



دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده مهندسی مکانیک

عنوان:

بررسی رفتار جریان حول استوانه در اعداد رینولدز مختلف

نام و نام خانوادگی

محمد علی حسینی
۴۰۰۱۰۵۸۹۶

نام درس

مکانیک سیالات ۲

نام استاد درس

دکتر کریمی
مهندس اکبری

نیم سال اول ۱۴۰۲-۱۴۰۳

فهرست خلاصه

۱۳	اول جریان آرام و پایا حول استوانه با مقطع دایره و $Re = 2$
۲۵	دوم جریان آرام و پایا حول استوانه با مقطع بیضی و $Re = 5$
۴۰	سوم جریان آرام و پایا حول استوانه با مقطع بیضی و $Re = 20$
۵۰	چهارم جریان گذرا و پایا حول استوانه با مقطع بیضی و $Re = 140$
۶۳	پنجم جریان گذرا و پایا حول استوانه با مقطع بیضی و $Re = 900$
۷۳	ششم جریان آشفته و پایا حول استوانه با مقطع بیضی و $Re = 10^5$
۸۶	هفتم جمع بندی امتیازی
۹۳	منابع

فهرست مطالب

۱۱	۱ چکیده
۱۱	۲ مقدمه
۱۳	اول جریان آرام و پایا حول استوانه با مقطع دایره و $Re = 2$
۱۳	۳ مدل سازی
۱۳	۱.۳ فرضیات
۱۳	۲.۳ هندسه
۱۴	۴ شبکه بندی
۱۴	۱.۴ مش
۱۶	۲.۴ بررسی استقلال از شبکه
۱۷	۵ شبیه سازی
۱۸	۶ نتایج
۱۸	۱.۶ مقایسه ضریب درگ با مقدار تحلیلی
۱۹	۲.۶ بررسی جدایش
۲۰	۳.۶ خطوط جریان
۲۱	۴.۶ ورتیسیتی
۲۲	۵.۶ فشار استاتیک
۲۳	۶.۶ سرعت
۲۴	۷.۶ ضریب لیفت
۲۵	دوم جریان آرام و پایا حول استوانه با مقطع بیضی و $Re = 5$

۲۵	۷	مدلسازی
۲۵	۱.۷	فرضیات
۲۶	۲.۷	هندسه
۲۷	۸	شبکه‌بندی
۲۷	۱.۸	مش
۲۹	۲.۸	بررسی استقلال از شبکه
۳۰	۹	شبیه‌سازی
۳۱	۱۰	نتایج
۳۱	۱.۱۰	مقایسه ضریب درگ با مقدار تحلیلی
۳۴	۲.۱۰	بررسی جدایش
۳۵	۳.۱۰	خطوط جریان
۳۶	۴.۱۰	ورتیسیته
۳۷	۵.۱۰	فشار استاتیک
۳۸	۶.۱۰	سرعت
۳۹	۷.۱۰	ضریب لیفت
۴۰		سوم جریان آرام و پایا حول استوانه با مقطع بیضی و $Re = 20$
۴۰	۱۱	مدلسازی و شبکه‌بندی
۴۰	۱.۱۱	فرضیات
۴۰	۲.۱۱	هندسه، مش و استقلال از شبکه
۴۱	۱۲	شبیه‌سازی
۴۲	۱۳	نتایج
۴۲	۱.۱۳	مقایسه ضریب درگ با مقدار تحلیلی
۴۴	۲.۱۳	بررسی جدایش
۴۵	۳.۱۳	خطوط جریان
۴۶	۴.۱۳	ورتیسیته
۴۷	۵.۱۳	فشار استاتیک

۴۸	۶.۱۳ سرعت
۴۹	۷.۱۳ ضریب لیفت

چهارم جریان گذرا و پایا حول استوانه با مقطع بیضی و $Re = 140$

۵۰	۱۴ مدل سازی و شبکه بندی
۵۰	۱.۱۴ فرضیات
۵۰	۲.۱۴ هندسه، مش و استقلال از شبکه

۱۵ شبیه سازی

۱۶ استقلال از گام زمانی

۱۷ نتایج

۵۶	۱.۱۷ مقایسه عدد استروهاال با مقدار تجربی
۵۷	۲.۱۷ بررسی جدایش
۵۸	۳.۱۷ خطوط جریان
۵۹	۴.۱۷ ورتیسیتی
۶۰	۵.۱۷ فشار استاتیک
۶۱	۶.۱۷ سرعت
۶۲	۷.۱۷ ضریب درگ

پنجم جریان گذرا و پایا حول استوانه با مقطع بیضی و $Re = 900$

۶۳	۱۸ مدل سازی و شبکه بندی
۶۳	۱.۱۸ فرضیات
۶۳	۲.۱۸ هندسه، مش و استقلال از شبکه

۱۹ شبیه سازی

۲۰ استقلال از گام زمانی

۲۱ نتایج

۶۷	۱.۲۱ بررسی جدایش
----	------------------

۶۸	۲.۲۱ خطوط جریان
۶۹	۳.۲۱ ورتیسیتی
۷۰	۴.۲۱ فشار استاتیک
۷۱	۵.۲۱ سرعت
۷۲	۶.۲۱ ضریب درگ

۷۳ ششم جریان آشفته و پایا حول استوانه با مقطع بیضی و $Re = 10^5$

۷۳	۲۲ مدل سازی و شبکه بندی
۷۳	۱.۲۲ فرضیات
۷۴	۲۳ شبکه بندی
۷۴	۱.۲۳ اندازه مش های نزدیک دیواره
۷۵	۲.۲۳ مش
۷۷	۲۴ شبیه سازی

۷۸ ۲۵ نتایج

۷۸	۱.۲۵ مقایسه ضریب درگ با مقدار تجربی
۸۰	۲.۲۵ بررسی جدایش
۸۱	۳.۲۵ خطوط جریان
۸۲	۴.۲۵ ورتیسیتی
۸۳	۵.۲۵ فشار استاتیک
۸۴	۶.۲۵ سرعت
۸۵	۷.۲۵ ضریب لیفت

۸۶ هفتم جمع بندی امتیازی

۸۶	۲۶ بررسی رژیم جریان
۸۷	۲۷ بررسی ضریب درگ
۸۹	۲۸ بررسی زاویه جدایش

۹۱	۲۹ رینولدزهای بحرانی
۹۱	۱۰۲۹ رینولدز بحرانی جدایش
۹۲	۲۰۲۹ رینولدز بحرانی شروع پدیده فون کارمن

۹۳	منابع
----	-------

فهرست تصاویر

۱	هندسه برای هندسه دایروی و $Re = 2$	۱۳
۲	مش بندی محاسبات هندسه دایروی با $Re = 2$	۱۵
۳	کیفیت مش بندی محاسبات هندسه دایروی با $Re = 2$	۱۵
۴	نمودار C_d بر حسب تعداد المان‌ها برای هندسه دایروی و $Re = 2$	۱۶
۵	خطوط جریان برای هندسه دایروی و $Re = 2$	۱۹
۶	تابع جریان برای هندسه دایروی و $Re = 2$	۲۰
۷	ورتیسیته برای هندسه دایروی و $Re = 2$	۲۱
۸	فشار استاتیک برای هندسه دایروی و $Re = 2$	۲۲
۹	سرعت برای هندسه دایروی و $Re = 2$	۲۳
۱۰	ضریب لیفت خطوط جریان برای هندسه دایروی و $Re = 2$	۲۴
۱۱	هندسه برای هندسه بیضوی و $Re = 5$	۲۶
۱۲	مش بندی محاسبات هندسه بیضوی با $Re = 5$	۲۸
۱۳	کیفیت مش بندی محاسبات هندسه بیضوی با $Re = 5$	۲۸
۱۴	نمودار C_d بر حسب تعداد المان‌ها برای هندسه بیضوی و $Re = 5$	۲۹
۱۵	خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 5$	۳۴
۱۶	خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 5$	۳۵
۱۷	ورتیسیته برای هندسه بیضوی و $Re = 5$	۳۶
۱۸	فشار استاتیک برای هندسه بیضوی و $Re = 5$	۳۷
۱۹	سرعت برای هندسه بیضوی و $Re = 5$	۳۸
۲۰	ضریب لیفت خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 5$	۳۹
۲۱	خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 20$	۴۴
۲۲	خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 20$	۴۵
۲۳	ورتیسیته برای هندسه بیضوی و $Re = 20$	۴۶
۲۴	فشار استاتیک برای هندسه بیضوی و $Re = 20$	۴۷
۲۵	سرعت برای هندسه بیضوی و $Re = 20$	۴۸
۲۶	ضریب لیفت خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 20$	۴۹
۲۷	نمودار St بر حسب گام زمانی برای هندسه بیضوی و $Re = 140$	۵۲
۲۸	فرکانس در گام زمانی $50s$	۵۳

