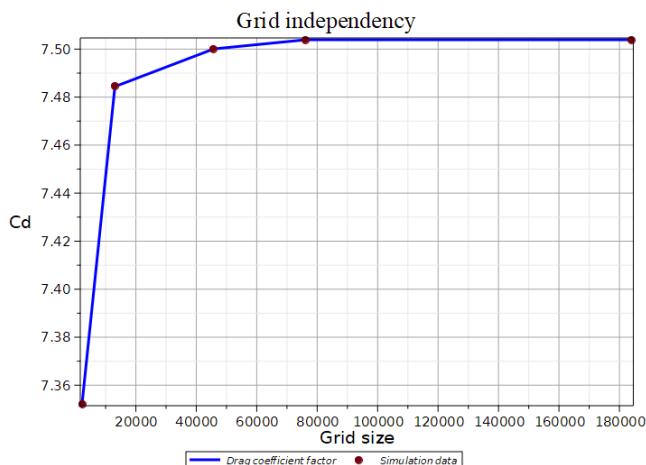


(ب) کیفیت شبکه



(آ) شبکه‌بندی

شکل ۳: شمای کلی شبکه‌بندی نهایی و کیفیت شبکه برای سطح مقطع دایره‌ای



شکل ۵: نمودار ضریب درگ مقطع دایره‌ای بر حسب تعداد شبکه برای رینولدز ۲

۲-۱-۱ شبکه‌بندی

شبکه‌بندی یا مش‌بندی انجام داده شده با روش‌های Body sizing، Face meshing و Edge sizing صورت گرفته است و دامنه محاسباتی همانند شکل ۴ است.

۲-۱-۲ استقلال از شبکه

برای کاهش هزینه محاسباتی، شبکه‌بندی انتخاب شده باید به گونه‌ای باشد که با افزایش تعداد شبکه، نتایج مورد نظر تغییر نکند و البته این افزایش تعداد نباید به قدری زیاد باشد که مدت زمان محاسبات افزایش یابد.

راه حل پیشنهادی این است که برای یک نتیجه دلخواه مانند ضریب درگ، اعداد و نتایج بدست آمده را برحسب تعداد شبکه رسم کرده و بهینه‌ترین تعداد شبکه به گونه‌ای انتخاب شود که با افزایش آن ضریب درگ تغییر چشمگیری نداشته باشد. طبق نمودار ۵، ۷۶۲۲۰ المان پاسخی نسبتاً ثابت برای مسئله خواهد داد.

۲-۱-۳ بررسی کیفیت شبکه

در شکل ۳ شمایی کلی از شبکه‌بندی انتخاب شده و کیفیت آن نمایش داده شده است (معیار کیفیت شبکه بین ۰.۹۵ تا ۱ است).

۲-۱-۴ بررسی نتایج

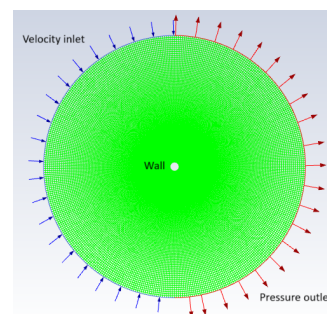
معادلات پایستگی جرم و تکانه خطی با استفاده از یک حلگر حجم محدود برای جریان دو بعدی و سیال تراکم ناپذیر طبق شرایط مرزی تشریح شده (۳) برای هر یک از حالت‌های جریان، پیاده سازی شده است (حل با دقت مرتبه ۲ انجام داده شده است). ضریب درگ و ضریب لیفت به دست آمده از شبیه‌سازی به شرح زیر هستند:

$$C_D = 7.5039$$

$$C_L \approx 0$$

جدول ۱: حالت‌های مختلف جریان عبوری از استوانه دایره‌ای و بیضی شکل

رینولدز	هندسه	زمان	مدل جریان
۲	دایره (قطر یک متر)	پایا	آرام
۵	بیضی	پایا	آرام
۲۰	بیضی	پایا	آرام
۱۰۰	بیضی	گذرا	آرام
۳۰۰	بیضی	گذرا	آرام
۱۰۰۰۰۰	بیضی	پایا	مغشوش



شکل ۴: ناحیه محاسباتی و شرایط مرزی در شبیه‌سازی

برای هر یک از هندسه‌های دایره‌ای و بیضی شکل، جریان سیال تراکم ناپذیر با سرعت V است. مرز راست ناحیه محاسباتی به علت اینکه جریان خارجی، تراکم ناپذیر است به صورت فشارخروجی^۷ در نظر گرفته شده است (شکل ۴).

عدد رینولدز^۸ و استروهل^۹ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Re_D = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (1)$$

$$St = \frac{f D}{V} \quad (2)$$

که در شرایط هندسه دایره و بیضی، D به ترتیب برابر قطر دایره و قطر عمودی بیضی است. f فرکانس تولید گردابه‌ها و μ لزجت دینامیکی است.

۲-۱ جریان پایا و آرام حول مقطع دایره‌ای در رینولدز ۲

در این بخش به بررسی و تحلیل نتایج حاصل از شبیه‌سازی جریان هوای پایا و آرام^{۱۰} حول یک استوانه با مقطع دایره‌ای پرداخته می‌شود. عدد رینولدز در این قسمت حدود ۲ است و با داشتن چگالی هوا و گرانش آن با توجه به رابطه (۱) سرعت ورودی به دست می‌آید:

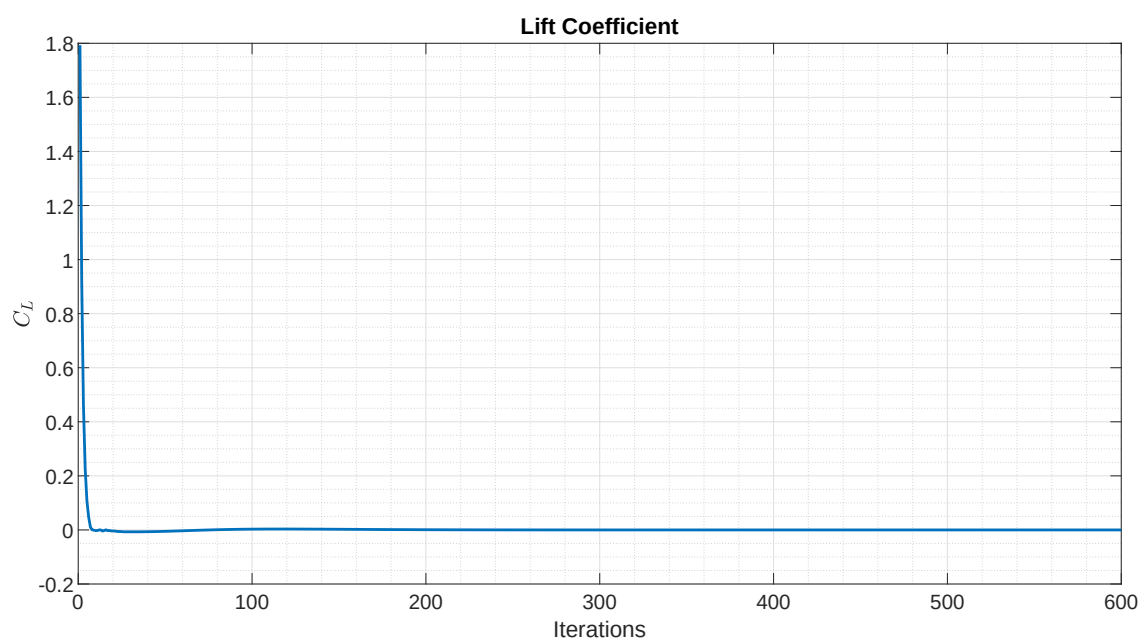
$$V_{inlet} = 2.921 \times 10^{-5} \frac{m}{s}$$

⁷Pressure Outlet

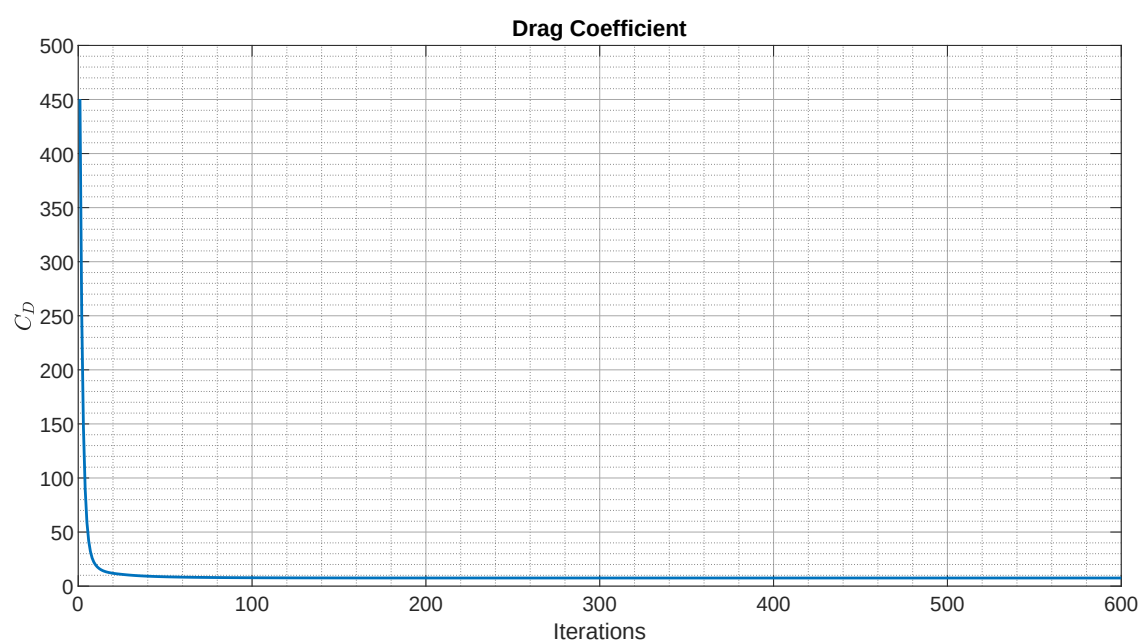
⁸Reynolds Number

⁹Strouhal Number

¹⁰Laminar

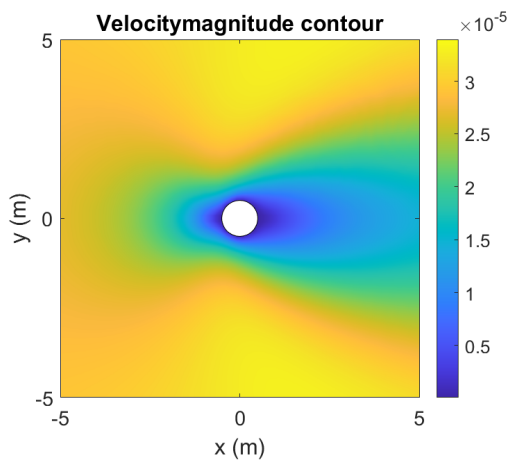


(آ) ضریب لیفت

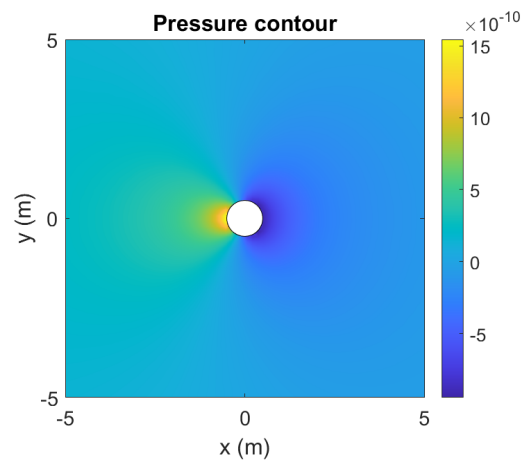


(ب) ضریب درگ

شکل ۶: نمودار ضریب لیفت و درگ برای مقطع دایره‌ای و حالت جریان پایا در رینولدز ۲

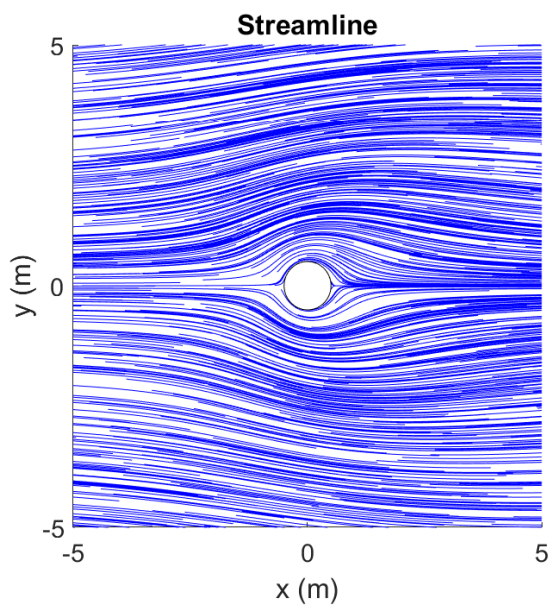


(ب) کانتور اندازه سرعت

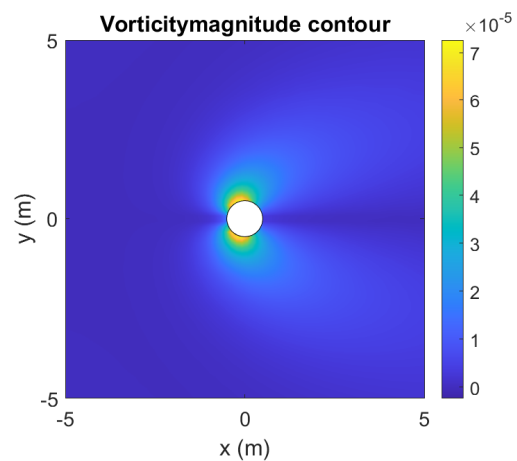


(آ) کانتور فشار

شکل ۷: کانتورهای فشار و اندازه سرعت برای مقطع دایره‌ای در رینولدز ۲



(ب) خطوط جریان



(آ) کانتور تاوایی

شکل ۸: کانتور تاوایی و نمودار خطوط جریان برای مقطع دایره‌ای در رینولدز ۲

کمتر از سی درصد است که نشان می‌دهد نوع شبکه و نحوه محاسبه درست بوده است.

۲-۲ جریان پایا و آرام حول مقطع بیضوی در رینولدز ۵

در این بخش به بررسی و تحلیل نتایج حاصل از شبیه‌سازی جریان هوای پایا و آرام حول یک استوانه با مقطع بیضوی با قطر افقی ۱ متر و قطر عمودی ۲ متر پرداخته می‌شود ($e = 0.5$).

عدد رینولدز در این قسمت حدود ۵ است (طول مشخصه جسم برابر با قطر عمودی بیضی است) و با داشتن چگالی هوا و گرانی آن با توجه به رابطه (۱) سرعت ورودی به دست می‌آید:

$$V_{inlet} = 3.625 \times 10^{-5} \frac{m}{s}$$

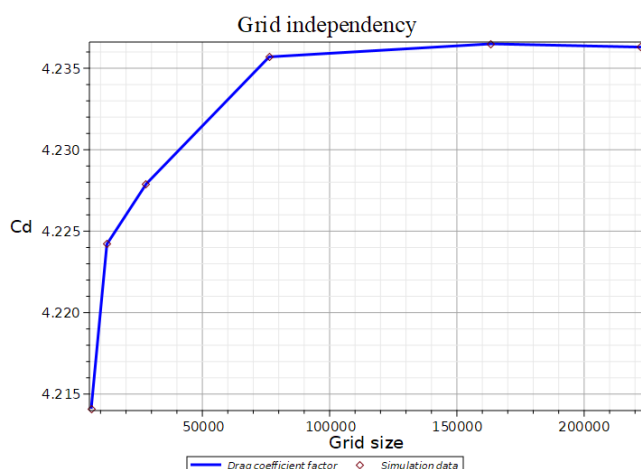
۱-۲-۲ شبکه‌بندی

شبکه‌بندی یا مش‌بندی انجام داده شده به صورت هیبرید می‌باشد و به روش‌های Edge sizing, Face meshing, Body sizing و Inflation صورت گرفته است و دامنه محاسباتی همانند شکل ۴ است (با این تفاوت که هندسه دیواره به بیضی تغییر داده شده است).

۲-۲-۲ استقلال از شبکه

برای کاهش هزینه محاسباتی، شبکه‌بندی انتخاب شده باید به گونه‌ای باشد که با افزایش تعداد شبکه، نتایج مورد نظر تغییر نکند و البته این افزایش تعداد نباید به قدری زیاد باشد که مدت زمان محاسبات افزایش یابد.

راه حل پیشنهادی این است که برای یک نتیجه دلخواه مانند ضریب درگ، اعداد و نتایج بدست آمده را برحسب تعداد شبکه رسم کرده و بهینه‌ترین تعداد شبکه به گونه‌ای انتخاب شود که با افزایش آن ضریب درگ تغییر چشمگیری نداشته باشد. طبق نمودار ۱۰، ۷۶۲۶۰ المان پاسخی نسبتاً ثابت برای مسئله خواهد داد.



شکل ۱۰: نمودار ضریب درگ مقطع بیضوی بر حسب تعداد شبکه برای رینولدز ۵

نمودارهای ضریب لیفت و درگ در شکل ۶، کانتور فشار و اندزه سرعت در شکل ۷ و کانتور تاوایی^{۱۱} و نمودار خطوط جریان در شکل ۸ قابل مشاهده هستند (به دلیل پایا بودن جریان، خط مسیر، خط جریان و خط دود^{۱۲} بر هم منطبق‌اند).

۵-۱-۲ تحلیل و ارزیابی

طبق تئوری اگر مقدار رینولدز بسیار کم باشد خطوط جریان کاملاً به دیواره استوانه می‌چسبند و این با نتایج بدست آمده (شکل ۸(ب)) کاملاً منطبق است.

فشار در سمت چپ استوانه نسبت به سمت راست زیادتر است (شکل ۷(آ)) و این اختلاف فشار منجر به اختلاف نیرو شده و باعث می‌شود نیرویی از طرف سیال به استوانه وارد شود (نیروی درگ).

همچنین به دلیل پایین بودن رینولدز، پشت جسم گردابه تشکیل نمی‌شود و تقان فشار نسبت به محور افقی باعث می‌شود که نیرویی رو به بالا به جسم وارد نشود و به عبارتی نیروی لیفت صفر خواهد بود. در اطراف جسم، لایه مرزی تشکیل شده باعث ایجاد تاوایی و چرخشی شدن جریان می‌شود و مقدار تاوایی با دور شدن از لایه مرزی کاهش می‌یابد و در نقاط بسیار دورتر از این لایه، مقدار تاوایی تقریباً برابر صفر خواهد شد (شکل ۸(آ)).

سرعت جریان نیز با نزدیک‌تر شدن به استوانه کاهش می‌یابد و با دور شدن از آن دوباره افزایش می‌یابد (شکل ۷(ب)) و در نقاط بسیار دورتر از جسم، سرعت سیال برابر با سرعت ورودی خواهد شد؛ همچنین شرط عدم نفوذ باعث می‌شود روی استوانه جهت سرعت مماس بر سطح مقطع استوانه باشد.

مقدار سرعت روی جسم و در نقطه سکون^{۱۳} برابر با صفر خواهد بود.

رابطه تئوری ضریب درگ برای جریان پایا و آرام حول استوانه با سطح مقطع دایره‌ای به شکل زیر است:

$$C_D = \frac{5.786}{\sqrt{Re}} + 1.152 + \frac{1.260}{Re} \quad (3)$$

محاسبه خطای مقدار به دست آورده شده از شبیه‌سازی با مقدار تئوری آن (روابط تئوری از مقاله [۱] استنتاج شده‌اند): طبق رابطه (۳)، مقدار تئوری ضریب درگ در رینولدز ۲ برابر خواهد شد با:

$$(C_D)_{Th} = 5.8733$$

در نتیجه مقدار خطای به دست آمده برای ضریب درگ برابر است با:

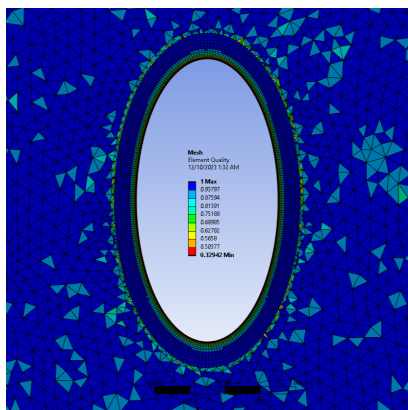
$$e = \frac{7.5039 - 5.8733}{5.8733} = 27.76\%$$

همچنین ضریب لیفت، چه از تئوری و چه از آزمایش مقدار صفر را نتیجه می‌دهد. خطای ضریب درگ به دست آمده با مقدار تئوری آن

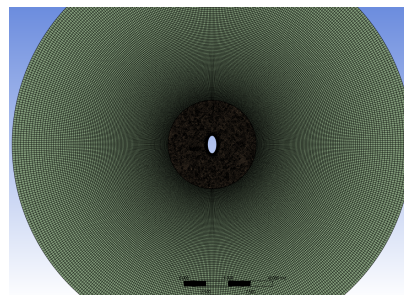
¹¹ Vorticity

¹² Streak line

¹³ Stagnation point



(ب) کیفیت شبکه



(آ) شبکه‌بندی

شکل ۹: شمای کلی شبکه‌بندی نهایی و کیفیت شبکه برای سطح مقطع بیضوی در رینولدز ۵

۳-۲-۲ بررسی کیفیت شبکه

در شکل ۹ شمایی کلی از شبکه‌بندی انتخاب شده و کیفیت آن نمایش داده شده است (معیار کیفیت شبکه بین ۰.۳۳ تا ۱ است).

۴-۲-۲ بررسی نتایج

معادلات پایستگی جرم و تکانه خطی با استفاده از یک حلگر حجم محدود برای جریان دو بعدی و سیال تراکم ناپذیر طبق شرایط مرزی تشریح شده (۳) برای هر یک از حالت‌های جریان، پیاده‌سازی شده است (حل با دقت مرتبه ۲ انجام داده شده است). ضریب درگ و ضریب لیفت به دست آمده از شبیه‌سازی به شرح زیر هستند:

$$C_D = 4.2357$$

$$C_L \approx 0$$

نمودارهای ضریب لیفت و درگ در شکل ۱۱، کانتور فشار و اندازه سرعت در شکل ۱۲ و کانتور تاوایی و نمودار خطوط جریان در شکل ۱۳ قابل مشاهده هستند (به دلیل پایا بودن جریان، خط مسیر، خط جریان و خط دود بر هم منطبق‌اند).

۵-۲-۲ تحلیل و ارزیابی

با افزایش رینولدز جریان کاملاً به دیواره نمی‌چسبد و به دلیل گرادیان فشار منفی، پشت جسم گردابه ایجاد می‌شود. با بررسی مختصات جدایش خط جریان از روی بیضی، زاویه جدایش به صورت تقریبی برابر است با:

$$\phi = \pm 56^\circ$$

و این با نتایج بدست آمده (شکل ۱۴) کاملاً منطبق است.

همچنین ضریب درگ نسبت به حالتی که رینولدز پایین‌تر بود ($Re = 2$)، کمتر شده است.

فشار در سمت چپ استوانه نسبت به سمت راست زیادتر است (شکل ۱۲(آ)) و این اختلاف فشار منجر به اختلاف نیرو شده و باعث

می‌شود نیرویی از طرف سیال به استوانه وارد شود (نیروی درگ).

همچنین فشار روی استوانه در زوایای زیر به کمترین حد خود می‌رسد:

$$\phi = \pm 83.37^\circ$$

همچنین تقان فشار نسبت به محور افقی باعث می‌شود که نیرویی رو به بالا به جسم وارد نشود و به عبارتی نیروی لیفت صفر خواهد بود.

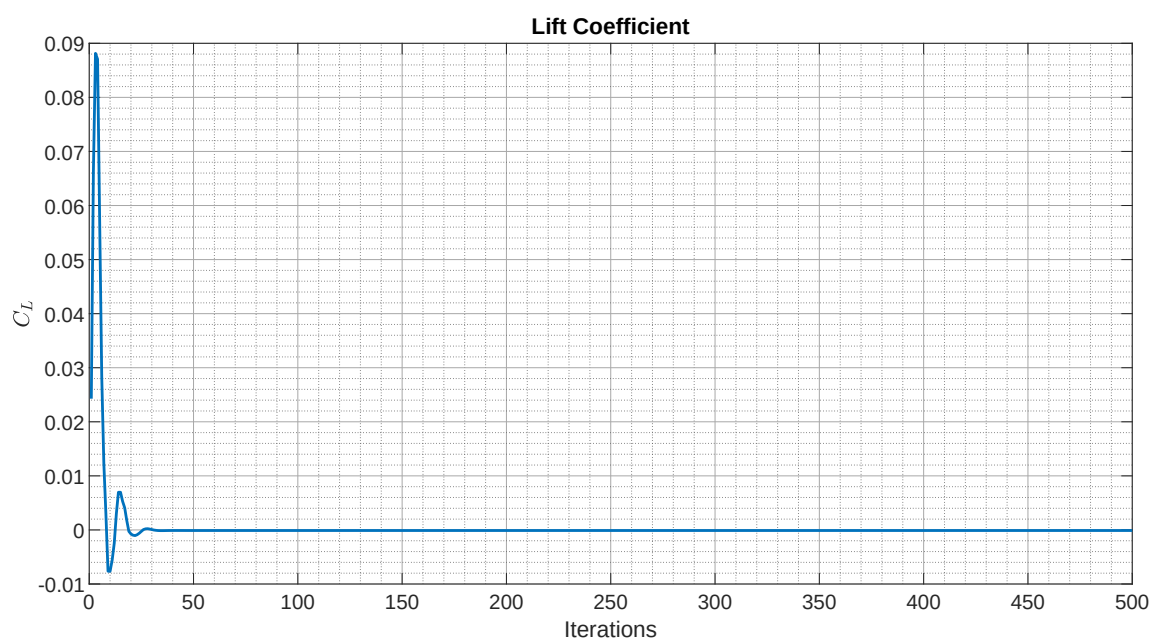
در اطراف جسم، لایه مرزی تشکیل شده باعث ایجاد تاوایی و چرخشی شدن جریان می‌شود و مقدار تاوایی با دور شدن از لایه مرزی کاهش می‌یابد (تعریف تاوایی به نحوی بیانگر میزان چرخیدن بردار سرعت در یک فضا است و به دلیل اینکه خطوط جریان باید از بالای بیضی بیشتر چرخش کنند پس به تعبیری میزان تاوایی در نقاطی که شعاع انحنا بیشتر دارد، بیشتر است گرچه این تعبیر شهودی است و برای به دست آوردن میدان تاوایی باید از روابط ریاضی و فیزیکی حاکم بر سیال استفاده کرد). همچنین در نقاط بسیار دورتر از لایه مرزی، مقدار تاوایی تقریباً برابر صفر خواهد شد (شکل ۱۳(آ)).

سرعت جریان نیز با نزدیک‌تر شدن به استوانه کاهش می‌یابد و با دور شدن از آن دوباره افزایش می‌یابد (شکل ۱۲(ب)) و در نقاط بسیار دورتر از جسم، سرعت سیال برابر با سرعت ورودی خواهد شد؛ همچنین شرط عدم نفوذ باعث می‌شود روی استوانه جهت سرعت مماس بر سطح مقطع استوانه باشد.

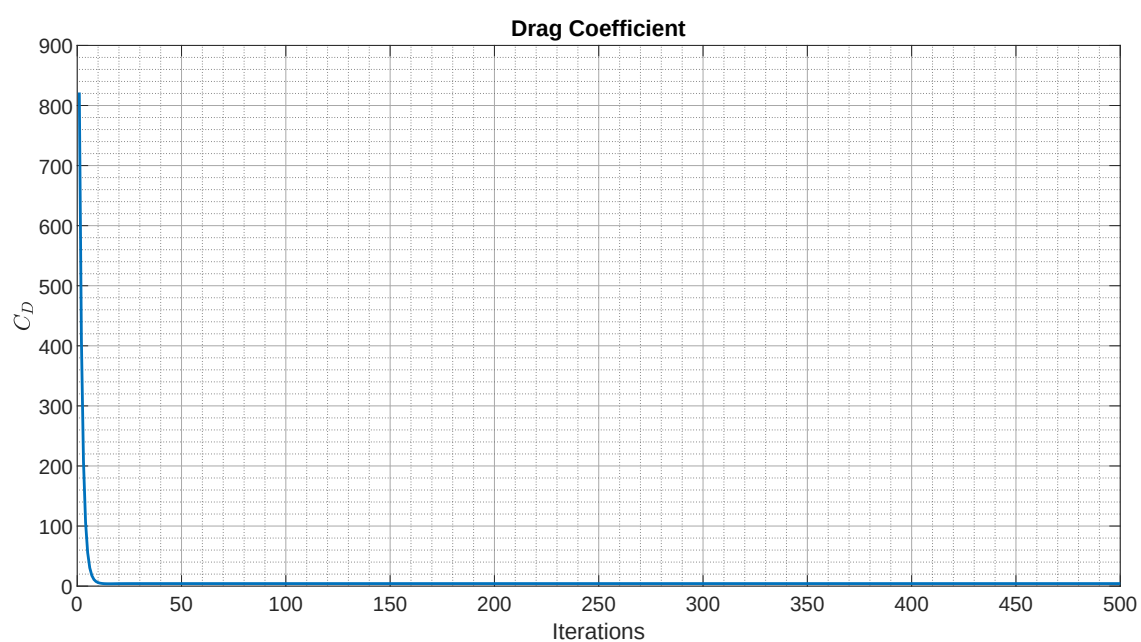
مقدار سرعت روی جسم و در نقطه سکون برابر با صفر خواهد بود. محاسبه خطای مقدار به دست آورده شده از شبیه‌سازی با مقدار به دست آمده از شبیه‌سازی دیگر (مقاله [۲]):

با توجه به شبیه‌سازی صورت گرفته در مقاله مذکور، ضریب درگ ناشی از فشار و ضریب درگ ناشی از اصطکاک برای سیال نیوتنی در رینولدز ۵ برابر است با:

$$\begin{cases} C_{Dp} = 2.6169 \\ C_{Df} = 1.2111 \end{cases}$$

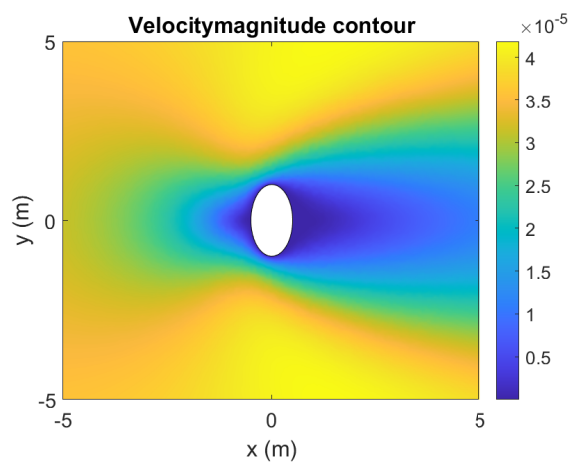


(آ) ضریب لیفت

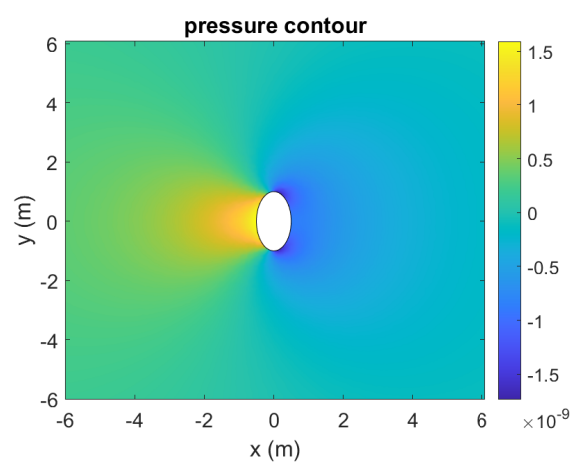


(ب) ضریب درگ

شکل ۱۱: نمودار ضریب لیفت و درگ برای مقطع بیضوی و حالت جریان پایا در رینولدز ۵

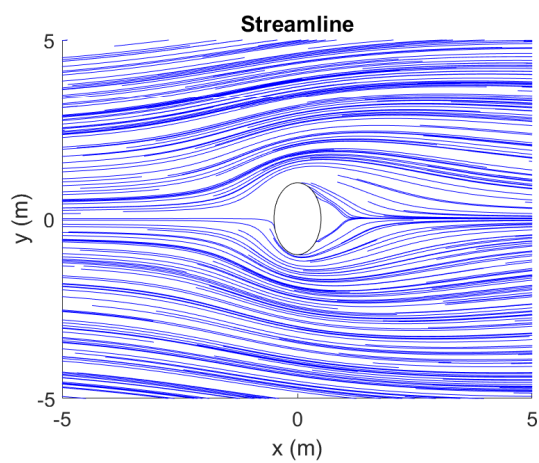


(ب) کانتور اندازه سرعت

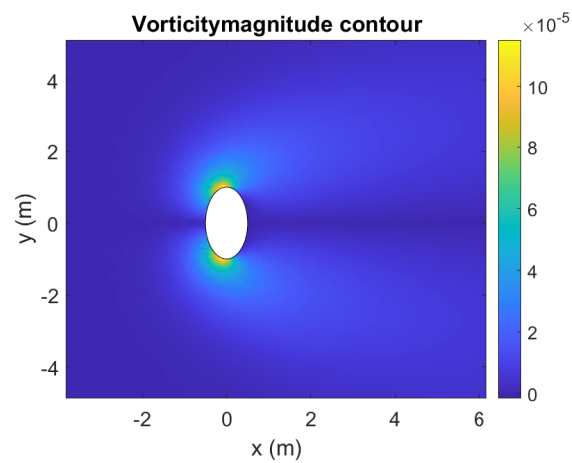


(آ) کانتور فشار

شکل ۱۲: کانتور های فشار و اندازه سرعت برای مقطع بیضوی در رینولدز ۵

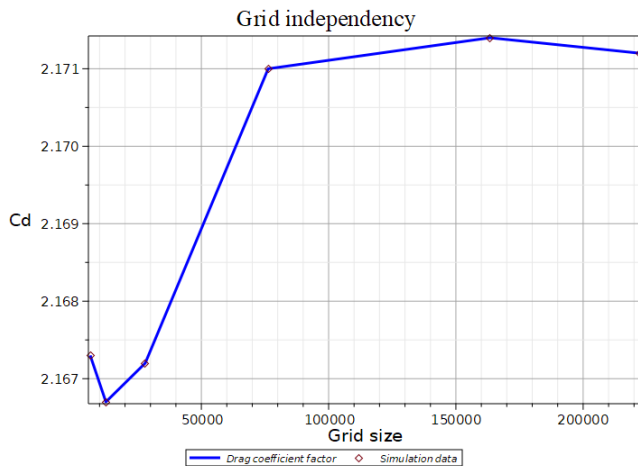


(ب) خطوط جریان

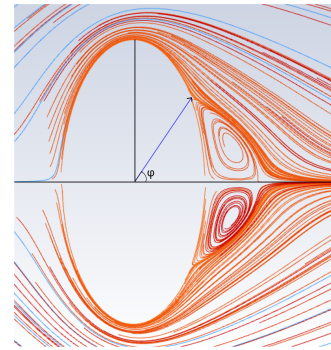


(آ) کانتور تاوایی

شکل ۱۳: کانتور تاوایی و نمودار خطوط جریان برای مقطع بیضوی در رینولدز ۵



شکل ۱۴: زاویه جدایش جریان روی استوانه با مقطع بیضوی در رینولدز ۵



شکل ۱۵: نمودار ضریب درگ مقطع بیضوی بر حسب تعداد شبکه برای رینولدز ۲۰

$$(C_D) = C_{D_p} + C_{D_f} = 3.828$$

در نتیجه مقدار خطای به دست آمده برای ضریب درگ نسبت به شبیه‌سازی مقاله برابر است با:

$$e = \frac{4.2357 - 3.828}{3.828} = 10.65\%$$

همچنین ضریب لیفت، چه از تئوری و چه از مقاله مقدار صفر را نتیجه می‌دهد. خطای ضریب درگ به دست آمده نسبت به شبیه‌سازی مقاله تقریباً برابر ده درصد است که نشان می‌دهد نوع شبکه و نحوه محاسبه درست بوده است.