۲۹	فرکانس در گام زمانی 75s	۵۳
۳۰	فرکانس در گام زمانی 100s	۵۴
۳۱	فرکانس در گام زمانی 500s	۵۴
۳۲	فرکانس در گام زمانی 1000s	۵۵
۳۳	فرکانس در گام زمانی 2500s	۵۵
۳۴	نمودار عدد استروهاال برحسب عدد رینولدز در رژیم جریان گذرا	۵۶
۳۵	خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 140$	۵۷
۳۶	خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 140$	۵۸
۳۷	ورتیسیته برای هندسه بیضوی و $Re = 140$	۵۹
۳۸	فشار استاتیک برای هندسه بیضوی و $Re = 140$	۶۰
۳۹	سرعت برای هندسه بیضوی و $Re = 140$	۶۱
۴۰	ضریب درگ برای هندسه بیضوی و $Re = 140$	۶۲
۴۱	فرکانس در گام زمانی 50s	۶۵
۴۲	فرکانس در گام زمانی 500s	۶۶
۴۳	خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 900$	۶۷
۴۴	خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 900$	۶۸
۴۵	ورتیسیته برای هندسه بیضوی و $Re = 900$	۶۹
۴۶	فشار استاتیک برای هندسه بیضوی و $Re = 900$	۷۰
۴۷	سرعت برای هندسه بیضوی و $Re = 900$	۷۱
۴۸	ضریب درگ برای هندسه بیضوی و $Re = 900$	۷۲
۴۹	شبکه‌بندی محاسبات هندسه بیضوی با $Re = 10^5$	۷۶
۵۰	کیفیت مش محاسبات هندسه بیضوی با $Re = 10^5$	۷۶
۵۱	ضریب درگ تجربی برای هندسه بیضوی و $Re = 10^5$	۷۸
۵۲	خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 10^5$	۸۰
۵۳	خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 10^5$	۸۱
۵۴	ورتیسیته برای هندسه بیضوی و $Re = 10^5$	۸۲
۵۵	فشار استاتیک برای هندسه بیضوی و $Re = 10^5$	۸۳
۵۶	سرعت برای هندسه بیضوی و $Re = 10^5$	۸۴
۵۷	ضریب لیفت خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 10^5$	۸۵
۵۸	ضریب درگ بر حسب رینولدز (نقاط آبی مربوط به استوانه بیضوی و نقطه قرمز مربوط به استوانه دایروی است. لیبل‌ها بر اساس شماره بخش هستند. محورها لگاریتمی هستند.)	۸۷

- ۵۹ زاویه جدایش بر حسب رینولدز (لیبل‌ها بر اساس شماره بخش هستند. محور افقی
لگاریتمی است). ۹۰
- ۶۰ رینولدز بحرانی جدایش جریان ۹۱
- ۶۱ رینولدز بحرانی حرکت گردابه‌ها ۹۲

۱ چکیده

در این پروژه رفتار جریان تراکم ناپذیر در دو حالت آرام و مغشوش، پیرامون یک مقطع استوانه‌ای با سطح مقطع دایره و بیضی بررسی می‌شود. استوانه دایروی تنها در رینولدز پایین ($Re = 2$) و استوانه بیضوی در رینولدزهای ۵، ۲۰، ۱۴۰، ۹۰۰ و ۱۰۰۰۰۰ مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

شبیه‌سازی با استفاده از نرم‌افزار ANSYS (version 19.1) انجام شده است. برای شبیه‌سازی، شکل پروفیل در محیط SpaceClaim رسم می‌شود. جهت بررسی سیال حول پروفیل ناحیه محاسباتی نیز تعیین و رسم می‌گردد. ناحیه محاسباتی مدنظر در Meshing شبکه‌بندی می‌شود و برای اطمینان از مناسب بودن شبکه‌بندی، استقلال از شبکه بررسی می‌گردد. در نهایت معادلات حاکم توسط Fluent در هر المان حل شده و شبیه‌سازی انجام می‌شود. همچنین در حالت گذرا، استقلال از گام زمانی نیز بررسی شده است. نتایج شبیه‌سازی به صورت کانتورهای تابع جریان، ورتیسسته، فشار استاتیک و سرعت و شکل خطوط جریان ارائه و بررسی شده است. در حالت پایا، ضریب درگ و لیفت استخراج شده و با نتایج تجربی یا تحلیلی صحت‌سنجی شده است. در حالت گذرا، پدیده فون کارمن مورد مطالعه قرار گرفته و نمودار ضریب لیفت و درگ ارائه شده است. همچنین عدد استروهاال با تبدیل فوریه از نمودار ضریب لیفت استخراج شده و با نتایج تجربی صحت‌سنجی شده است. در انتها نیز روند تغییرات شکل جریان، ضریب درگ و زاویه جدایش در رینولدزهای مختلف مورد مطالعه قرار گرفته است.

کلمات کلیدی: رفتار سیال نیوتونی، استوانه بیضوی، ضریب درگ، پدیده فون کارمن، عدد استروهاال

۲ مقدمه

جریان پیرامون مقاطع استوانه‌ای، به دلیل کاربردهای آن در صنعت (مانند tubular heat exchanger) و اهمیت تئوری و تاریخی آن مورد توجه است.

این مسئله علیرغم سادگی هندسه‌اش، اطلاعات و بیش‌جامعی از رفتار جریان سیال، حول اجسام ضخیم فراهم می‌آورد. از جمله این پدیده‌ها می‌توان به جدایش جریان و تشکیل حباب جدایش، ناپایداری، رهائش گردابه‌ها و ارتعاشات القایی اشاره نمود.

مطالعات نشان داده است که رفتار جریان پیرامون اجسام ضخیم، وابسته به عدد رینولدز است و در محدوده‌های خاصی از اعداد رینولدز، جریان، رفتارهای مشخصی دارد. در رینولدز کم، جدایش و ناحیه گردابی وجود ندارد. با افزایش رینولدز حباب جدایش متشکل از دو گردابه با چرخش مخالف هم در پشت استوانه تشکیل می‌گردد. با گذر عدد رینولدز از مقدار بحرانی، جریان از حالت پایا به حالت گذرا وارد می‌شود. در این حالت، ناپایداری دنباله جریان و پدیده رهائش گردابه به صورت دو بعدی و هارمونیک

مشاهده می‌شود. با افزایش عدد رینولدز، جریان آشفته می‌شود و اثرات سه بعدی در پایین دست و دنباله‌ی جریان ظاهر می‌گردد و به تدریج به سمت استوانه انتشار می‌یابد.

در محدوده خاصی از جریان مسیر گردابه‌ای فون کارمن تشکیل می‌شود که بررسی رفتار جریان در این پدیده بسیار مهم است. مسیر گردابه‌ای فون کارمن یک الگوی جریان است که لایه مرزی از سطح جدا می‌شود و در موقعیت‌های مختلف شامل جریان بر روی جسم ضخیم قابل مشاهده است. جریان سیال بدلیل گرادیان فشار معکوس نمی‌تواند به جسم ضخیمی که روی آن جریان دارد بچسبد و از پشت آن جدا می‌شود. جریان بازگشتی شکل می‌گیرد و در نتیجه قسمتی به نام ناحیه جریان حلقوی ایجاد می‌شود. این ناحیه در ادامه پدیده تناوبی مسیر گردابه‌ای فون کارمن را ایجاد می‌کند. دو گردابه با جهت چرخش عکس، جاری می‌شوند و این روند ادامه می‌یابد. حتی اگر جریان ورودی ثابت باشد (با گذشت زمان تغییری نکند)، ناپایداری ذاتاً ایجاد می‌شود و مسیر کارمن در پایین دست بدنه تشکیل می‌شود. این پدیده را می‌توان در طیف وسیعی از مقیاس‌های طولی، از جریان در اطراف سیم‌های یک ساز موسیقی تا پدیده‌های زمینی مانند جریان عبور از جزایر، مشاهده کرد. از جنبه عملی، مسیر کارمن می‌تواند منجر به نویزهای ناخواسته شود یا حتی در صورت منطبق بودن فرکانس ریزش گردابه‌ها با فرکانس طبیعی منجر به خرابی سازه شود.

بخش اول

جریان آرام و پایا حول استوانه با مقطع دایره و

$$Re = 2$$

۳ مدل سازی

۱.۳ فرضیات

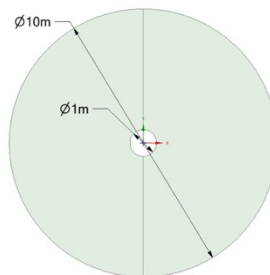
۱. جریان پایا و آرام است و استوانه در سیال هوا بررسی شده است.
 ۲. سطح مقطع استوانه دایروی است.
 ۳. استوانه بسیار بلند در نظر گرفته و شبیه سازی دوبعدی انجام شده است.
- تحلیل جریان در $Re = 2$ مدنظر است. بنابراین سرعت جریان ورودی تقریباً $3 \times 10^{-5} m/s$ می باشد.

$$\text{for air at } 20^{\circ}C \rightarrow \nu = 1.51 \times 10^{-5} m^2/s$$

$$Re = \frac{Uc}{\nu} \rightarrow 10^5 = \frac{1 \times U}{1.51 \times 10^{-5}} \Rightarrow U \simeq 3 \times 10^{-5} \times m/s$$

۲.۳ هندسه

قطر دایره ۱ متر و دامنه محاسبه نیز به شکل دایره با قطر ۱۰ در نظر گرفته می شود. هندسه مدنظر را در محیط SpaceClaim رسم می کنیم.



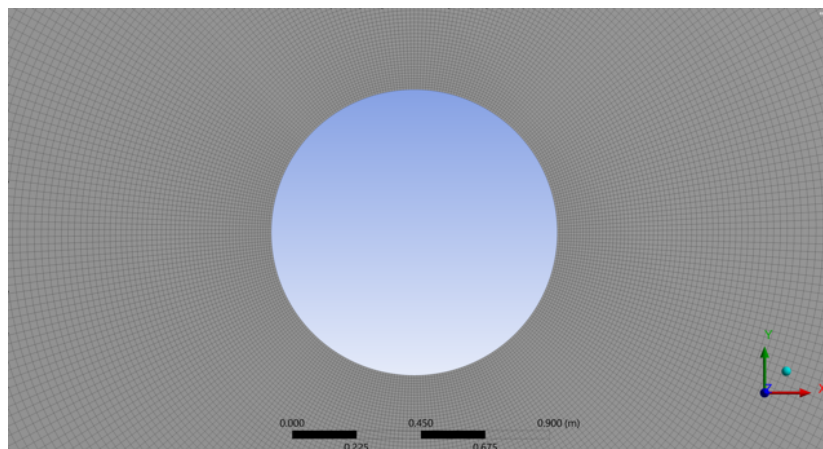
شکل ۱: هندسه برای هندسه دایروی و $Re = 2$

۴ شبکه‌بندی

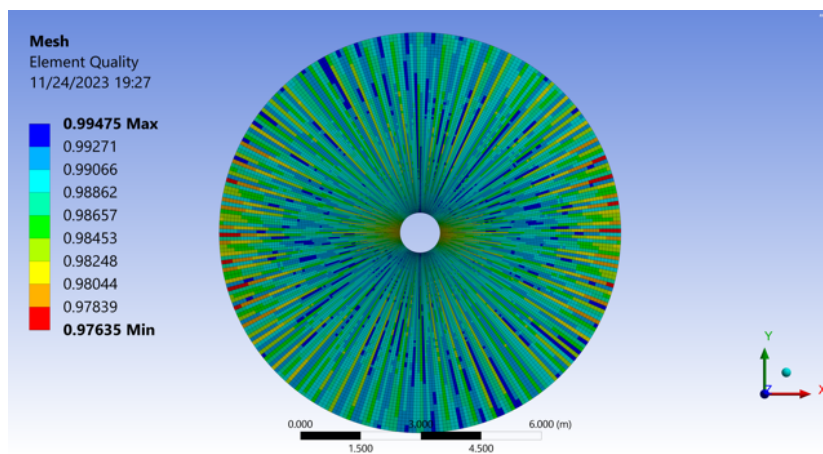
۱.۴ مش

مش‌بندی با روش multizone Quad/Tri انجام شده است. برای کوچک‌تر کردن المان‌های نزدیک پروفیل از edge sizing استفاده گردیده و برای ایجاد مش ساختار یافته face meshing اضافه شده است. مشخصات در جدول زیر قابل مشاهده است. در قسمت استقلال از شبکه، با تغییر دادن دو پارامتر element size و number of divisions مش‌بندی با تعداد المان‌های متفاوت ایجاد شده است.

mesh	
element order	linear
element size	0.1
method	
method	multizone Quad/Tri
free face mesh type	all Quad
edge sizing	
number of divisions	120
face meshing	
mapped mesh	yes
method	Quadrilateral



شکل ۲: مش بندی محاسبات هندسه دایروی با $Re = 2$



شکل ۳: کیفیت مش بندی محاسبات هندسه دایروی با $Re = 2$

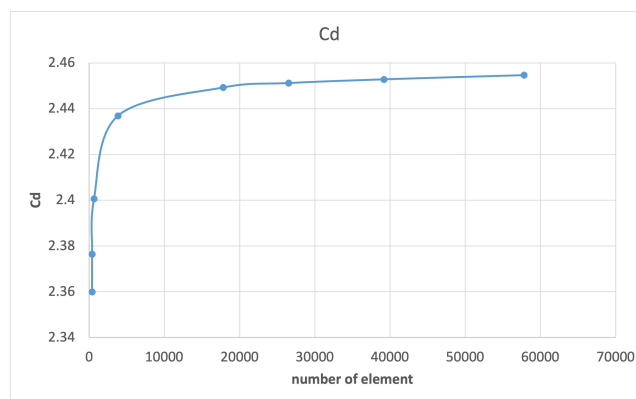
۲.۴ بررسی استقلال از شبکه

برای بررسی استقلال از شبکه، با مش بندی های متفاوت، مطابق جدول زیر، شبیه سازی کرده و مقادیر C_d را بررسی می کنیم که در هر مرحله تعداد المان ها $\frac{1}{1.5}$ برابر شده است.

به ازای تغییرات 1.5 برابری در المان ها نتایج تقریباً مشابه است به همین دلیل در جدول و نمودار زیر تعداد المان ها در برخی سطرها پرش داشته است.