رابطه تئوری ضریب درگ برای جریان پایا و آرام حول استوانه با سطح مقطع بیضوی و $e \geq 1$ به شکل زیر است:

$$(4) \quad C_D = \frac{1.353 + 4.43e^{-1.35}}{\sqrt{Re}} + \left(1.1526 + \frac{1.26}{Re}\right) e^{-0.95}, \quad e = \frac{b}{a}$$

محاسبه خطای مقدار به دست آورده شده از شبیه‌سازی با مقدار تئوری آن در حالت دایره (روابط تئوری از مقاله [۱] استنتاج شده‌اند):

طبق رابطه (۳)، مقدار تئوری ضریب درگ برای استوانه با مقطع دایره‌ای در رینولدز ۵ برابر است با:

$$(C_D)_{Th|e=1} = 3.9916$$

در نتیجه اگر سطح مقطع به جای بیضی دایره بود ضریب درگ کاهش می‌یافت.

همچنین اگر نسبت قطر عمودی به افقی بیضی برعکس شود یعنی $e = 2$ ، ضریب درگ طبق رابطه (۴) تقریباً نصف خواهد شد زیرا خطوط مماس بر سطح جسم نسبت به بردار سرعت ورودی زاویه زیادی ندارند.

$$(C_D)_{Th|e=2} = 2.1093$$

همچنین ضریب لیفت، چه از تئوری و چه از آزمایش مقدار صفر را نتیجه می‌دهد.

۳-۲ جریان پایا و آرام حول مقطع بیضوی در رینولدز ۲۰

در این بخش به بررسی و تحلیل نتایج حاصل از شبیه‌سازی جریان هوای پایا و آرام حول یک استوانه با مقطع بیضوی با قطر افقی ۱ متر و قطر عمودی ۲ متر پرداخته می‌شود ($e = 0.5$).

عدد رینولدز در این قسمت حدود ۲۰ است (طول مشخصه جسم برابر با قطر عمودی بیضی است) و با داشتن چگالی هوا و گرانش آن با توجه به رابطه (۱) سرعت ورودی به دست می‌آید:

$$V_{inlet} = 14.6073 \times 10^{-5} \frac{m}{s}$$

۱-۳-۲ شبکه‌بندی

شبکه‌بندی یا مش‌بندی انجام داده شده به صورت هیبرید می‌باشد و به روش‌های Edge sizing, Face meshing, Body sizing و Inflation صورت گرفته است و دامنه محاسباتی همانند شکل ۴ است (با این تفاوت که هندسه دیواره به بیضی تغییر داده شده است).

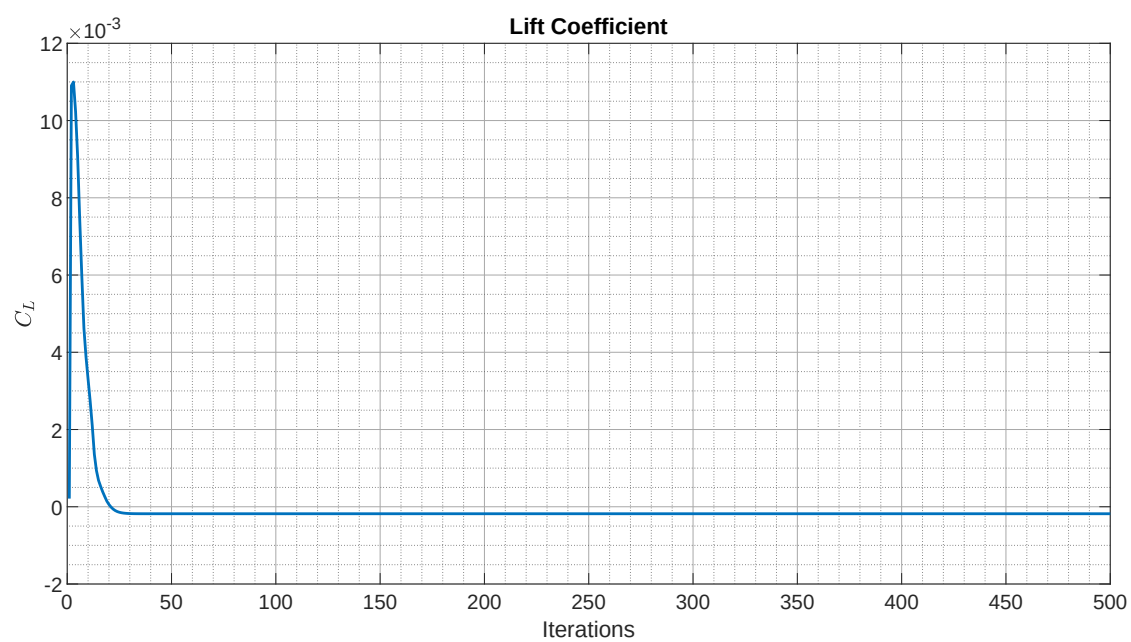
۲-۳-۲ استقلال از شبکه

برای کاهش هزینه محاسباتی، شبکه‌بندی انتخاب شده باید به گونه‌ای باشد که با افزایش تعداد شبکه، نتایج مورد نظر تغییر نکند و البته این افزایش تعداد نباید به قدری زیاد باشد که مدت زمان محاسبات افزایش یابد.

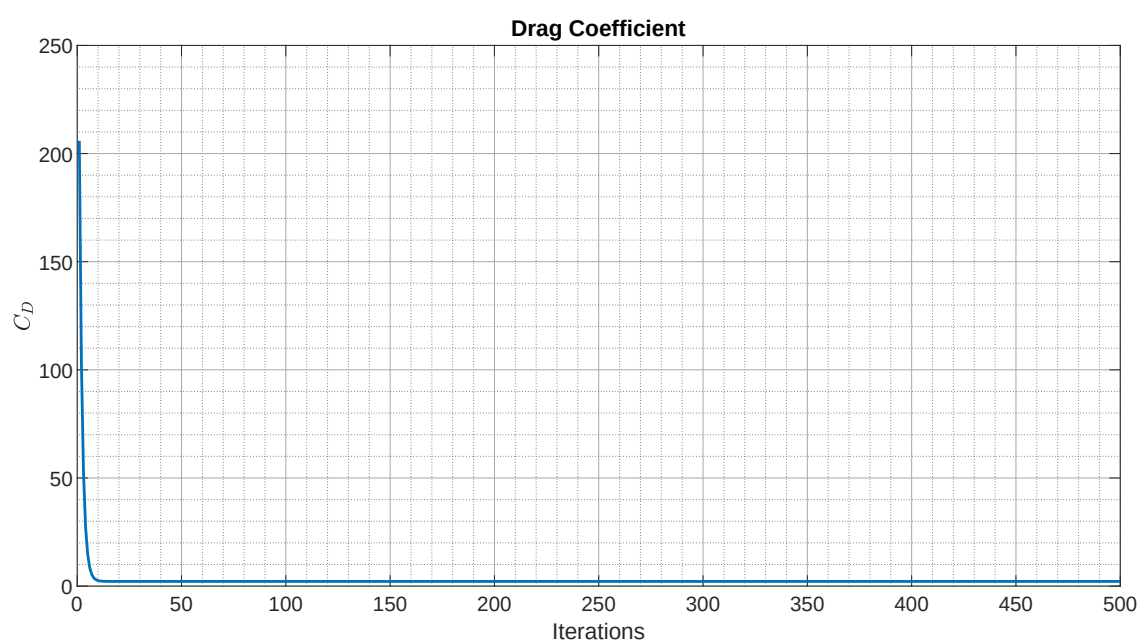
راه حل پیشنهادی این است که برای یک نتیجه دلخواه مانند ضریب درگ، اعداد و نتایج بدست آمده را برحسب تعداد شبکه رسم کرده و بهینه‌ترین تعداد شبکه به گونه‌ای انتخاب شود که با افزایش آن ضریب درگ تغییر چشمگیری نداشته باشد. طبق نمودار ۱۵، ۷۶۲۶۰ المان پاسخی نسبتاً ثابت برای مسئله خواهد داد.

۳-۳-۲ بررسی کیفیت شبکه

در شکل ۹ شمایی کلی از شبکه‌بندی انتخاب شده و کیفیت آن نمایش داده شده است (معیار کیفیت شبکه بین ۰.۳۳ تا ۱ است).

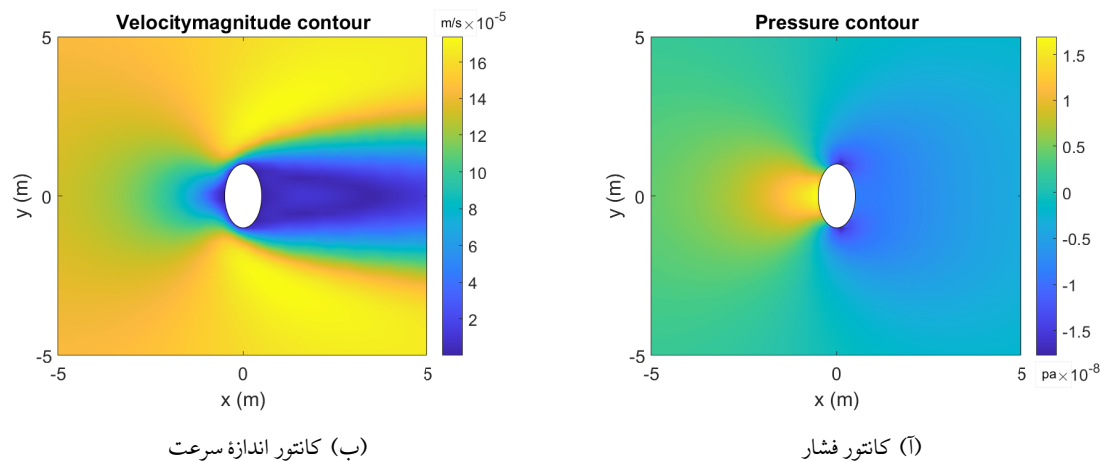


(آ) ضریب لیفت

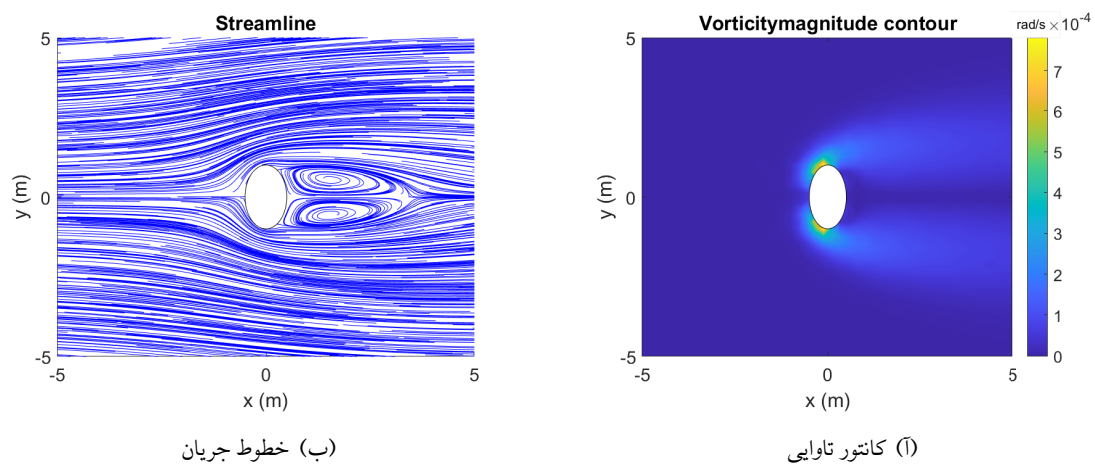


(ب) ضریب درگ

شکل ۱۶: نمودار ضریب لیفت و درگ برای مقطع بیضوی و حالت جریان پایا در رینولدز ۲۰



شکل ۱۷: کانتور های فشار و اندازه سرعت برای مقطع بیضوی در رینولدز ۲۰



شکل ۱۸: کانتور تاوایی و نمودار خطوط جریان برای مقطع بیضوی در رینولدز ۲۰

همچنین تقان فشار نسبت به محور افقی باعث می شود که نیرویی رو به بالا به جسم وارد نشود و به عبارتی نیروی لیفت صفر خواهد بود.

جدایش جریان نسبت به حالتی که رینولدز پایین تر بود در زاویه بیشتری رخ داده است. دلیل این امر این است که با افزایش رینولدز و به تبع آن افزایش سرعت، ضخامت لایه مرزی بیشتر می شود و باعث افزایش میزان تاوایی نسبت به حالت قبل می شود و جدایش جریان در زاویه بیشتری رخ می دهد.

در اطراف جسم، لایه مرزی تشکیل شده باعث ایجاد تاوایی و چرخشی شدن جریان می شود و مقدار تاوایی با دور شدن از لایه مرزی کاهش می یابد (تعریف تاوایی به نحوی بیانگر میزان چرخیدن بردار سرعت در یک فضا است و به دلیل اینکه خطوط جریان باید از بالای بیضی بیشتر چرخش کنند پس به تعبیری میزان تاوایی در نقاطی که شعاع انحنای بیشتری دارد، بیشتر است گرچه این تعبیر شهودی است و برای به دست آوردن میدان تاوایی باید از روابط ریاضی و فیزیکی حاکم بر سیال استفاده کرد). همچنین در نقاط بسیار دورتر از لایه مرزی، مقدار تاوایی تقریباً برابر صفر خواهد شد (شکل ۱۸ (آ)).

سرعت جریان نیز با نزدیک تر شدن به استوانه کاهش می یابد و با دور شدن از آن دوباره افزایش می یابد (شکل ۱۷ (ب)) و در نقاط بسیار دورتر از جسم، سرعت سیال برابر با سرعت ورودی خواهد شد؛ همچنین شرط عدم نفوذ باعث می شود روی استوانه جهت سرعت مماس بر سطح مقطع استوانه باشد.

مقدار سرعت روی جسم و در نقطه سکون برابر با صفر خواهد بود. محاسبه خطای مقدار به دست آورده شده از شبیه سازی با مقدار به دست آمده از شبیه سازی دیگر (مقاله [۲]):

با توجه به شبیه سازی صورت گرفته در مقاله مذکور، ضریب درگ ناشی از فشار و ضریب درگ ناشی از اصطکاک برای سیال نیوتنی در رینولدز ۲۰ برابر است با:

$$\begin{cases} C_{D_p} = 1.5037 \\ C_{D_f} = 0.5166 \end{cases}$$

$$(C_D) = C_{D_p} + C_{D_f} = 2.0203$$

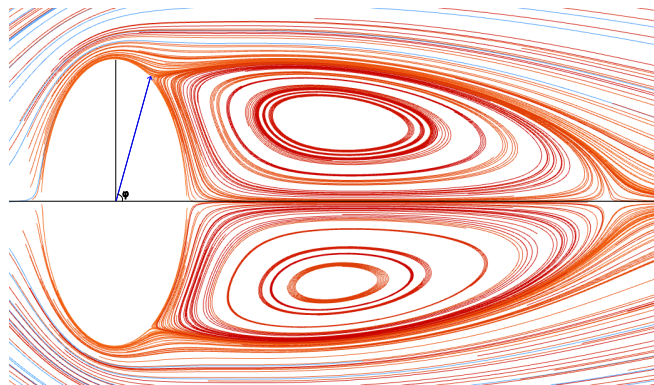
در نتیجه مقدار خطای به دست آمده برای ضریب درگ نسبت به شبیه سازی مقاله برابر است با:

$$e = \frac{2.1710 - 2.0203}{2.0203} = 7.46\%$$

همچنین ضریب لیفت، چه از تئوری و چه از مقاله مقدار صفر را نتیجه می دهد. خطای ضریب درگ به دست آمده نسبت به شبیه سازی مقاله کمتر از ده درصد است که نشان می دهد نوع شبکه و نحوه محاسبه درست بوده است.

محاسبه خطای مقدار به دست آورده شده از شبیه سازی با مقدار تئوری آن در حالت دایره (روابط تئوری از مقاله [۱] استنتاج شده اند):

طبق رابطه (۳)، مقدار تئوری ضریب درگ برای استوانه با مقطع



شکل ۱۹: زاویه جدایش جریان روی استوانه با مقطع بیضوی در رینولدز ۲۰

۴-۳-۲ بررسی نتایج

معادلات پایستگی جرم و تکانه خطی با استفاده از یک حلگر حجم محدود برای جریان دو بعدی و سیال تراکم ناپذیر طبق شرایط مرزی تشریح شده (۳) برای هر یک از حالت های جریان، پیاده سازی شده است (حل با دقت مرتبه ۲ انجام داده شده است). ضریب درگ و ضریب لیفت به دست آمده از شبیه سازی به شرح زیر هستند:

$$C_D = 2.1710$$

$$C_L \approx 0$$

نمودارهای ضریب لیفت و درگ در شکل ۱۶، کانتور فشار و اندازه سرعت در شکل ۱۷ و کانتور تاوایی و نمودار خطوط جریان در شکل ۱۸ قابل مشاهده هستند (به دلیل پایا بودن جریان، خط مسیر، خط جریان و خط دود بر هم منطبق اند).

۵-۳-۲ تحلیل و ارزیابی

با افزایش رینولدز جریان کاملاً به دیواره نمی چسبد و به دلیل گرادیان فشار منفی، پشت جسم گردابه ایجاد می شود. با بررسی مختصات جدایش خط جریان از روی بیضی، زاویه جدایش به صورت تقریبی برابر است با:

$$\phi = \pm 75^\circ$$

و این با نتایج بدست آمده (شکل ۱۹) کاملاً منطبق است.

همچنین ضریب درگ نسبت به حالتی که رینولدز پایین تر بود ($Re = 5$)، کمتر شده است.

فشار در سمت چپ استوانه نسبت به سمت راست زیادتر است (شکل ۱۷ (آ)) و این اختلاف فشار منجر به اختلاف نیرو شده و باعث می شود نیرویی از طرف سیال به استوانه وارد شود (نیروی درگ).

همچنین فشار روی استوانه در زوایای زیر به کمترین حد خود می رسد:

$$\phi = \pm 85.84^\circ$$

Number of Time Steps	300
Time Step size	1000
Max Iterations/Time Step	20

دایره‌ای در رینولدز ۲۰ برابر است با:

$$(C_D)_{Th|e=1} = 2.5088$$

در نتیجه اگر سطح مقطع به جای بیضی دایره بود ضریب درگ افزایش می‌یافت.

همچنین اگر نسبت قطر عمودی به افقی بیضی برعکس شود یعنی $e = 2$ ، ضریب درگ طبق رابطه (۴) تقریباً نصف خواهد شد زیرا خطوط مماس بر سطح جسم نسبت به بردار سرعت ورودی زاویه زیادی ندارند.

$$((C_D)_{Th|e=2} = 1.3204)$$

همچنین ضریب لیفت، چه از تئوری و چه از آزمایش مقدار صفر را نتیجه می‌دهد.

۴-۲ جریان گذرا و آرام حول مقطع بیضوی در رینولدز ۱۰۰

در این بخش به بررسی و تحلیل نتایج حاصل از شبیه‌سازی جریان هوای آرام و گذرا حول یک استوانه با مقطع بیضوی با قطر افقی ۱ متر و قطر عمودی ۲ متر پرداخته می‌شود ($e = 0.5$).

عدد رینولدز در این قسمت حدود ۱۰۰ است (طول مشخصه جسم برابر با قطر عمودی بیضی است) و با داشتن چگالی هوا و گرانش آن با توجه به رابطه (۱) سرعت ورودی به دست می‌آید:

$$V_{inlet} = 7.30367 \times 10^{-4} \frac{m}{s}$$

۱-۴-۲ شبکه‌بندی

شبکه‌بندی یا مش‌بندی انجام داده شده به صورت هیبرید می‌باشد و به روش‌های Edge sizing, Face meshing, Body sizing و Inflation صورت گرفته است و دامنه محاسباتی همانند شکل ۴ است (با این تفاوت که هندسه دیواره به بیضی تغییر داده شده است).

۲-۴-۲ استقلال از شبکه و گام زمانی

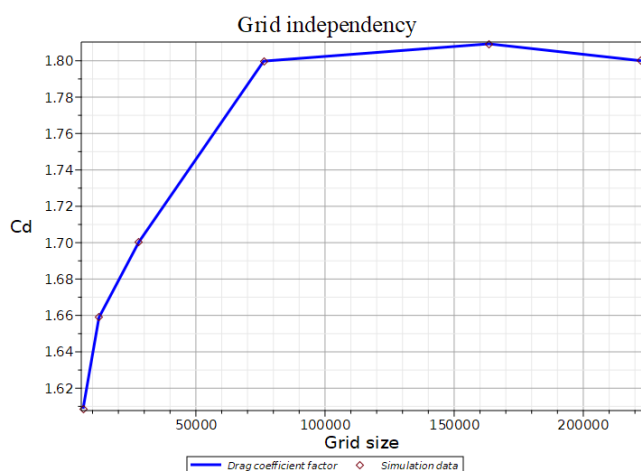
برای کاهش هزینه محاسباتی، شبکه‌بندی انتخاب شده باید به گونه‌ای باشد که با افزایش تعداد شبکه، نتایج مورد نظر تغییر نکند و البته این افزایش تعداد نباید به قدری زیاد باشد که مدت زمان محاسبات افزایش یابد.

راه حل پیشنهادی این است که برای یک نتیجه دلخواه مانند ضریب لیفت، اعداد و نتایج بدست آمده را برحسب تعداد شبکه رسم کرده و بهینه‌ترین تعداد شبکه به گونه‌ای انتخاب شود که با افزایش آن ضریب لیفت تغییر چشمگیری نداشته باشد.

به دلیل نوسانی بودن ضریب لیفت، بیشترین مقدار آن در نمودار ۲۰ نمایش داده شده است. همچنین داده‌ها برای شبکه‌بندی‌های مختلف با شرایط زیر به دست آمدند:

طبق نمودار ۲۰، ۷۶۲۶۰ المان پاسخی نسبتاً ثابت برای مسئله خواهد داد.

برای بررسی استقلال از گام زمانی باتوجه به تعداد شبکه انتخاب شده در سه گام زمانی ۱۰، ۱۰۰ و ۱۰۰۰ به بررسی تغییرات عدد استرومال



شکل ۲۰: نمودار ضریب درگ مقطع بیضوی بر حسب تعداد شبکه برای رینولدز ۱۰۰

پرداخته شده است و نتایج در نمودار ۲۱ آورده شده است.

با توجه به نمودار ۲۱، نوسان ضریب لیفت مستقل از گام زمانی است و برای هر گام عدد استرومال مقدار تقریباً یکسانی است (بین ۰.۱۷ و ۰.۲) پس گام زمانی ۱۰۰۰ برای ادامه محاسبات انتخاب شده است.

برای سرعت‌بخشی به حلگر عددی نرم‌افزار در گام‌های زمانی کوچک‌تر، نتایج به دست آمده از گام زمانی ۱۰۰۰ را به عنوان شرایط اولیه گام‌های زمانی کوچک‌تر انتخاب کرده و سرعت همگرایی به شدت مورد افزایش قرار می‌گیرد.

۳-۴-۲ بررسی کیفیت شبکه

در شکل ۹ شمایی کلی از شبکه‌بندی انتخاب شده و کیفیت آن نمایش داده شده است (معیار کیفیت شبکه بین ۰.۳۳ تا ۱ است).

۴-۴-۲ بررسی نتایج

معادلات پایستگی جرم و تکانه خطی با استفاده از یک حلگر حجم محدود برای جریان دو بعدی و سیال تراکم ناپذیر طبق شرایط مرزی تشریح شده (۳) برای هریک از حالت‌های جریان، پیاده‌سازی شده است (حل با دقت مرتبه ۲ انجام داده شده است). ضریب درگ و ضریب لیفت به دست آمده از شبیه‌سازی بعد از شروع ره‌ایش گردابه‌ها به شرح زیر هستند:

$$\begin{cases} C_{D_{max}} = 1.8458 \\ C_{D_{min}} = 1.7538 \\ \bar{C}_D = 1.7998 \end{cases}, \begin{cases} C_{L_{max}} = 0.4721 \\ C_{L_{min}} = -0.4719 \\ \bar{C}_L \approx 0 \end{cases}$$

نمودارهای تغییرات ضریب لیفت و درگ بر حسب زمان در شکل

(شکل ۲۳(آ)) و این اختلاف فشار منجر به اختلاف نیرو شده و باعث می شود نیرویی از طرف سیال به استوانه وارد شود (نیروی درگ).

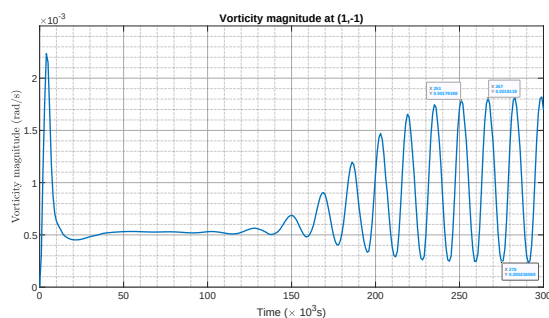
همچنین تقان فشار نسبت به محور افقی باعث می شود که به صورت میانگین نیرویی رو به بالا به جسم وارد نشود و به عبارتی نیروی متوسط لیفت صفر خواهد بود (نیروی وارده بر جسم بین دو مقدار مثبت و منفی در گذر زمان نوسان می کند).

جدایش جریان نسبت به حالتی که رینولدز پایین تر بود در زاویه بیشتری رخ داده است. دلیل این امر این است که با افزایش رینولدز و به تبع آن افزایش سرعت، ضخامت لایه مرزی بیشتر می شود و باعث افزایش میزان تاوایی نسبت به حالت قبل می شود و جدایش جریان در زاویه بیشتری رخ می دهد.

در اطراف جسم، لایه مرزی تشکیل شده باعث ایجاد تاوایی و چرخشی شدن جریان می شود و مقدار تاوایی با دور شدن از لایه مرزی کاهش می یابد (تعریف تاوایی به نحوی بیانگر میزان چرخیدن بردار سرعت در یک فضا است و به دلیل اینکه خطوط جریان باید از بالای بیضی بیشتر چرخش کنند پس به تعبیری میزان تاوایی در نقاطی که شعاع انحنای بیشتری دارد، بیشتر است گرچه این تعبیر شهودی است و برای به دست آوردن میدان تاوایی باید از روابط ریاضی و فیزیکی حاکم بر سیال استفاده کرد). همچنین در نقاط بسیار دورتر از لایه مرزی، مقدار تاوایی تقریباً برابر صفر خواهد شد (شکل ۲۴(آ)).

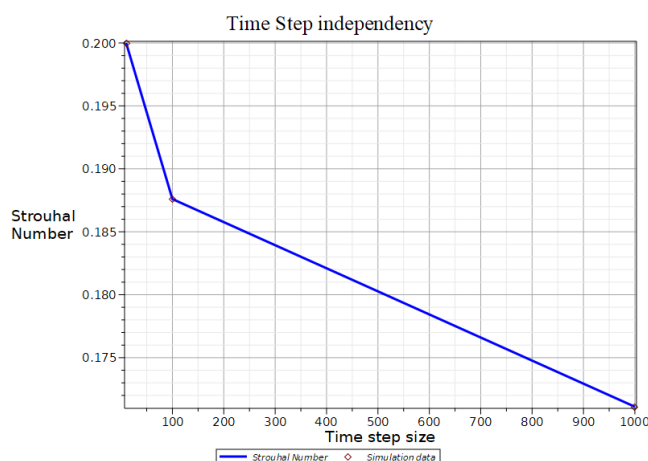
تاوایی نسبت به حالت جریان در رینولدز ۲۰ افزایش داشته است. در نمودار ۲۶ تغییرات تاوایی در نقطه (1, -1) نسبت به زمان قابل مشاهده است (فرکانس نوسان تاوایی با فرکانس نوسان ضریب لیفت هماهنگ است).

گردابه های تشکیل شده پشت جسم انرژی جنبشی خود را به مرور زمان تبدیل به انرژی گرمایی می کنند و جریان در فاصله ای دور همانند جریان ورودی می شود.



شکل ۲۶: نمودار تغییرات تاوایی در نقطه (1, -1) نسبت به زمان برای رینولدز ۱۰۰

سرعت جریان نیز با نزدیک تر شدن به استوانه کاهش می یابد و با دور شدن از آن به صورت نوسانی تغییر می کند (شکل ۲۳(ب)) و در نقاط بسیار دورتر از جسم، سرعت سیال برابر با سرعت ورودی خواهد شد؛ همچنین شرط عدم نفوذ باعث می شود روی استوانه جهت سرعت



شکل ۲۱: نمودار عدد استروهل مقطع بیضوی بر حسب گام زمانی برای رینولدز ۱۰۰

۲۲، کانتور فشار و اندازه سرعت در شکل ۲۳ و کانتور تاوایی و نمودار خطوط جریان در شکل ۲۴ قابل مشاهده هستند (به دلیل پایا نبودن جریان، شکل کانتورها بر حسب زمان تغییر می کنند و کانتورهای مذکور در یک زمان مشخص رسم شده اند).

فرکانس زمانی غالب نوسان ضریب لیفت (و نه درگ) با توجه به تبدیل فوری از داده های به دست آمده، برابر است با:

$$f = 6.25 \times 10^{-5} \text{ Hz}$$

عدد استروهل باتوجه به قطر عمودی ۲ متر و رابطه (۲)، برابر است با:

$$St = 0.1711$$

۲-۴-۵ تحلیل و ارزیابی

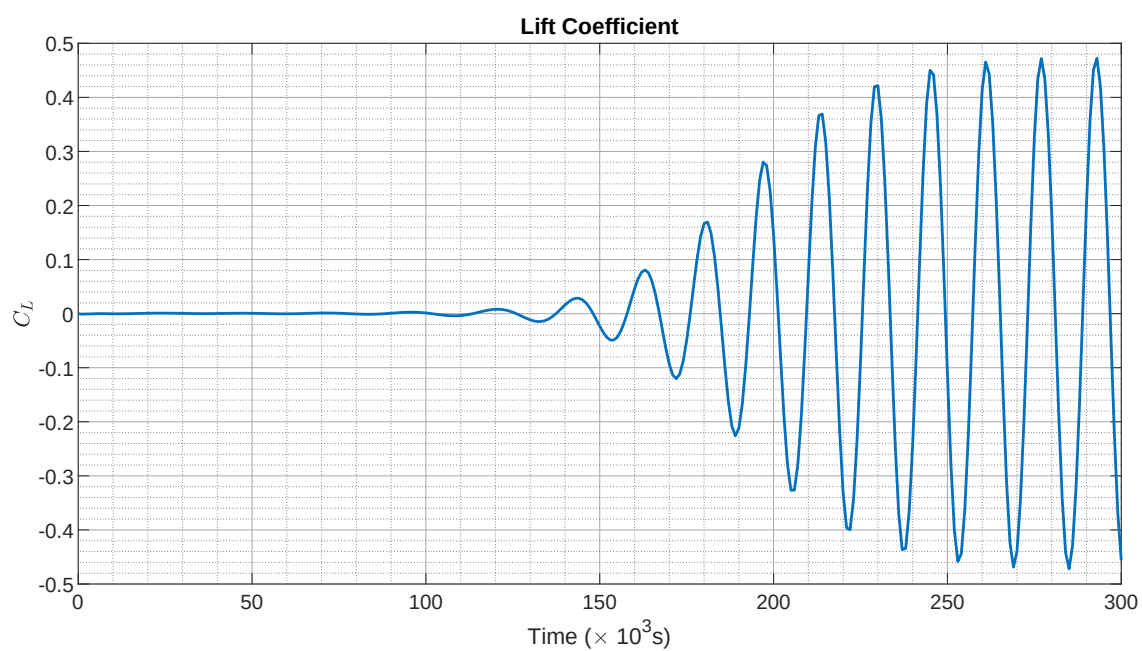
در رینولدزهای بالا جریان کاملاً به دیواره نمی چسبد و به دلیل گردابان فشار منفی، پشت جسم گردابه ایجاد می شود. با گذر زمان گردابه های پشت جسم رشد کرده و موجب شروع پدیده گردابه ای فون کارمن می شوند.

به طور کلی، جدایش گردابه فون کارمن به دلیل اختلاف سرعت هوا در دو سمت مختلف یک جسم در حرکت ایجاد می شود. به عنوان مثال، فرض کنید یک جسم به سمت راست حرکت می کند و هوا در اطراف آن جریان دارد. هوا در سمت راست جسم با سرعت بالاتری حرکت می کند و هوا در سمت چپ جسم با سرعت پایین تری حرکت می کند. این اختلاف سرعت باعث می شود که هوا در دو سمت مختلف از جسم به شدت گردش کند و گردابه هایی با فرکانس خاصی ایجاد شود.