در بخش های بعدی از مش بندی سطر دوم برای شبیه سازی استفاده گردیده است.

element size	number of divisions	number of element	C_d	C_l
0.08	147	57812	2.4546115	0.000362254
0.1	120	39184	2.4527696	0.000191942
0.122	98	26520	2.451163	0.000178241
0.150	80	17808	2.4492142	0.000172255
0.338	36	3840	2.4368797	0.000176841
0.930	13	648	2.4005578	0.000476562
1.395	9	406	2.3764404	0.001991099
3.139	4	384	2.359856	0.000703882



شکل ۴: نمودار C_d بر حسب تعداد المان ها برای هندسه دایروی و $Re = 2$

۵ شبیه‌سازی

برای بدست آوردن ضریب درگ و نمودارها از مش منتخب، از بخش FLUENT استفاده می‌شود. جزئیات روش حل معادلات در جدول زیر قابل مشاهده است.

General	
solver type	pressure-based
velocity formulation	absolute
time	steady
models	
viscous	laminar
boundary conditions	
inlet velocity (m/s)	3E-05
method	
pressure-velocity coupling	coupled
gradient	least squares cell based
pressure	second order
momentum	second order upwind
iteration	
iteration	300

۶ نتایج

۱.۶ مقایسه ضریب درگ با مقدار تحلیلی

برای یک استوانه با مقطع دایروی و $Re = 2$ ضریب درگ را بدست می‌آوریم [۱].

$$C_d = \frac{5.786}{\sqrt{Re}} + 1.152 + \frac{1.260}{Re} \Rightarrow C_d = 5.8733 \quad (1)$$

از نتایج شبیه سازی داریم:

$$C_d = 2.4527$$

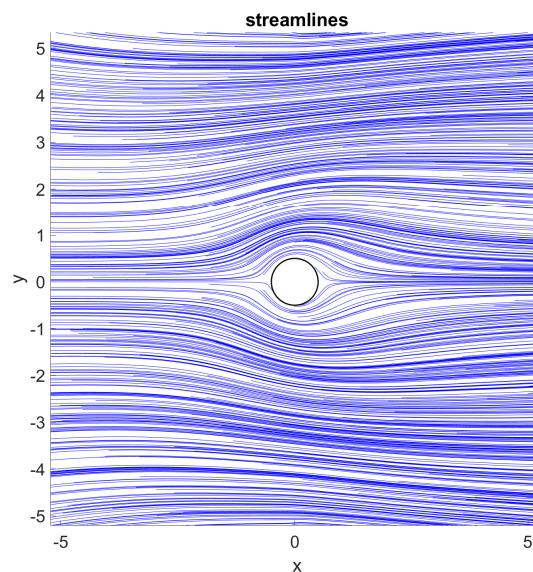
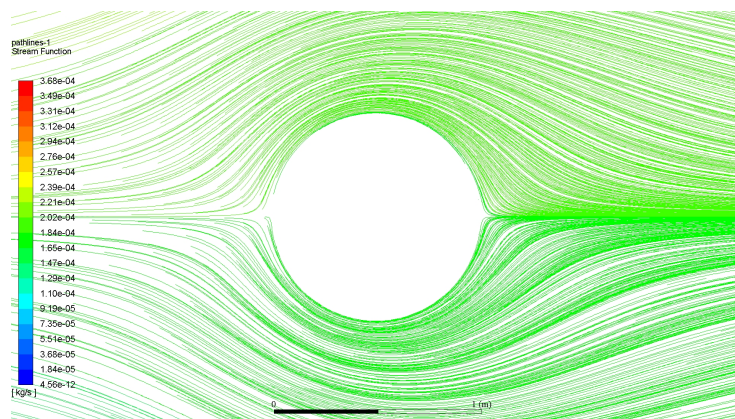
و در نتیجه خطای شبیه‌سازی برابر است با:

$$error = \frac{C_{d_{theoretical}} - C_{d_{simulation}}}{C_{d_{theoretical}}} = 0.58$$

شبیه‌سازی تقریباً ۵۸ درصد با مقدار تئوری خطا دارد. لازم است محدوده محاسباتی را بزرگتر شود تا خطا کاهش یابد.

۲.۶ بررسی جدایش

در $Re = 2$ ، جریان در اطراف استوانه به صورت آرام باقی می‌ماند، بنابراین انتظار داریم جدایش رخ ندهد. در شبیه‌سازی هیچ جدایش جریانی مشاهده نشد. به این نوع جریان‌ها (با رینولدز از مرتبه ۱)، جریان خزشی گفته می‌شود. هندسه دایره‌ای در این رینولدز منجر به الگوی جریان متقارن با پروفایل‌های یکسان در دو طرف پروفیل می‌شود.

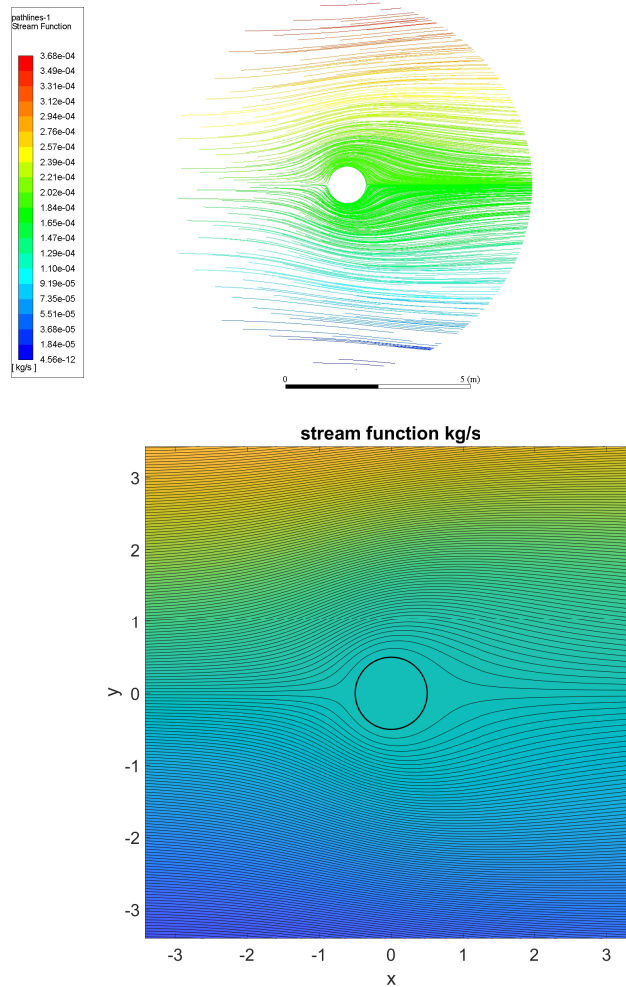


شکل ۵: خطوط جریان برای هندسه دایروی و $Re = 2$

همانطور که در تصویر مشاهده می‌شود جدایش رخ نداده است.

۳.۶ خطوط جریان

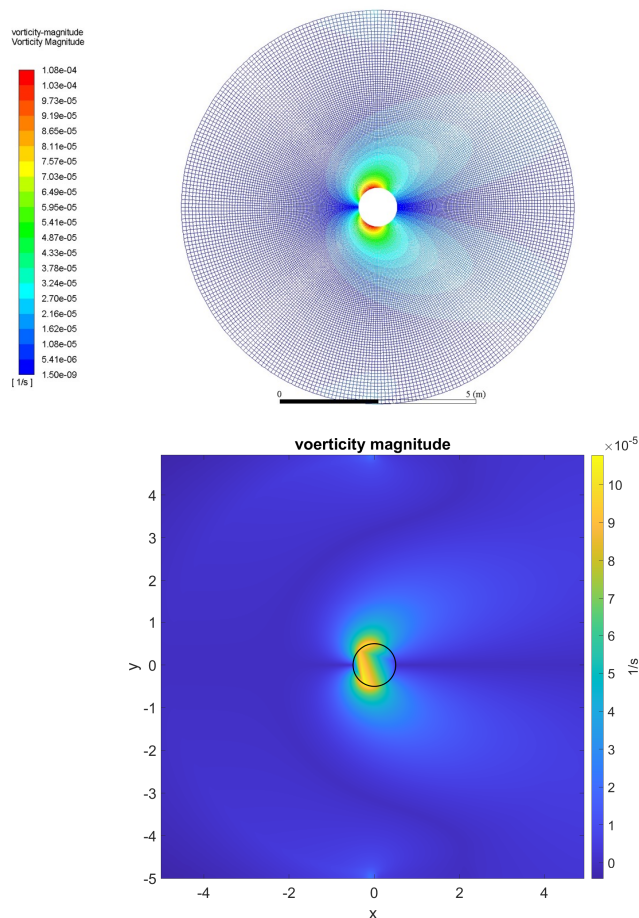
همانطور که بررسی شد، تصویر خطوط جریان، به ما نشان می‌دهد جدایش رخ نمی‌دهد و همانطور که انتظار داریم جریان آرام است و گردابه‌ای ایجاد نمی‌شود.