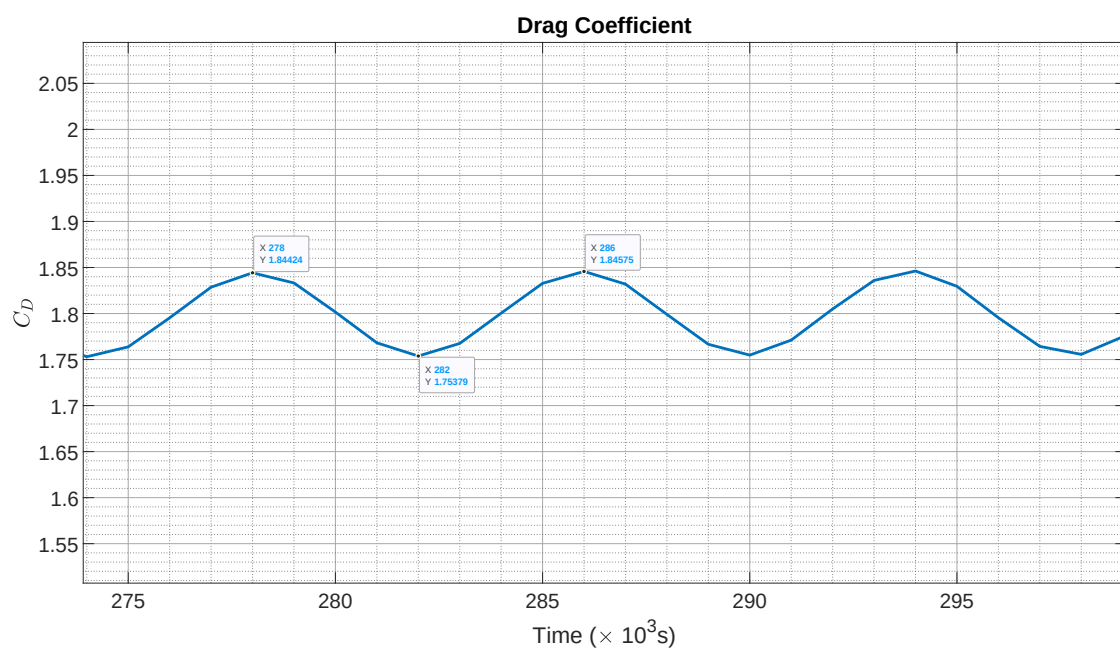
با بررسی مختصات جدایش خط جریان از روی بیضی، زاویه جدایش به صورت تقریبی برابر است با:

$$\phi = \pm 82.59^\circ$$

و این با نتایج بدست آمده (شکل ۲۵) کاملاً منطبق است. فشار در سمت چپ استوانه نسبت به سمت راست زیادتر است

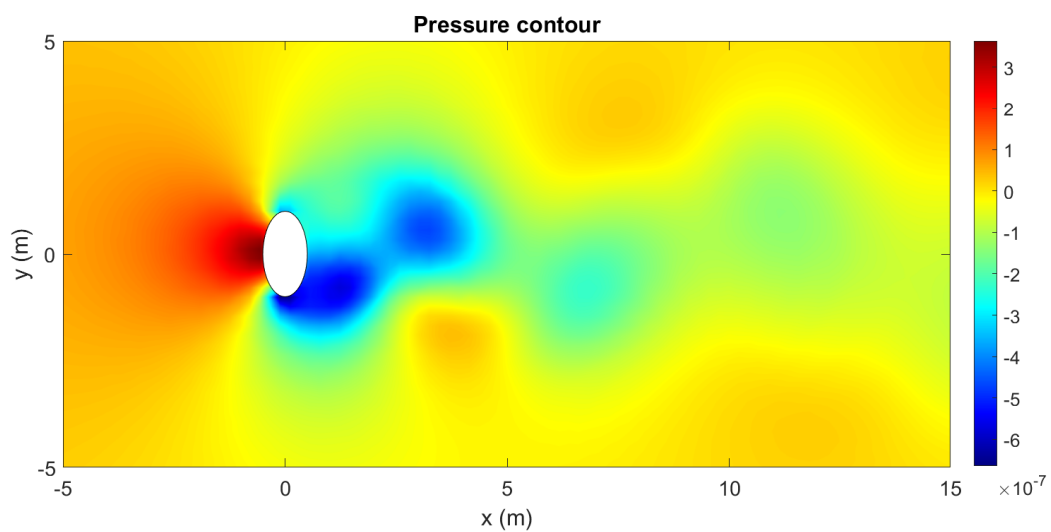


(آ) ضریب لیفت

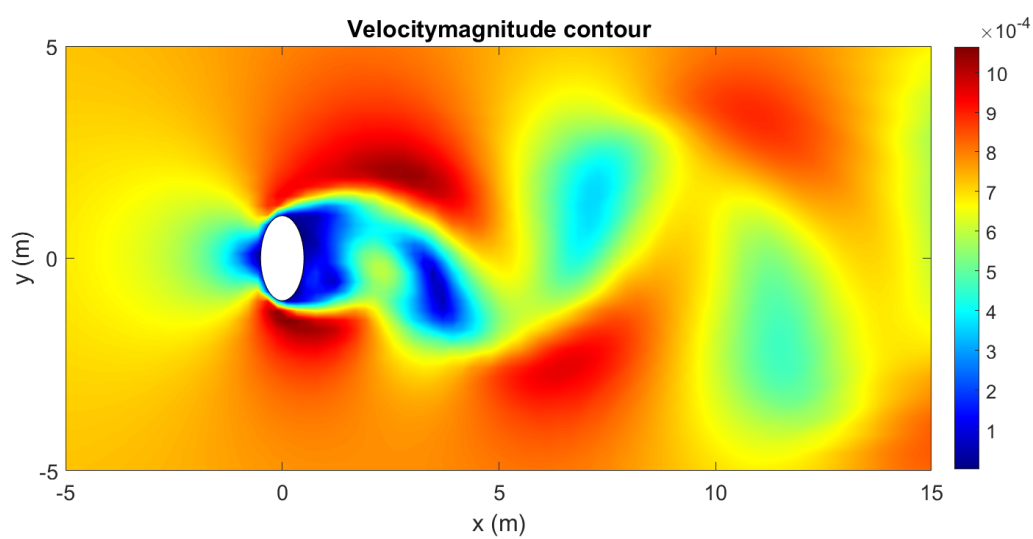


(ب) ضریب درگ

شکل ۲۲: نمودار ضریب لیفت و درگ برای مقطع بیضوی و حالت جریان گذرا در رینولدز ۱۰۰

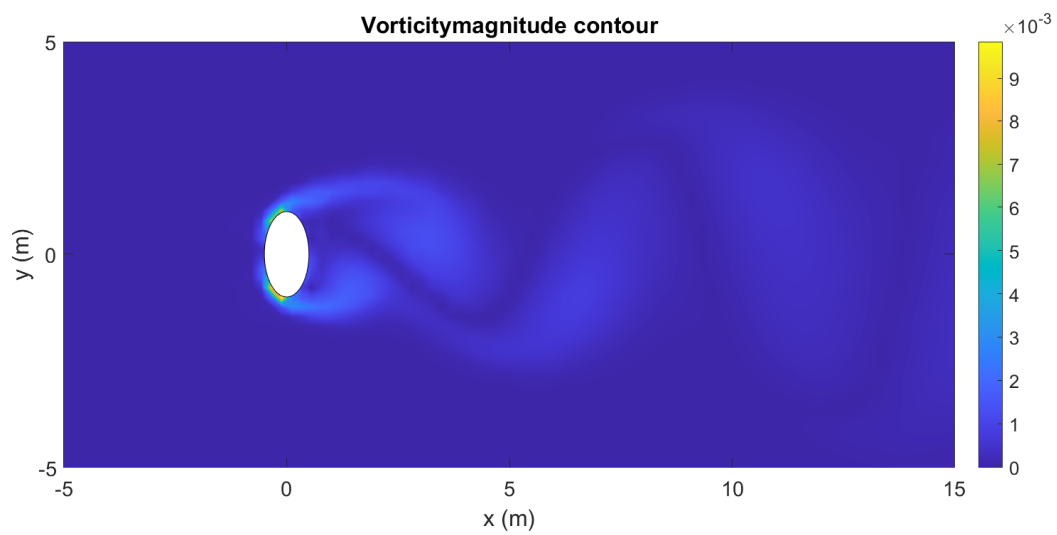


(آ) کانتور فشار

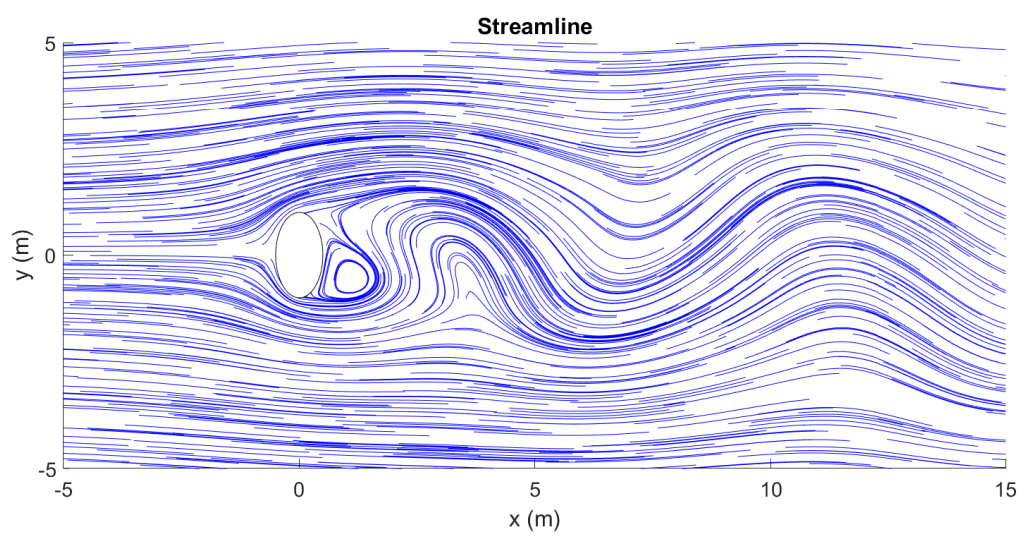


(ب) کانتور اندازه سرعت

شکل ۲۳: کانتور های فشار و اندازه سرعت برای مقطع بیضوی در رینولدز ۱۰۰



(آ) کانتور تاوایی



(ب) خطوط جریان

شکل ۲۴: کانتور تاوایی و نمودار خطوط جریان برای مقطع بیضوی در رینولدز ۱۰۰

با توجه به رابطه (۱) سرعت ورودی به دست می‌آید:

$$V_{inlet} = 2.1911 \times 10^{-3} \frac{m}{s}$$

۲-۵-۱ شبکه‌بندی

شبکه‌بندی یا مش‌بندی انجام داده شده به صورت هیبرید می‌باشد و به روش‌های Face sizing, Body sizing, Edge sizing و Inflation صورت گرفته است و دامنه محاسباتی همانند شکل ۴ است (با این تفاوت که هندسه دیواره به بیضی تغییر داده شده است).

۲-۵-۲ استقلال از شبکه و گام زمانی

برای کاهش هزینه محاسباتی، شبکه‌بندی انتخاب شده باید به گونه‌ای باشد که با افزایش تعداد شبکه، نتایج مورد نظر تغییر نکند و البته این افزایش تعداد نباید به قدری زیاد باشد که مدت زمان محاسبات افزایش یابد.

راه حل پیشنهادی این است که برای یک نتیجه دلخواه مانند ضریب لیفت، اعداد و نتایج بدست آمده را برحسب تعداد شبکه رسم کرده و بهترین تعداد شبکه به گونه‌ای انتخاب شود که با افزایش آن ضریب لیفت تغییر چشمگیری نداشته باشد.

با پردازش‌های صورت گرفته روی شبکه‌بندی‌های مختلف ۷۶۲۶۰ المان پاسخی نسبتاً ثابت برای مسئله خواهد داد. همچنین داده‌ها برای شبکه‌بندی‌های مختلف با شرایط زیر به دست آمدند:

Number of Time Steps	300
Time Step size	1000
Max Iterations/Time Step	20

برای بررسی استقلال از گام زمانی باتوجه به تعداد شبکه انتخاب شده در سه گام زمانی ۱۰، ۱۰۰ و ۱۰۰۰ به بررسی تغییرات عدد استرومال پرداخته شده است و گام زمانی ۱۰۰۰ برای ادامه محاسبات انتخاب شده است.

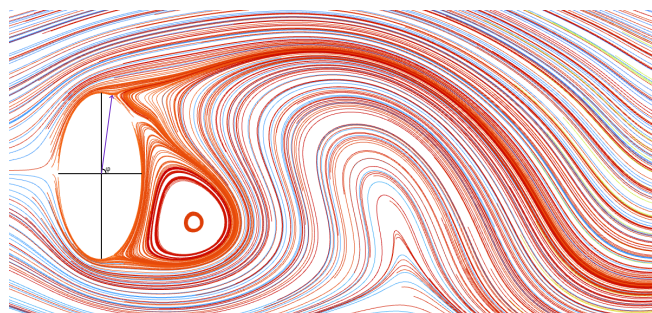
برای سرعت‌بخشی به حلگر عددی نرم‌افزار در گام‌های زمانی کوچک‌تر، نتایج به دست آمده از گام زمانی ۱۰۰۰ را به عنوان شرایط اولیه گام‌های زمانی کوچک‌تر انتخاب کرده و سرعت همگرایی به شدت مورد افزایش قرار می‌گیرد.

۲-۵-۳ بررسی کیفیت شبکه

در شکل ۹ شمایی کلی از شبکه‌بندی انتخاب شده و کیفیت آن نمایش داده شده است (معیار کیفیت شبکه بین ۰.۳۳ تا ۱ است).

۲-۵-۴ بررسی نتایج

معادلات پایستگی جرم و تکانه خطی با استفاده از یک حلگر حجم محدود برای جریان دو بعدی و سیال تراکم ناپذیر طبق شرایط مرزی تشریح شده (۳) برای هر یک از حالت‌های جریان، پیاده سازی شده است (حل با دقت مرتبه ۲ انجام داده شده است). ضریب درگ و ضریب



شکل ۲۵: زاویه جدایش جریان روی استوانه با مقطع بیضوی در رینولدز ۱۰۰

مماس بر سطح مقطع استوانه باشد.

در برخی نقاط پشت جسم و در محل تشکیل گردابه‌ها، سرعت سیال صفر است و محل این نقاط با گذر زمان تغییر می‌کند.

مقدار سرعت روی جسم و در نقطه سکون نیز برابر با صفر است. مقایسه عدد استرومال به دست آورده شده از شبیه‌سازی با مقدار به دست آمده از شبیه‌سازی دیگر برای دایره در رینولدز ۱۰۰ (مقاله [۴]):

با توجه به مقاله مذکور، عدد استرومال مقطع دایروی برای سیال نیوتنی در رینولدز ۱۰۰ برابر است با:

$$St^* = 0.165 < St = 0.1711$$

دایره نسبت به بیضی کمتر در مقابل جریان مقاومت می‌کند که این باعث کاهش فرکانس تولید گردابه‌ها می‌شود و به تبع آن در رینولدز یکسان و قطر مشخص، عدد استرومال کمتری خواهد داشت (البته در شرایط گذار به رژیم آشفته این شرایط فرق می‌کند).

محاسبه خطای عدد استرومال به دست آورده شده از شبیه‌سازی با مقدار به دست آمده از شبیه‌سازی دیگر (مقاله [۵]): با توجه به مقاله مذکور، عدد استرومال برای سیال نیوتنی در رینولدز ۱۰۰ برابر است با:

$$St_{Thompson} = 0.18$$

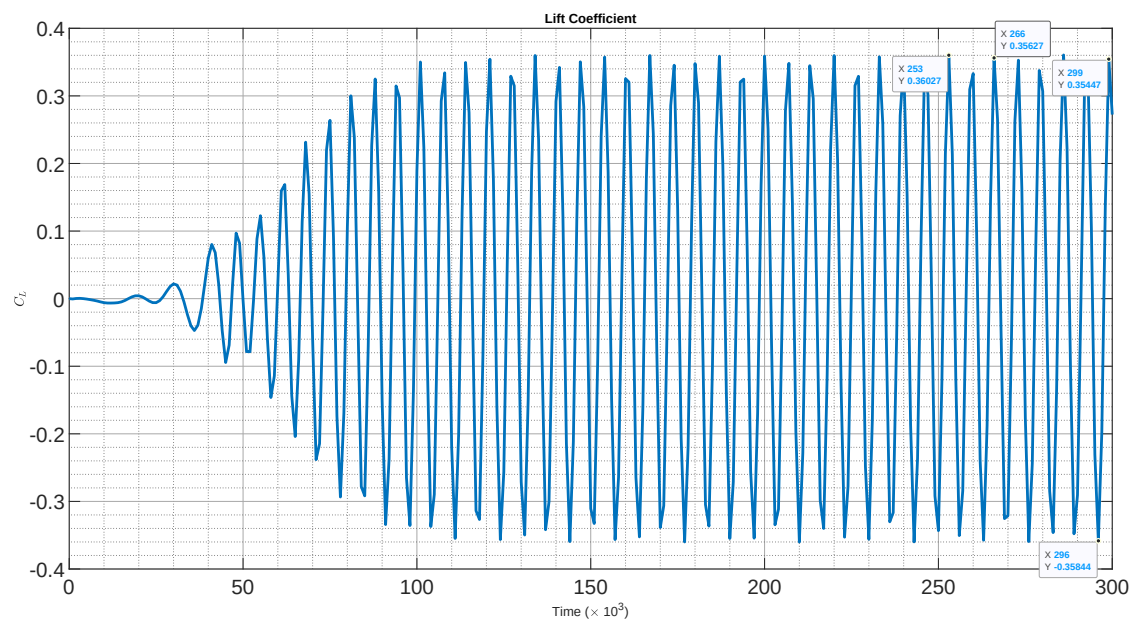
در نتیجه درصد تفاوت مقدار به دست آمده برای عدد استرومال نسبت به مقاله برابر است با:

$$e = \frac{0.18 - 0.1711}{0.18} = 4.94\%$$

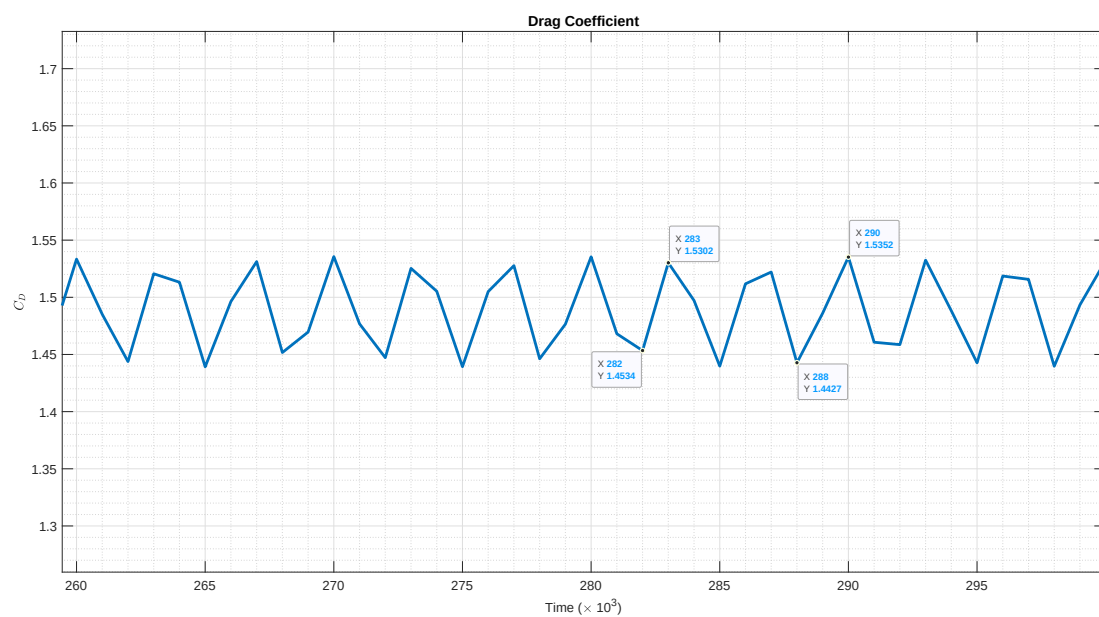
۲-۵ جریان گذرا و آرام حول مقطع بیضوی در رینولدز ۳۰۰

در این بخش به بررسی و تحلیل نتایج حاصل از شبیه‌سازی جریان هوای آرام و گذرا حول یک استوانه با مقطع بیضوی با قطر افقی ۱ متر و قطر عمودی ۲ متر پرداخته می‌شود ($e = 0.5$).