شکل ۶: تابع جریان برای هندسه دایروی و $Re = 2$

۴.۶ ورتیسیتی

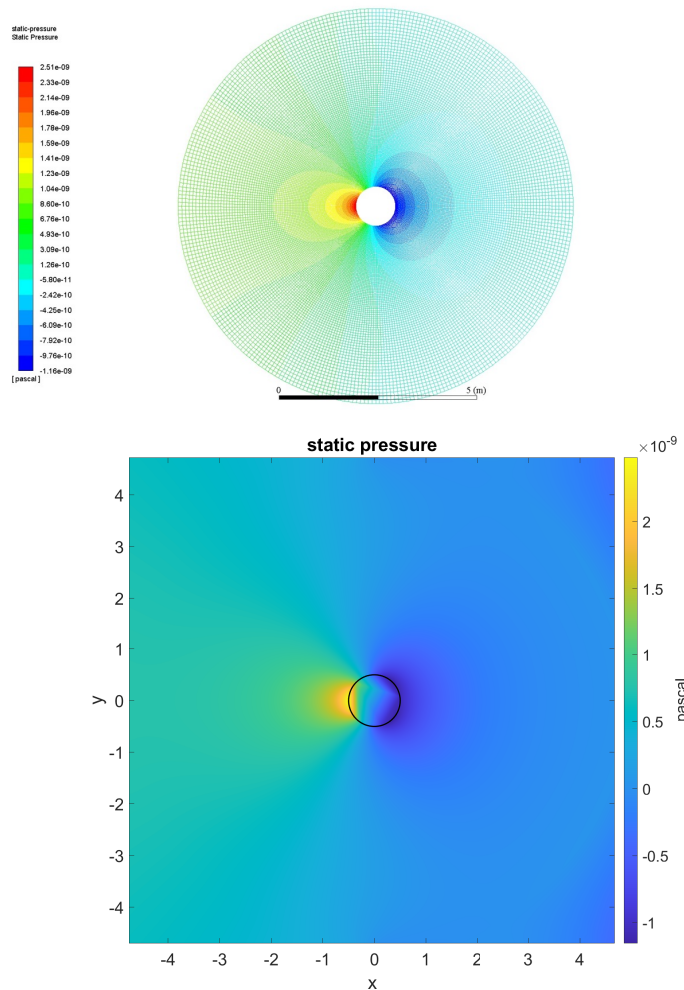
به دلیل اینکه جریان آرام است و گردابه تشکیل نمی‌شود، قدرت گردابه صفر است. در شبیه‌سازی مشاهده می‌شود که مقدار این پارامتر برابر $10^{-4} < \text{vorticity-magnitude} < 10^{-8}$ است که تقریباً برابر صفر می‌باشد. به علاوه، مشاهده می‌شود در قسمت جلوی استوانه ورتیسیتی بیشتر از پشت آن است که ناشی از تشکیل لایه مرزی و افزایش سرعت جریان است. قدرت گردابه به تدریج به سیال اطراف نفوذ می‌کند و با ورود به ناحیه پشت جریان ضعیف می‌شود. پشت جسم ورتیسیتی به صفر نزدیک‌تر است که به علت عدم تشکیل لایه مرزی می‌باشد.



شکل ۷: ورتیسیتی برای هندسه دایروی و $Re = 2$

۵.۶ فشار استاتیک

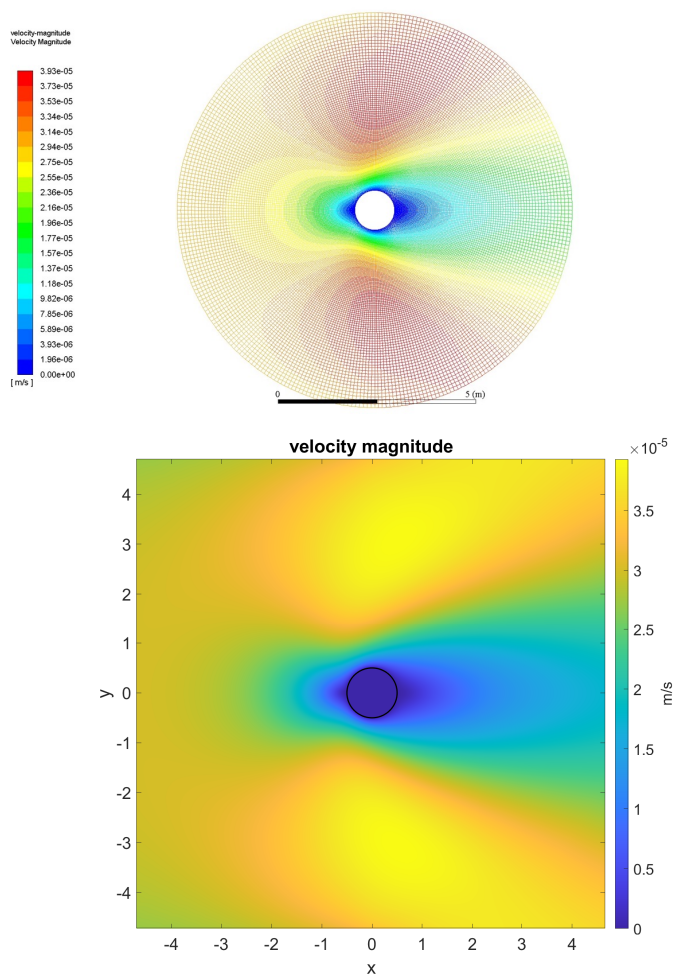
به دلیل تقارن در جسم، در بالا و پایین، نباید اختلاف فشار وجود داشته باشد که شبیه‌سازی نیز همین را نشان می‌دهد. در جلوی جسم فشار باید بالا برود و (سیال در این ناحیه کاهش سرعت دارد و به نقطه استگنیشن می‌رسد در نتیجه فشار استاتیک بالا می‌رود). به دلیل شتاب جریان، در اطراف استوانه افت فشار رخ می‌دهد. در ناحیه پشت جریان با کاهش سرعت جریان، فشار دوباره افزایش می‌یابد. نیروی درگ، به علت تفاوت فشار جلو و پشت، به استوانه وارد می‌شود.



شکل ۸: فشار استاتیک برای هندسه دایروی و $Re = 2$

۶.۶ سرعت

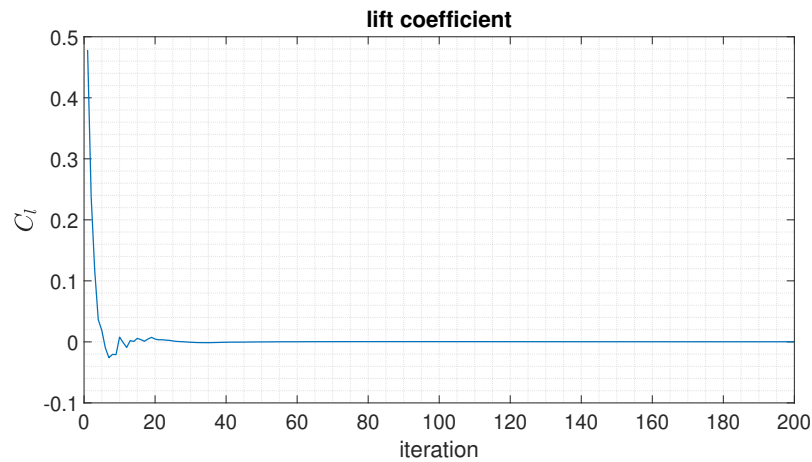
به دلیل تقارن، سرعت در بالا و پایین جسم برابر است. سرعت سیال قبل از برخورد جسم بیشتر از سرعت سیال پس از عبور از جسم است. که این اختلاف سرعت سبب اختلاف فشار و نیروی درگ می‌گردد. سرعت جریان جلوی دایره صفر می‌شود که همان نقطه استگنیشن است. به دلیل اختلاف فشار، شتاب تدریجی در اطراف استوانه ایجاد می‌شود. ناحیه پشت جریان، سرعت کمتری نسبت به جریان آزاد دارد.



شکل ۹: سرعت برای هندسه دایروی و $Re = 2$

۷.۶ ضریب لیفت

همچنانکه که نمودار نشان می‌دهد، با افزایش تعداد تکرارها ضریب لیفت C_l همانطور که انتظار داریم (در دو قسمت قبل بحث شد) به صفر میل می‌کند، که نشان می‌دهد حل معادلات همگراست.



شکل ۱۰: ضریب لیفت خطوط جریان برای هندسه دایروی و $Re = 2$

بخش دوم

جریان آرام و پایا حول استوانه با مقطع بیضی و

$$Re = 5$$

۷ مدل سازی

۱.۷ فرضیات

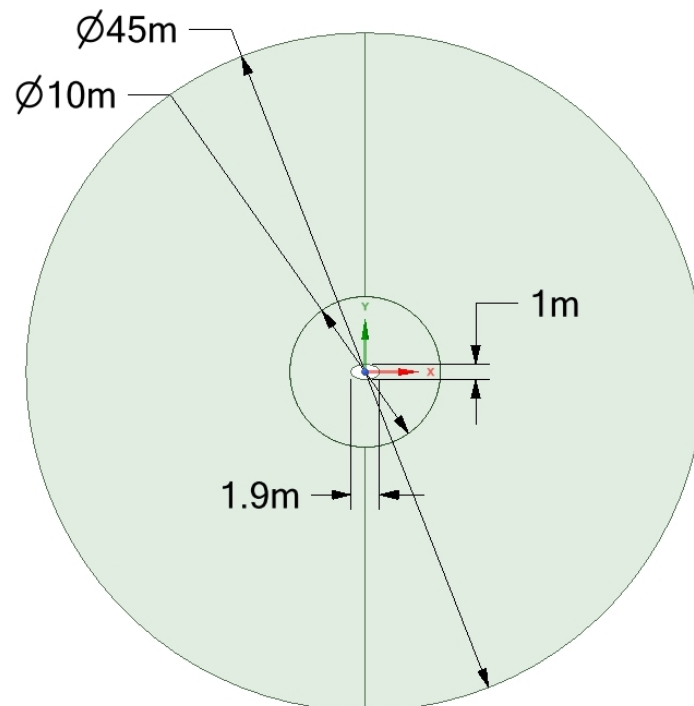
۱. جریان پایا و آرام است و استوانه در سیال هوا بررسی شده است.
 ۲. سطح مقطع استوانه یک بیضی افقی با $a = 1$ و $b = 1.9$ است (طبق اندازه مشخص شده در google sheet مقدار $E = 1.9$ است).
 ۳. استوانه بسیار بلند در نظر گرفته و شبیه سازی دوبعدی انجام شده است.
- با توجه به فرض $Re = 5$ است و سرعت جریان ورودی برابر است با: (قطر عمودی بیضی ۱ متر است).

$$\text{for air at } 20^{\circ}C \rightarrow \nu = 1.51 \times 10^{-5} \text{ m}^2/s$$

$$Re = \frac{DU}{\nu} \rightarrow 5 = \frac{1 \times U}{1.51 \times 10^{-5}} \Rightarrow U \simeq 7.5 \times 10^{-5} \text{ m/s}$$

۲.۷ هندسه

قطر کوچک بیضی ۱ متر و قطر بزرگ بیضی ۱/۹ متر است و دامنه محاسبه نیز به شکل دایره با قطر ۴۵ متر در نظر گرفته می‌شود. به دلیل اینکه در ادامه مش‌بندی هیبرید انجام می‌شود، ناحیه محاسباتی به دو قسمت لایه مرزی و خارجی تقسیم شده است. هندسه مدنظر را در محیط SpaceClaim رسم می‌کنیم.



شکل ۱۱: هندسه برای هندسه بیضوی و $Re = 5$

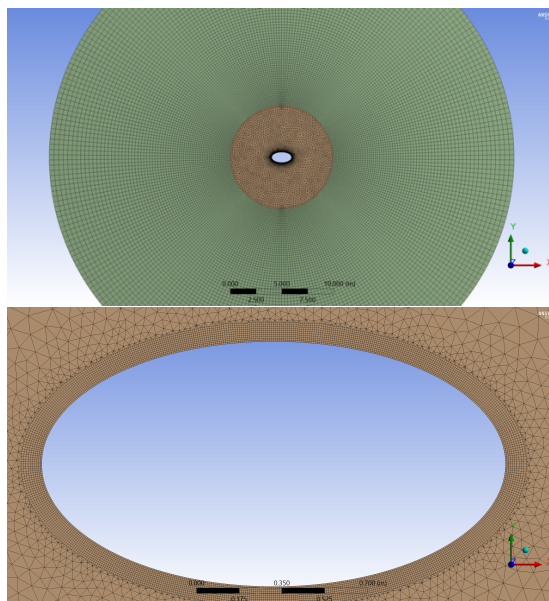
۸ شبکه‌بندی

۱.۸ مش

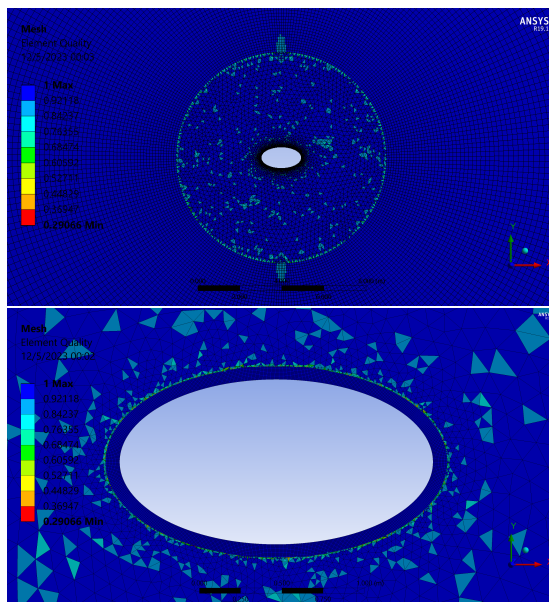
مش‌بندی به صورت هیبرید انجام شده است. مشخصات مش‌بندی برای دایره داخلی و بیرونی در جدول زیر قابل ملاحظه است.