عدد رینولدز در این قسمت حدود ۳۰۰ است (طول مشخصه جسم برابر با قطر عمودی بیضی است) و با داشتن چگالی هوا و گرانیوی آن

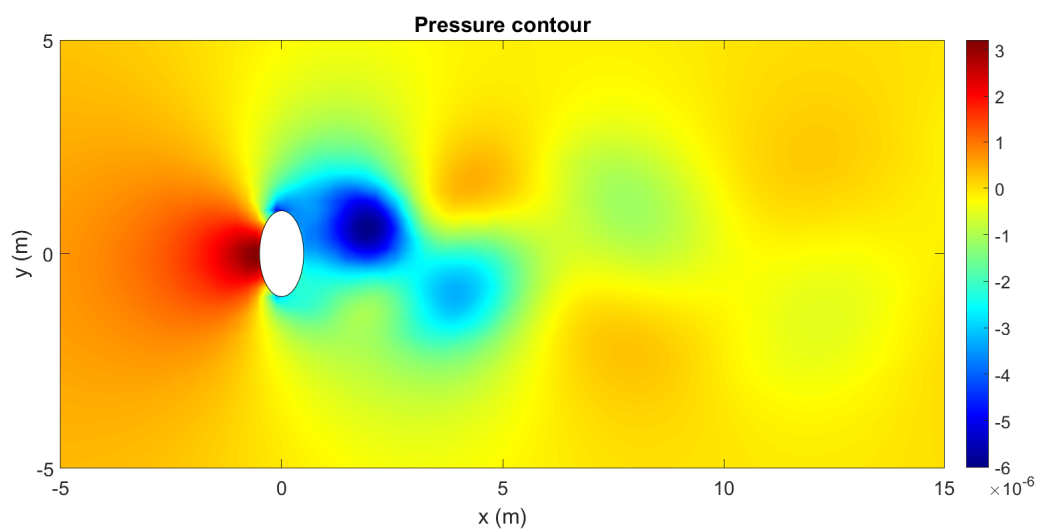


(آ) ضریب لیفت

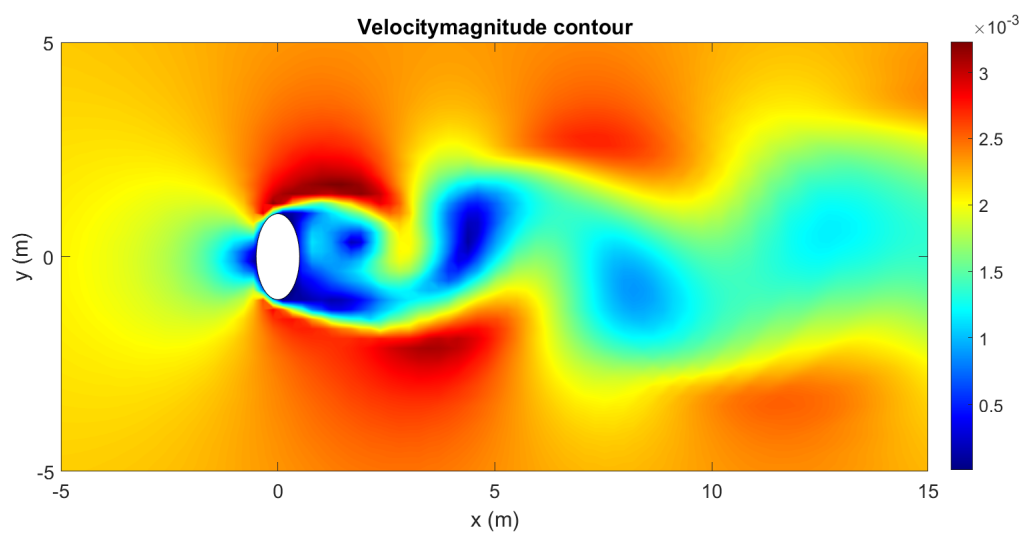


(ب) ضریب درگ

شکل ۲۷: نمودار ضریب لیفت و درگ برای مقطع بیضوی و حالت جریان گذرا در رینولدز ۳۰۰

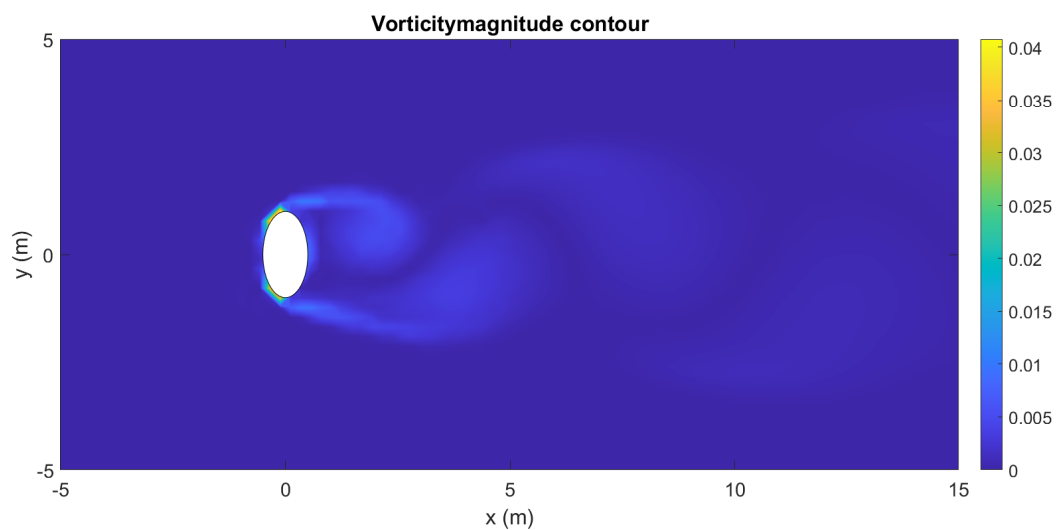


(آ) کانتور فشار

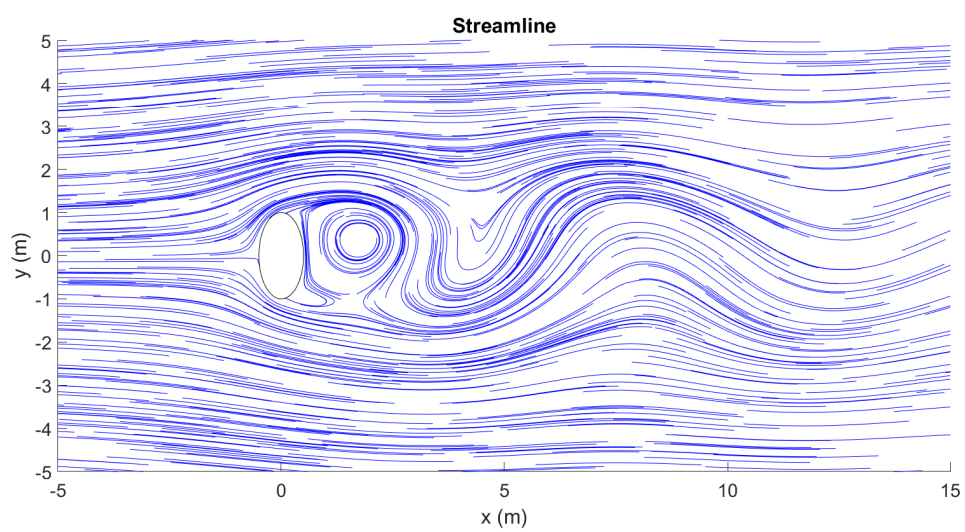


(ب) کانتور اندازه سرعت

شکل ۲۸: کانتور های فشار و اندازه سرعت برای مقطع بیضوی در رینولدز ۳۰۰



(آ) کانتور تاوایی



(ب) خطوط جریان

شکل ۲۹: کانتور تاوایی و نمودار خطوط جریان برای مقطع بیضوی در رینولدز ۳۰۰

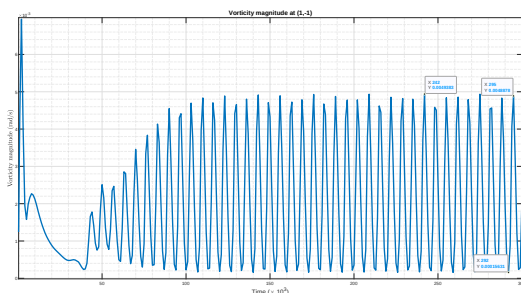
همچنین تقان فشار نسبت به محور افقی باعث می شود که به صورت میانگین نیرویی رو به بالا به جسم وارد نشود و به عبارتی نیروی متوسط لیفت صفر خواهد بود (نیروی وارده بر جسم بین دو مقدار مثبت و منفی در گذر زمان نوسان می کند).

جدایش جریان نسبت به حالتی که رینولدز پایین تر بود در زاویه بیشتری رخ داده است. دلیل این امر این است که با افزایش رینولدز و به تبع آن افزایش سرعت، ضخامت لایه مرزی بیشتر می شود و باعث افزایش میزان تاوایی نسبت به حالت قبل می شود و جدایش جریان در زاویه بیشتری رخ می دهد.

در اطراف جسم، لایه مرزی تشکیل شده باعث ایجاد تاوایی و چرخشی شدن جریان می شود و مقدار تاوایی با دور شدن از لایه مرزی کاهش می یابد (تعریف تاوایی به نحوی بیانگر میزان چرخیدن بردار سرعت در یک فضا است و به دلیل اینکه خطوط جریان باید از بالای بیضی بیشتر چرخش کنند پس به تعبیری میزان تاوایی در نقاطی که شعاع انحنای بیشتری دارد، بیشتر است گرچه این تعبیر شهودی است و برای به دست آوردن میدان تاوایی باید از روابط ریاضی و فیزیکی حاکم بر سیال استفاده کرد). همچنین در نقاط بسیار دورتر از لایه مرزی، مقدار تاوایی تقریباً برابر صفر خواهد شد (شکل ۲۹(آ)).

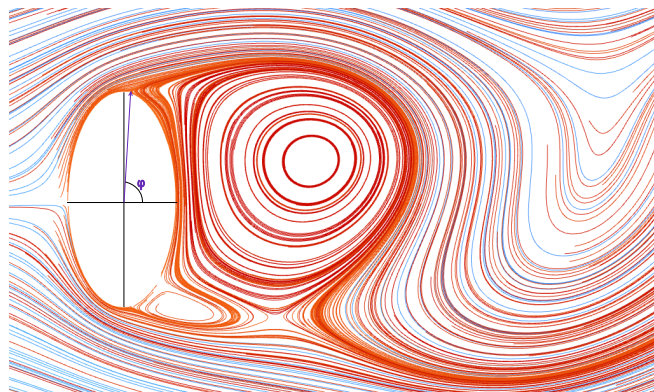
تاوایی نسبت به حالت جریان در رینولدز ۱۰۰ افزایش داشته است. در نمودار ۳۱ تغییرات تاوایی در نقطه (1, -1) نسبت به زمان قابل مشاهده است (فرکانس نوسان تاوایی با فرکانس نوسان ضریب لیفت هماهنگ است).

گردابه های تشکیل شده پشت جسم انرژی جنبشی خود را به مرور زمان تبدیل به انرژی گرمایی می کنند و جریان در فاصله ای دور همانند جریان ورودی می شود.



شکل ۳۱: نمودار تغییرات تاوایی در نقطه (1, -1) نسبت به زمان برای رینولدز ۳۰۰

سرعت جریان نیز با نزدیک تر شدن به استوانه کاهش می یابد و با دور شدن از آن به صورت نوسانی تغیر می کند (شکل ۲۸(ب)) و در نقاط بسیار دورتر از جسم، سرعت سیال برابر با سرعت ورودی خواهد شد؛ همچنین شرط عدم نفوذ باعث می شود روی استوانه جهت سرعت مماس بر سطح مقطع استوانه باشد. در برخی نقاط پشت جسم و در محل تشکیل گردابه ها، سرعت سیال



شکل ۳۰: زاویه جدایش جریان روی استوانه با مقطع بیضوی در رینولدز ۳۰۰

لیفت به دست آمده از شبیه سازی بعد از شروع رهاش گردابه ها به شرح زیر هستند:

$$\begin{cases} C_{D_{\max}} = 1.5352 \\ C_{D_{\min}} = 1.4427 \\ \bar{C}_D = 1.4890 \end{cases}, \begin{cases} C_{L_{\max}} = 0.356 \\ C_{L_{\min}} = -0.359 \\ \bar{C}_L \approx 0 \end{cases}$$

نمودارهای تغییرات ضریب لیفت و درگ بر حسب زمان در شکل ۲۷، کانتور فشار و اندازه سرعت در شکل ۲۸ و کانتور تاوایی و نمودار خطوط جریان در شکل ۲۹ قابل مشاهده هستند (به دلیل پایا نبودن جریان، شکل کانتورها بر حسب زمان تغیر می کنند و کانتورهای مذکور در یک زمان مشخص رسم شده اند).

فرکانس زمانی غالب نوسان ضریب لیفت (و نه درگ) با توجه به تبدیل فوریه از داده های به دست آمده، برابر است با:

$$f = 15.38 \times 10^{-5} \text{ Hz}$$

عدد استروهل باتوجه به قطر عمودی ۲ متر و رابطه (۲)، برابر است با:

$$St = 0.15$$

۵-۵-۲ تحلیل و ارزیابی

در رینولدزهای بالا جریان کاملاً به دیواره نمی چسبد و به دلیل گرادیان فشار منفی، پشت جسم گردابه ایجاد می شود. با گذر زمان گردابه های پشت جسم رشد کرده و موجب شروع پدیده گردابه ای فون کارمن می شوند.

با بررسی مختصات جدایش خط جریان از روی بیضی، زاویه جدایش به صورت تقریبی برابر است با:

$$\phi = \pm 87.06^\circ$$

و این با نتایج بدست آمده (شکل ۳۰) کاملاً منطبق است. فشار در سمت چپ استوانه نسبت به سمت راست زیادتر است (شکل ۲۸(آ)) و این اختلاف فشار منجر به اختلاف نیرو شده و باعث می شود نیرویی از طرف سیال به استوانه وارد شود (نیروی درگ).

صفر است و محل این نقاط با گذر زمان تغییر می کند.

مقدار سرعت روی جسم و در نقطه سکون نیز برابر با صفر است.

مقایسه عدد استروهل به دست آورده شده از شبیه سازی با مقدار به دست آمده از شبیه سازی دیگر برای دایره در رینولدز ۳۰۰ (مقاله [۴]):

با توجه به مقاله مذکور، عدد استروهل مقطع دایروی برای سیال نیوتنی در رینولدز ۳۰۰ برابر است با:

$$St = 0.15 < St^* = 0.188$$

رژیم جریان در این رینولدز مابین گذرا و آشفته می باشد. در این رژیم، لایه مرزی شروع به آشفته شدن می کند. لایه مرزی آشفته، پایداری بیشتری نسبت به لایه مرزی آرام دارد.

در سطح مقطع بیضوی در رینولدز ۳۰۰، لایه مرزی زودتر آشفته شده و باعث پایداری جریان و به تبع آن کاهش فرکانس تولید گردابه ها می شود که این امر سبب کاهش عدد استروهل خواهد شد.