در قسمت استقلال از شبکه، با تغییر پارامترهای element size و number of divisions on split و number of divisions on ellipse edge و edge و maximum thickness مش‌بندی با تعداد المان‌های متفاوت ایجاد شده و بررسی شده است، از میان آنها مش زیر در بخش محاسبات و نمودارها در نظر گرفته شده است.

global	mesh	
	element size	0.2
inner	inflection	
	num. of layers	10
	growth rate	1.1
	max thickness	0.1
	ellipse edge sizing	
	number of divisions	600
	inner method	
	method	triangle
outer	split edge sizing	
	number of divisions	70
	bias	4
both	face meshing	
	mapped mesh	yes
	method	Quadrilateral



شکل ۱۲: مش بندی محاسبات هندسه بیضوی با $Re = 5$



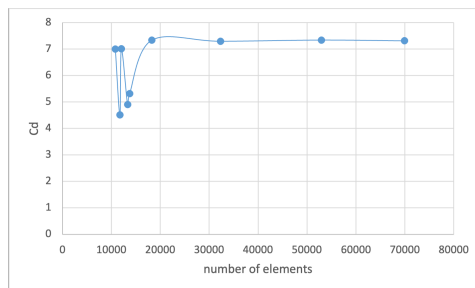
شکل ۱۳: کیفیت مش بندی محاسبات هندسه بیضوی با $Re = 5$

۲.۸ بررسی استقلال از شبکه

برای بررسی استقلال از شبکه، با مش بندی های متفاوت، مطابق جدول زیر، شبیه سازی کرده و مقادیر C_d را بررسی می کنیم. بدلیل اینکه پارامترهای متعددی بر مش موثر هستند هر بار تغییر برخی متغیرها بررسی شده است. (اعداد فیکس شده در جدول ضخیم نوشته شده اند.) در بخش های بعدی از مش بندی سطر سوم برای شبیه سازی استفاده گردیده است. (برای حل مش بندی های متفاوت از روش simple استفاده شده است. پس از انتخاب مش، روش couple برای نتایج استفاده شده است.)

layeres	max.thickness	elipse edge	edge	global	n	cd	cl
10	0.1	600	110	0.12	69922	7.318	0.005
10	0.1	600	100	0.15	52973	7.346	0.010
10	0.1	600	70	0.2	32332	7.302	0.009
10	0.1	600	40	0.3	18268	7.339	0.018
10	0.1	600	20	0.5	12070	7.014	0.003
10	0.1	600	15	0.8	10838	7.004	0.023
10	0.1	600	40	0.3	18268	7.339	0.018
10	0.5	300	40	0.3	13738	5.315	0.013
10	1	150	40	0.3	11766	4.522	0.000
5	0.5	300	40	0.3	13338	4.903	0.022

توجه می کنیم که در ۶ سطر ابتدایی، مش بندی ناحیه داخلی، ثابت است و تنها مش بندی ناحیه خارجی تغییر داده شده است. در چهار سطر نهایی، یکی از مش بندی ها انتخاب و فیکس شده است (مش بندی سطر ۴ام)، و پارامترهای ناحیه داخلی تغییر داده شده اند. در نهایت نتایج در نمودار زیر خلاصه می شود.



شکل ۱۴: نمودار C_d بر حسب تعداد المان ها برای هندسه بیضوی و $Re = 5$

۹ شبیه‌سازی

برای بدست آوردن ضریب درگ و نمودارها از مش منتخب، از بخش FLUENT استفاده می‌شود. جزئیات روش حل معادلات در جدول زیر قابل مشاهده است.

General	
solver type	pressure-based
velocity formulation	absolute
time	steady
models	
viscous	laminar
boundary conditions	
inlet velocity (m/s)	7.50E-05
method	
pressure-velocity coupling	coupled
gradient	least squares cell based
pressure	second order
momentum	second order upwind
iteration	
iteration	300

۱۰ نتایج

۱.۱۰ مقایسه ضریب درگ با مقدار تحلیلی

از نتایج شبیه‌سازی ضریب درگ برابر با $C_d = 4.362$ می‌شود.

$$C_d = 4.362$$

برای صحت‌سنجی این مقدار، از روابط Khan and Culham برای بیضی و دایره و روابط Sivakumar and Bharti مقدار تحلیلی محاسبه می‌شود و خطای شبیه‌سازی بررسی می‌شود. برای یک استوانه با مقطع بیضی ($\epsilon = \text{axis ratio} = 1.9$) و در $Re = 5$ ضریب درگ محاسبه می‌شود (رابطه (۴۴) Khan and Culham) [۱].

$$C_d = \frac{1.353 + 4.43\epsilon^{1.35}}{\sqrt{Re}} + (1.1526 + \frac{1.26}{Re})\epsilon^{0.95} = 7.902 \quad (2)$$

از روابطی که Sivakumar and Bharti برای محاسبه مقدار ضریب درگ بدست آورده‌اند، ضریب درگ به صورت زیر محاسبه می‌شود [۲]. ابتدا پارامترهای مورد نیاز را بدست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} Re_m &= \frac{100}{Re} = \frac{100}{5} = 20 \\ E_m &= \sqrt{1 + \sqrt{E}} = \sqrt{1 + \sqrt{1.9}} = 1.542 \\ X &= \log Re_m = \log 20 = 1.30 \end{aligned}$$

مقادیر f_1 و f_2 و f_3 را بدست می‌آوریم. برای سیال نیوتونی $n = 1$ است.

$$\begin{aligned} f_1(n) &= 7.55 - 1.35n^2 + 0.40n^3 = 6.6 \\ f_2(Re_m, n) &= 0.26X + 0.03n - 0.06 = 0.308 \\ f_3(Re_m, E_m) &= 1.74 - 1.17E_m + 0.41E_m^2 + \frac{0.106}{X} = 0.9923 \end{aligned}$$

ضریب درگ از رابطه زیر محاسبه می‌شود (رابطه (۲۶) Sivakumar and Bharti) [۲].

$$\log C_d Re_m = f_1(n) f_2(Re_m, n) f_3(Re_m, E_m) \quad (۳)$$

بنابراین

$$\log C_d \times 20 = 6.6 \times 0.308 \times 0.9923 \rightarrow C_d = 5.200 \quad (۴)$$

خطای شبیه‌سازی نسبت به مقدار تئوری حاصل از روابط Sivakumar and Bharti تقریباً ۱۶ درصد است که نشان می‌دهد شبیه‌سازی به تئوری نزدیک است.

$$\begin{aligned} error &= \frac{C_{dtheoretical} - C_{dsimulation}}{C_{dtheoretical}} \\ &= \frac{5.2 - 4.362}{5.2} = 0.161 \rightarrow \underline{\underline{16.1\%}} \end{aligned}$$

اگر بیضی را دایره با قطر ۱ متر در نظر بگیریم ($\epsilon = 1$)، ضریب درگ برابر با $C_d = 3.992$ می‌شود (رابطه (۴۵) Khan and Culham [۱]).

$$C_d = \frac{5.786}{\sqrt{Re}} + 1.152 + \frac{1.260}{Re} = 3.992 \quad (۵)$$

بنابراین خطای شبیه‌سازی، نسبت به این حالت ۹ درصد می‌شود که نشان می‌دهد در این رینولدز ضریب درگ دایره و بیضی تقریباً برابر است.

$$\begin{aligned} error &= \frac{C_{dtheoretical} - C_{dsimulation}}{C_{dtheoretical}} \\ &= \frac{4.362 - 3.992}{3.992} = 0.092 \rightarrow \underline{\underline{9.2\%}} \end{aligned}$$

در ادامه علت مشابه بودن مقدار ضریب درگ دایره و بیضی در این رینولدز بررسی شده است.