۲-۶ جریان پایا و آشفته حول مقطع بیضوی در رینولدز ۳۰۰

در این بخش به بررسی و تحلیل نتایج حاصل از شبیه سازی جریان هوای پایا و مغشوش حول یک استوانه با مقطع بیضوی با قطر افقی ۱ متر و قطر عمودی ۲ متر پرداخته می شود ($e = 0.5$).

عدد رینولدز در این قسمت حدود 10^5 است (طول مشخصه جسم برابر با قطر عمودی بیضی است) و با داشتن چگالی هوا و گرانیوی آن با توجه به رابطه (۱) سرعت ورودی به دست می آید:

$$V_{inlet} = 0.7304 \frac{m}{s}$$

۲-۶-۱ شبکه بندی

شبکه بندی یا مش بندی انجام داده شده به صورت هیبرید می باشد و به روش های Edge sizing، Face meshing، Body sizing و Inflation صورت گرفته است و دامنه محاسباتی همانند شکل ۴ است (با این تفاوت که هندسه دیواره به بیضی تغییر داده شده است). مقدار y^+ در این شبیه سازی به شرح زیر است:

y^+ at 1st layer	4
y^+ at 15th layer	18
y^+ average value in turbulent section	30-300

۲-۶-۲ استقلال از شبکه و گام زمانی

برای کاهش هزینه محاسباتی، شبکه بندی انتخاب شده باید به گونه ای باشد که با افزایش تعداد شبکه، نتایج مورد نظر تغییر نکنند و البته این افزایش تعداد نباید به قدری زیاد باشد که مدت زمان محاسبات افزایش یابد.

راه حل پیشنهادی این است که برای یک نتیجه دلخواه مانند ضریب لیفت، اعداد و نتایج بدست آمده را برحسب تعداد شبکه رسم کرده و

بهینه ترین تعداد شبکه به گونه ای انتخاب شود که با افزایش آن ضریب لیفت تغییر چشمگیری نداشته باشد.

با پردازش های صورت گرفته روی شبکه بندی های مختلف ۸۳۹۶۲ المان پاسخی نسبتاً ثابت برای مسئله خواهد داد.

۲-۶-۳ بررسی کیفیت شبکه

شمای کلی شبکه بندی همانند شکل ۹ می باشد با این تفاوت که المان های اطراف لایه مرزی ریزتر از حالات قبل شده اند؛ معیار کیفیت شبکه بین ۰.۳۵ تا ۱ است.

۲-۶-۴ بررسی نتایج

جریان پیچیده و آشفته با رینولدز بالا با استفاده از معادلات دوبعدی RANS و مدل آشفتگی $k - \omega$ مورد بررسی قرار می گیرد. معادلات پایستگی جرم و تکانه خطی با استفاده از یک حلگر حجم محدود برای جریان دو بعدی و سیال تراکم ناپذیر طبق شرایط مرزی تشریح شده (۳) برای هر یک از حالت های جریان، پیاده سازی شده است (حل با دقت مرتبه ۲ انجام داده شده است). ضریب درگ و ضریب لیفت به دست آمده از شبیه سازی به شرح زیر هستند:

$$C_D = 1.4890$$

$$C_L \approx 0$$

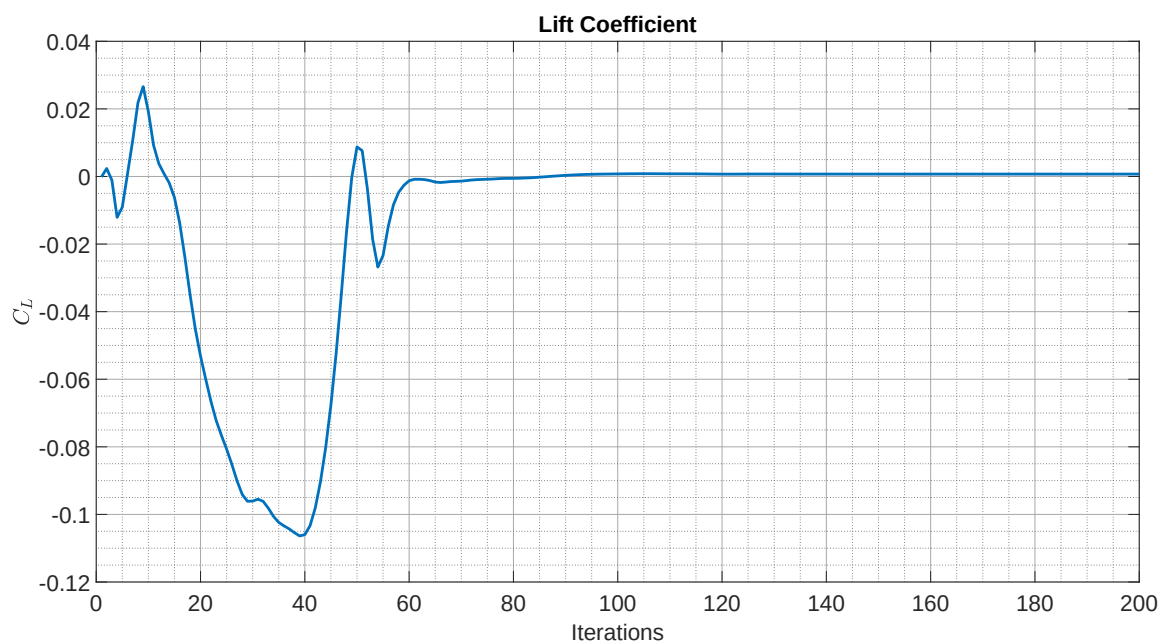
نمودارهای تغییرات ضریب لیفت و درگ بر حسب زمان در شکل ۳۲، کانتور فشار و اندازه سرعت در شکل ۳۳ و کانتور تاوایی و نمودار خطوط جریان در شکل ۳۴ قابل مشاهده هستند.

۲-۶-۵ تحلیل و ارزیابی

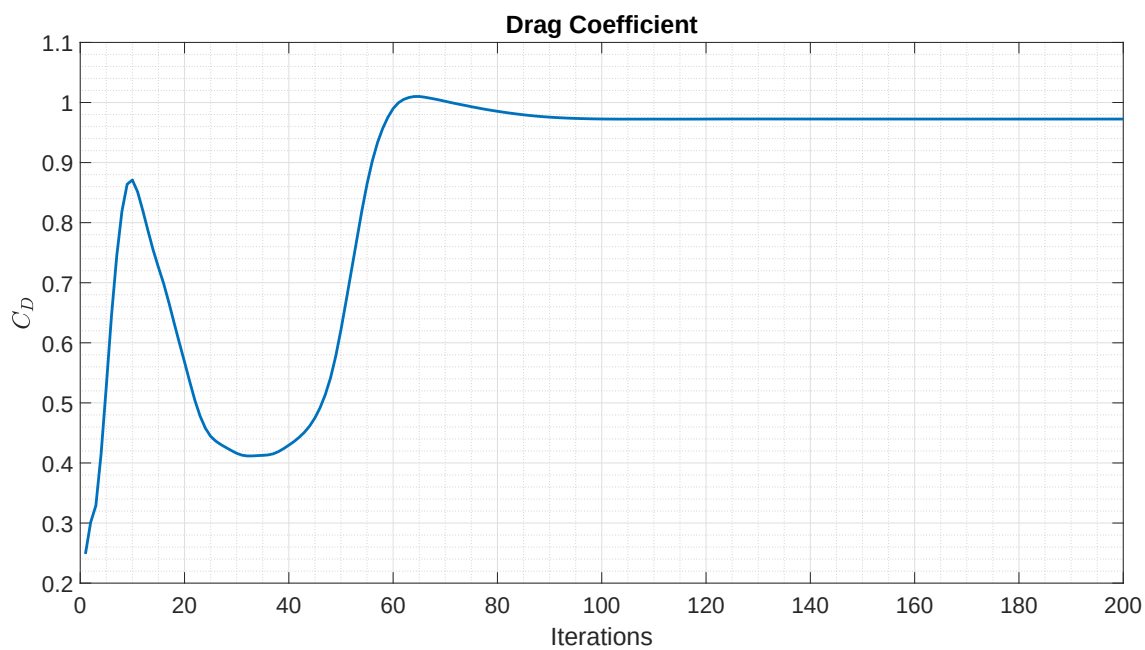
جریان آشفته به وسیله بی نظمی در حرکت ذرات مایع، الگوهای گرداب نامنظم و رفتار کلی غیرقابل تکرار مشخص می شود. بی نظمی به تنهایی به طور ضروری نشانه آشفتگی نیست، بلکه برای وجود آشفتگی، باید بی نظمی با مخلوط شدگی شدید سیال همراه باشد. در آزمایشات آزمایشگاهی جریان آشفته، نوسانات تصادفی یا آشوبناک وجود دارد که نمی توان آنها را با جزئیات تکرار کرد. علاوه بر این، آشفتگی به طور ذاتی یک پدیده سه بعدی است.

توربولانس یک پدیده اینرسی پیچیده است که در واقع وابسته به وسیله کوزیته نیست. توربولانس انرژی را از جریان استخراج می کند، آن را از طریق مقیاس های مختلف به مقیاس کوچکتر منتقل می کند، جایی که به حرارت دفع می شود. سایز و شدت ادی های کوچکتر سپس تنظیم می شود تا تعادل بین انرژی مقیاس های بزرگ و نرخ دفع انرژی حفظ شود. نامنظم بودن ذاتی در توربولانس باعث بروز مشکل در ارائه یک گذار پیوسته از معادلات جریان لزج به جریان آشفته می شود.

جریان آشفته، به طور دقیق، یک جریان ناپایا است زیرا نوسانات آشفته به طور آماری نامنظم و پدیده هایی وابسته به زمان هستند. با این حال، یک جریان آشفته می تواند به عنوان یک جریان پایا با دقت مناسب

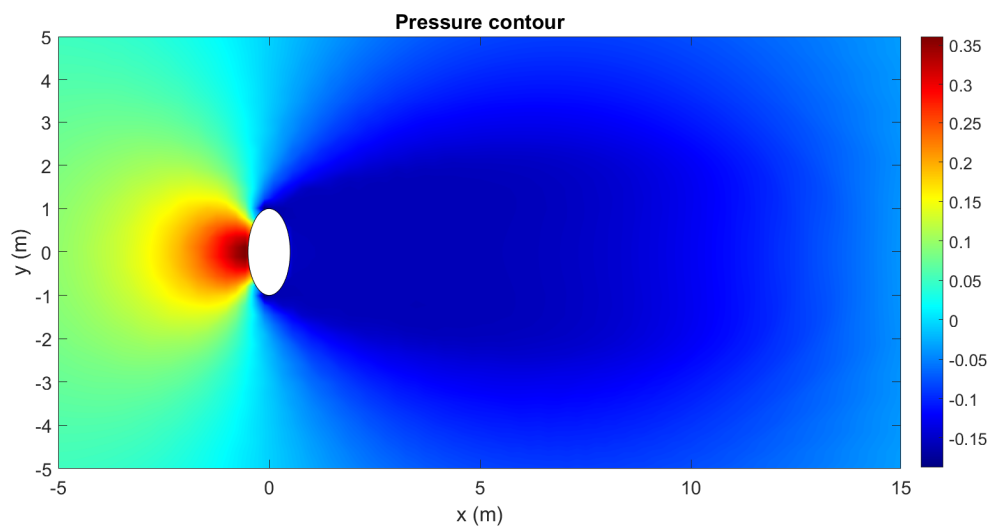


(آ) ضریب لیفت

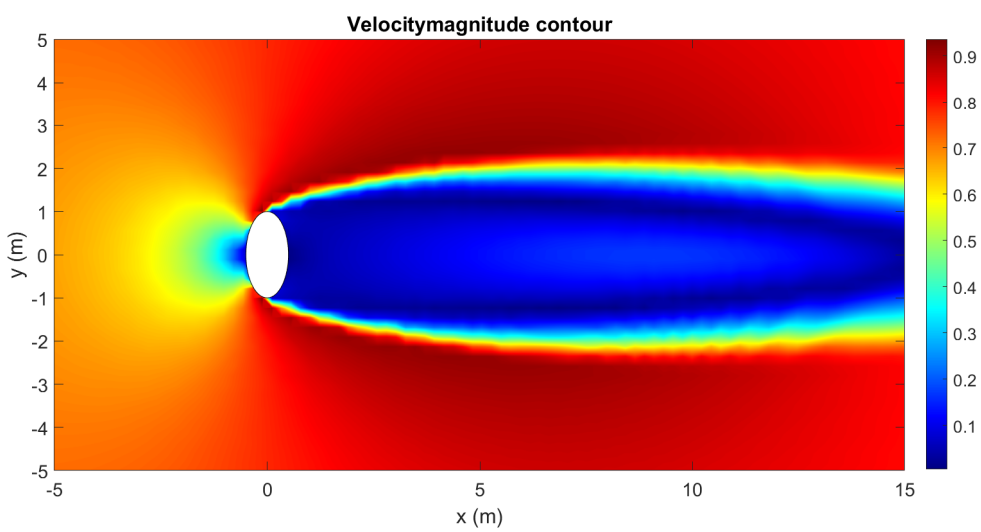


(ب) ضریب درگ

شکل ۳۲: نمودار ضریب لیفت و درگ برای مقطع بیضوی و حالت جریان گذرا در رینولدز 10^5

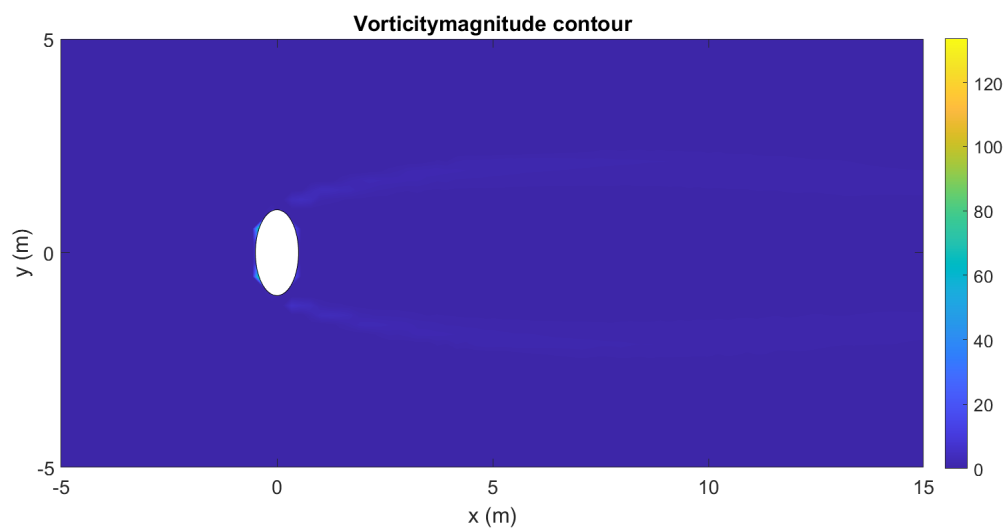


(آ) کانتور فشار

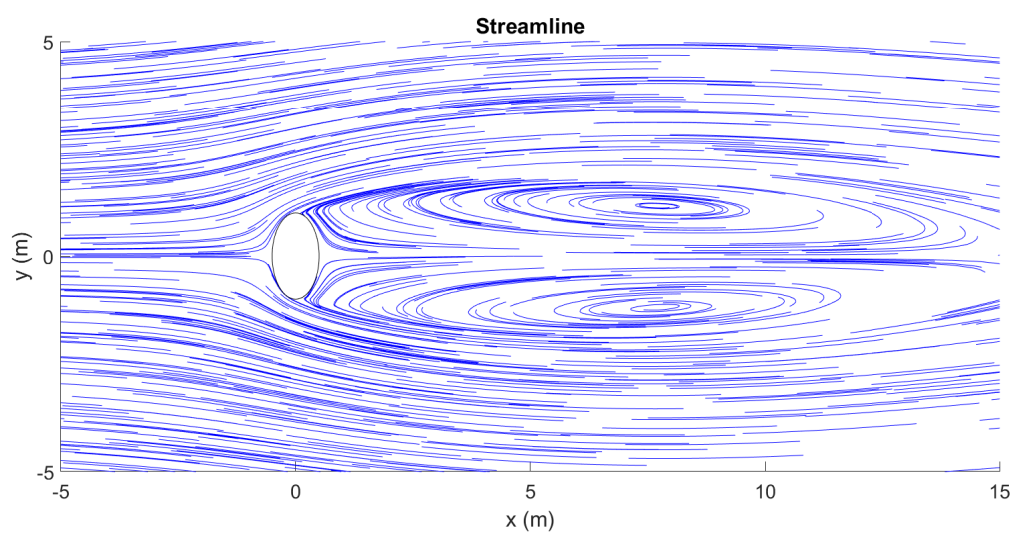


(ب) کانتور اندازه سرعت

شکل ۳۳: کانتورهای فشار و اندازه سرعت برای مقطع بیضوی در رینولدز 10^5



(آ) کانتور تاوایی



(ب) خطوط جریان

شکل ۳۴: کانتور تاوایی و نمودار خطوط جریان برای مقطع بیضوی در رینولدز 10^5

در نتیجه درصد تفاوت مقدار به دست آمده برای ضریب درگ نسبت به مقاله برابر است با:

$$e = \frac{1.6 - 0.9724}{1.6} = 39.2\%$$

با توجه به اینکه مقدار درگ به طور تجربی از مقاله مربوطه به دست آمده، عوامل زیادی در به وجود آمدن خطا می تواند مؤثر باشد.

۳ نتیجه گیری

به وضوح از نمودار ۳۶ مشخص است که جریان به شدت به عدد رینولدز وابسته است. هنگامی که عدد رینولدز کوچک است (۲ و کمتر)، جریان مانند یک جریان پتانسیل عمل می کند؛ جدایشی وجود ندارد و درگ تماماً به اصطکاک پوسته برمی گردد. با افزایش رینولدز، این درگ کاهش می یابد. در رینولدز حدود ۲ تا ۴۰، جدایش لایه مرزی اتفاق می افتد. گردابه های متقارن تشکیل شده پشت سیلندر، ثابت هستند. برای رینولدزهای نزدیک ۴۰ تا ۲۰۰، یک نوسان دوره ای در پشت جسم وجود دارد. این نوسانات در ابتدا با فرکانس کم شروع به تشکیل می کنند و هرچه رینولدز بیشتر می شود فرکانس تشکیل این گردابه ها نیز بیشتر می شود. مقدار ضریب درگ در این محدوده با افزایش رینولدز بیشتر می شود (نمودار ۳۷ (آ)). از رینولدز ۲۰۰ به بعد همانطور که در نمودار ۳۶ (آ) و ۳۷ (آ) مشاهده می شود ضریب درگ به شدت کاهش می یابد؛ دلیل این امر اینست که رژیم جریان در حال وارد شدن به ناحیه مغشوش می باشد و در این ناحیه، لایه مرزی آشفته شده و باعث پایداری جریان و کاهش ضریب درگ می شود (البته در این ناحیه هنوز پدیده فون کارمن وجود دارد و گردابه ها با فرکانس مشخصی منتشر می شوند). برای رینولدزهای بالاتر، گردابه ها از سطح سیلندر جدا می شوند. افزایش عدد رینولدز منجر به سرعت های زاویه ای بیشتر و تبدیل گردابه ها به توربولانس می شود. به دلیل افزایش تأثیرات آشفتگی و توربولانس در جریان، در رینولدزهای بالا، توربولانس بیشتری در جریان وجود دارد که باعث افزایش پخش انرژی و در نتیجه کاهش نیروی درگ می شود.

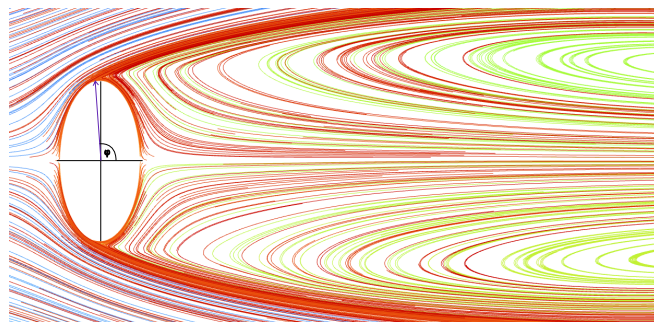
همچنین با افزایش رینولدز (تا 10^5) زاویه جدایش افزایش می یابد که در نمودار ۳۶ (ب) قابل مشاهده است.

برای رینولدزهای مابین ۵۰ الی ۲۰۰ سه شبیه سازی دیگر نیز انجام شده و نتایج (تغییرات ضریب درگ و عدد استروهاال) در نمودار ۳۷ قابل مشاهده است (نتایج به دست آمده با مقاله تامسون (۲۰۱۴) نیز مقایسه شده و نتایج آن نیز در نمودار مشخص شده است).

برای مقدار ضریب درگ ($50 \leq Re \leq 200$) رابطه عددی زیر به دست آمده است که حاصل میانگین داده های تامسون و نتایج این مقاله می باشد:

$$C_D = (10^{-7})(1.796 Re^3 - 858.4 Re^2) + 0.013431 Re + 1.1106$$

در جدول ۲، رژیم های مختلف جریان گذرنده از مقطع بیضوی قابل مشاهده است.



شکل ۳۵: زاویه جدایش جریان روی استوانه با مقطع بیضوی در رینولدز 10^5

مورد بررسی قرار گیرد (اگر مقادیر میانگین زمانی سرعت، فشار و غیره در نظر گرفته شوند).

با بررسی مختصات جدایش خط جریان از روی بیضی، زاویه جدایش به صورت تقریبی برابر است با:

$$\phi = \pm 95.75^\circ$$

و این با نتایج بدست آمده (شکل ۳۵) کاملاً منطبق است. فشار در سمت چپ استوانه نسبت به سمت راست زیادتر است (شکل ۳۳ (آ)) و این اختلاف فشار منجر به اختلاف نیرو شده و باعث می شود نیرویی از طرف سیال به استوانه وارد شود (نیروی درگ). همچنین تقان فشار نسبت به محور افقی باعث می شود که به صورت میانگین نیرویی رو به بالا به جسم وارد نشود و به عبارتی نیروی متوسط لیفت صفر خواهد بود (نیروی وارده بر جسم بین دو مقدار مثبت و منفی در گذر زمان نوسان می کند).

جدایش جریان نسبت به حالتی که رینولدز پایین تر بود در زاویه بیشتری رخ داده است. دلیل این امر این است که با افزایش رینولدز و به تبع آن افزایش سرعت، ضخامت لایه مرزی بیشتر می شود و باعث افزایش میزان تاوایی نسبت به حالت قبل می شود و جدایش جریان در زاویه بیشتری رخ می دهد.

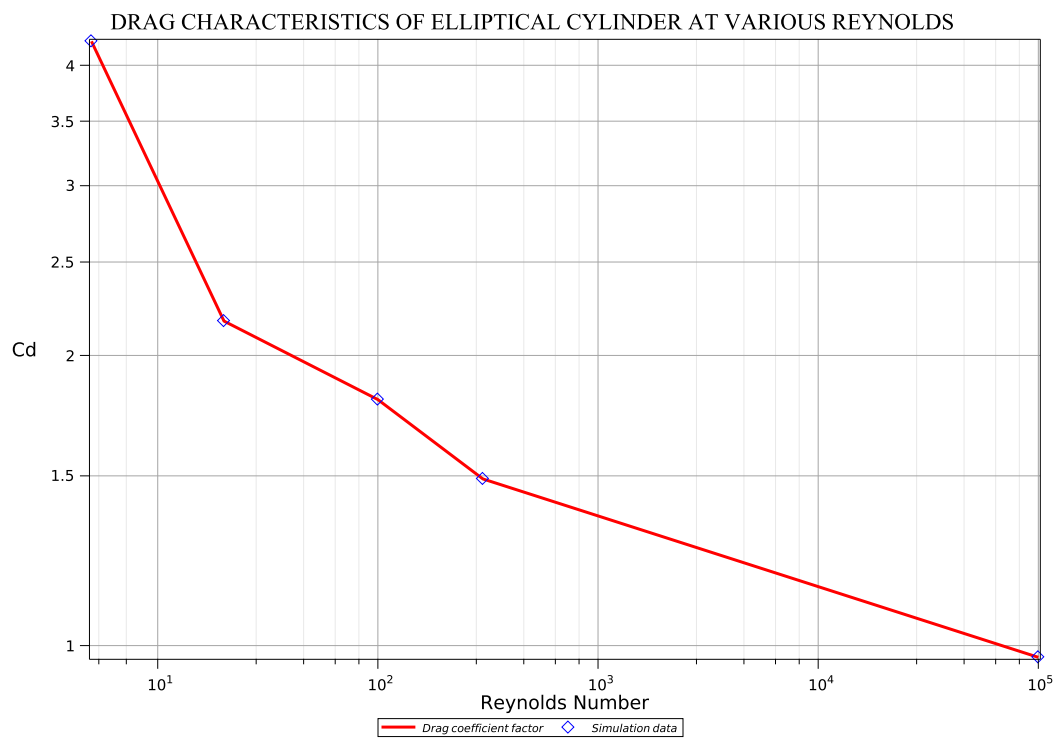
سرعت جریان نیز با نزدیک تر شدن به استوانه کاهش می یابد و با دور شدن از آن به صورت نوسانی تغییر می کند (شکل ۳۳ (ب)) و در نقاط بسیار دورتر از جسم، سرعت سیال برابر با سرعت ورودی خواهد شد؛ همچنین شرط عدم نفوذ باعث می شود روی استوانه جهت سرعت مماس بر سطح مقطع استوانه باشد.

در برخی نقاط پشت جسم و در محل تشکیل گردابه ها، سرعت سیال صفر است.

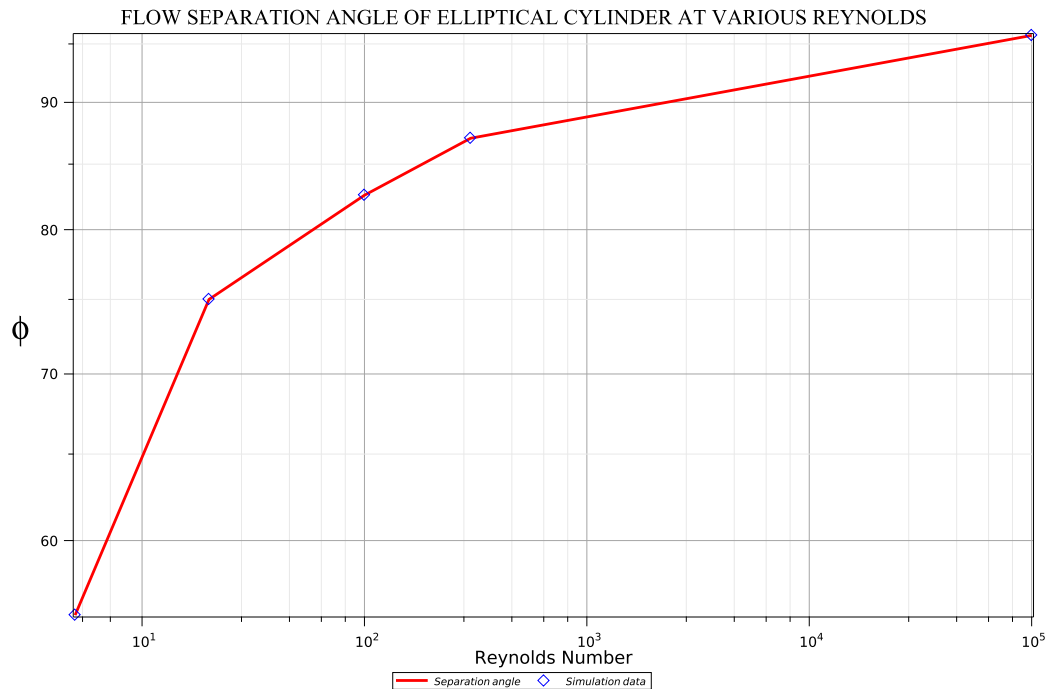
مقدار سرعت روی جسم و در نقطه سکون نیز برابر با صفر است. محاسبه خطای ضریب درگ به دست آورده شده از شبیه سازی با مقدار به دست آمده از داده های تجربی (مقاله [۲]):

با توجه به مقاله مذکور، ضریب درگ برای سیال نیوتنی در رینولدز 10^5 برابر است با:

$$C_d^* = 1.6$$

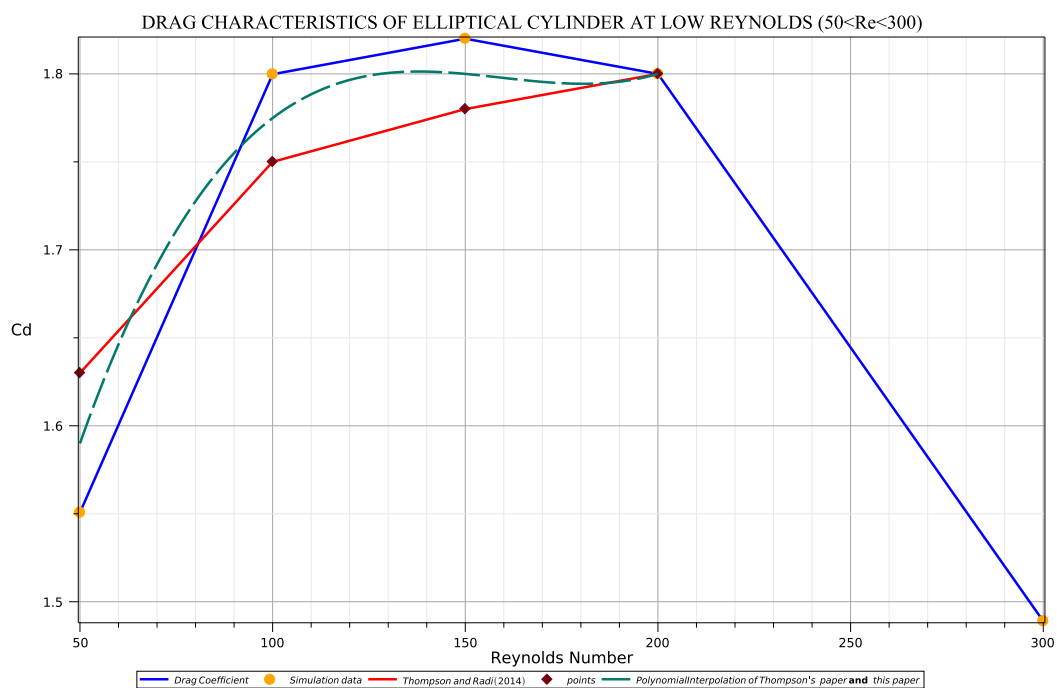


(آ) ضریب درگ

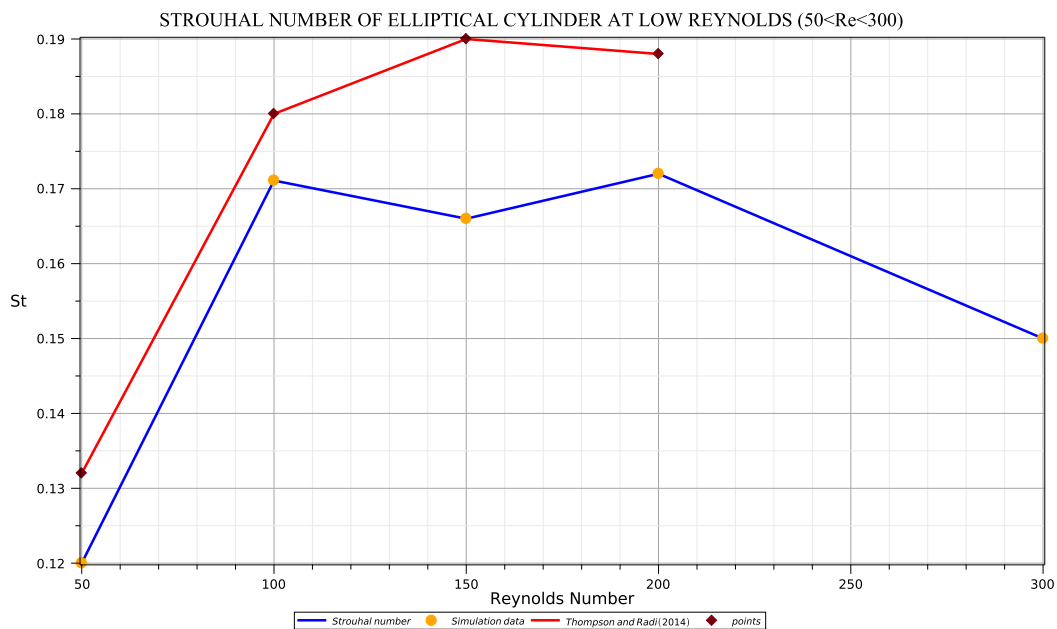


(ب) زاویه جدایش جریان

شکل ۳۶: نمودار تغییرات زاویه جدایش جریان و ضریب درگ در رینولدزهای مختلف



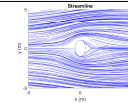
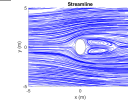
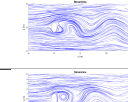
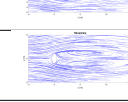
(آ) ضریب درگ



(ب) عدد استروهل

شکل ۳۷: نمودار تغییرات ضریب درگ و عدد استروهل در رینولدزهای کم ($50 < Re < 300$)

جدول ۲: رژیم‌های مختلف جریان عبوری از استوانه بیضوی شکل

Regimes of Fluid Flow across Elliptical Cylinder		
unseparated flow	Re = 5	
A fixed pair of vortices in wake	Re = 20	
Vortex street is laminar	Re = 100	
Transition to turbulence in vortex	Re = 300	
vortex street is fully turbulent	Re = 1e5	

مراجع

- [1] W.A. Khan, J.R. Culham, M.M. Yovanovich, Fluid Flow Around and Heat Transfer From Elliptical Cylinders: Analytical Approach, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*. 19 (2005) 178–185. <https://doi.org/10.2514/1.10456>.
- [2] P. Sivakumar, R.P. Bharti, R.P. Chhabra, Steady flow of power-law fluids across an unconfined elliptical cylinder, *Chemical Engineering Science*. 62 (2007) 1682–1702. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2006.11.055>.
- [3] Heddleson, C. F. et al. “SUMMARY OF DRAG COEFFICIENTS OF VARIOUS SHAPED CYLINDERS.” (1957).
- [4] C.H.K. Williamson, Vortex Dynamics in the Cylinder Wake, *Annual Review of Fluid Mechanics*. 28 (1996) 477–539. <https://doi.org/10.1146/annurev.fl.28.010196.002401>
- [5] Thompson, M.C., Radi, A., Rao, A., Sheridan, J. and Hourigan, K., 2014. Low-Reynolds-number wakes of elliptical cylinders: from the circular cylinder to the normal flat plate. *Journal of Fluid Mechanics*, 751, pp.570-600.