علت نزدیک بودن مقدار ضریب درگ دایره و بیضی

ضریب درگ به دو روش محاسبه شد:

۱. با استفاده از روابط تحلیلی برای بیضی

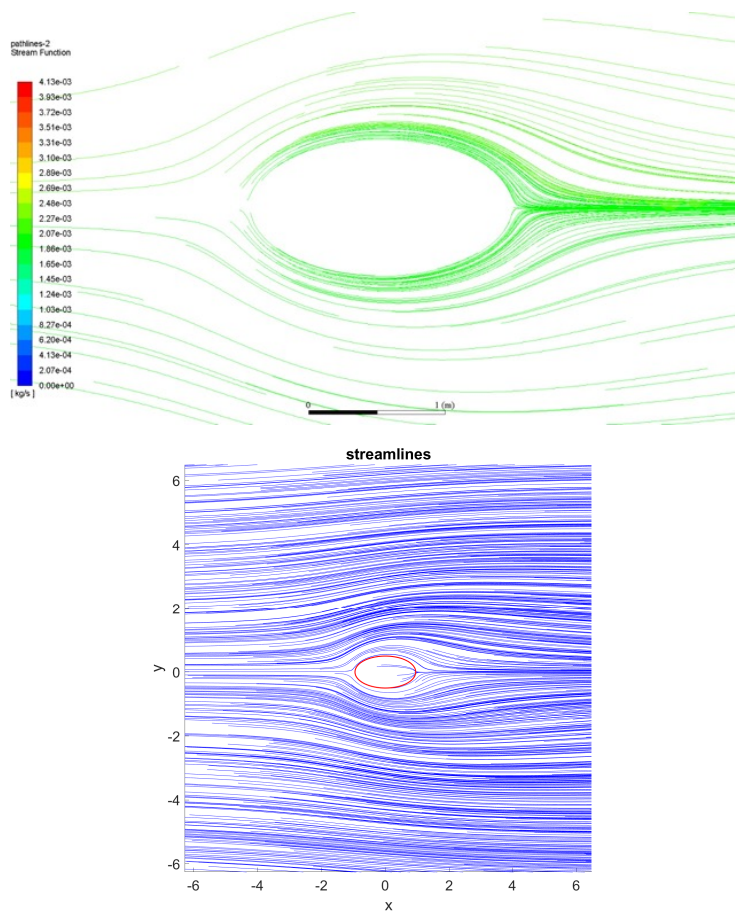
۲. با استفاده از روابط تحلیل برای دایره (در این حالت قطر دایره برابر با قطر کوچکتر بیضی (قطر در مقابل جریان) قرار داده شد).

همانطور که محاسبه شد این دو مقدار به هم نزدیک هستند که در اینجا دلایلی برای این تشابه آورده شده است. اول اینکه، هر دو شکل هنگامی که قطر دایره با قطر کوچک بیضی برابر باشد، مساحت رو به جریان مشابهی دارند. بدلیل اینکه نیروی درگ با مساحت رو به جریان متناسب است ($F_{drag} \propto \rho U^2 A$) که ρ چگالی سیال، U سرعت جریان و A مساحت رو به جریان است، این مساحت نقش مهمی در محاسبه نیروی درگ ایفا می کند. علت دوم سطح روان و صاف (smooth) در هر دو هندسه است. هر دو شکل فاقد لبه های تیز یا تغییرات ناگهانی در هندسه هستند، که منجر به ایجاد لایه مرزی صاف در اطراف سطوح آنها می شود. این امر درگ فشاری را کاهش می دهد.

با وجود این شباهت ها تفاوت جزئی در ضرایب درگ محاسبه شده وجود دارد که به تفاوت های این دو هندسه برمی گردد. بیضی، به خصوص زمانی که کشیده باشد، نسبت به یک دایره از نظر خطوط جریان بهینه تر است. به این معنا که جدایش جریان و آشفتگی کمتری در انتهای آن ایجاد می کند که به کاهش نیروی درگ نسبت به دایره کمک می کند. همچنین، گردابه های (wake) پشت سر این دو شکل متفاوت است. دایره به دلیل شکل صاف خود، دنباله ای پهن تر و پرانرژی ایجاد می کند. بیضی با شکل مخروطی خود، دنباله ای باریکتر و ضعیف تر ایجاد می کند که منجر به کاهش درگ در هندسه بیضی می شود. توجه می شود که مقدار اختلاف ضریب درگ بیضی و دایره در اعداد رینولدز بالا ($10000 <$) به دلیل هندسه دوکی شکل بیضی (streamlining) بیشتر نمایان می شود. به علاوه کشیده تر شدن بیضی، باعث مطابقت بیشتر آن با خطوط جریان می شود و در نتیجه تفاوت ضرایب درگ افزایش می یابد.

۲.۱۰ بررسی جدایش

جدایش به عدد رینولدز و هندسه جسم وابسته است. در این مسئله عدد رینولدز ۵ است و هندسه جسم (بیضی افقی) گوه‌ای شکل است در نتیجه انتظار داریم جدایش رخ ندهد. شبیه‌سازی نیز این نتیجه را تایید می‌کند.

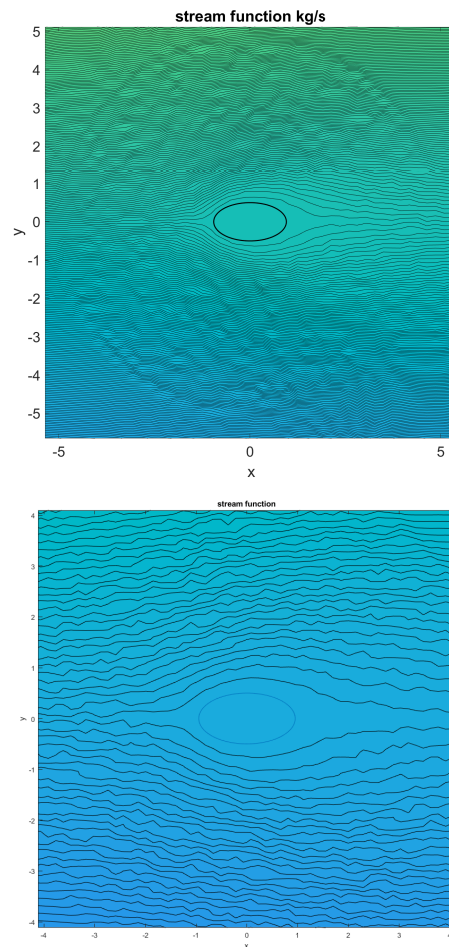


شکل ۱۵: خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 5$

همانطور که در تصویر مشاهده می‌شود جدایش رخ نداده است.

۳.۱۰ خطوط جریان

همانطور که گفته شد، تصویر خطوط جریان، به ما نشان می‌دهد جدایش رخ نمی‌دهد و جریان آرام است و گردابه ندارد.

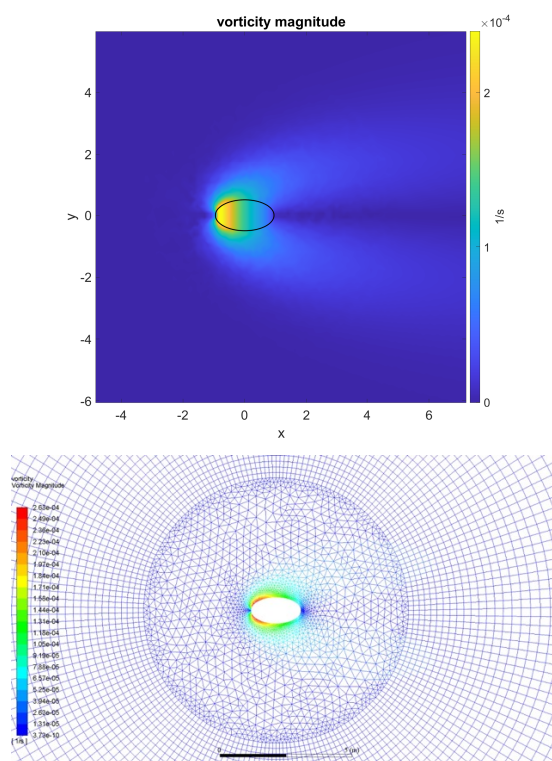


شکل ۱۶: خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 5$

۴.۱۰ ورتیسیتی

به دلیل اینکه جریان آرام است و گردابه تشکیل نمی‌شود، قدرت گرادیه صفر است. در شبیه‌سازی مشاهده می‌شود که مقدار این پارامتر برابر $10^{-4} < \text{vorticity-magnitude} < 10^{-10}$ است که تقریباً برابر صفر می‌باشد. به علاوه، مشاهده می‌شود در قسمت جلوی پروفیل ورتیسیتی بیشتر از پشت آن است که ناشی از تشکیل لایه مرزی است. همچنین پشت پروفیل ورتیسیتی به صفر نزدیک‌تر است که به علت عدم تشکیل لایه مرزی می‌باشد.

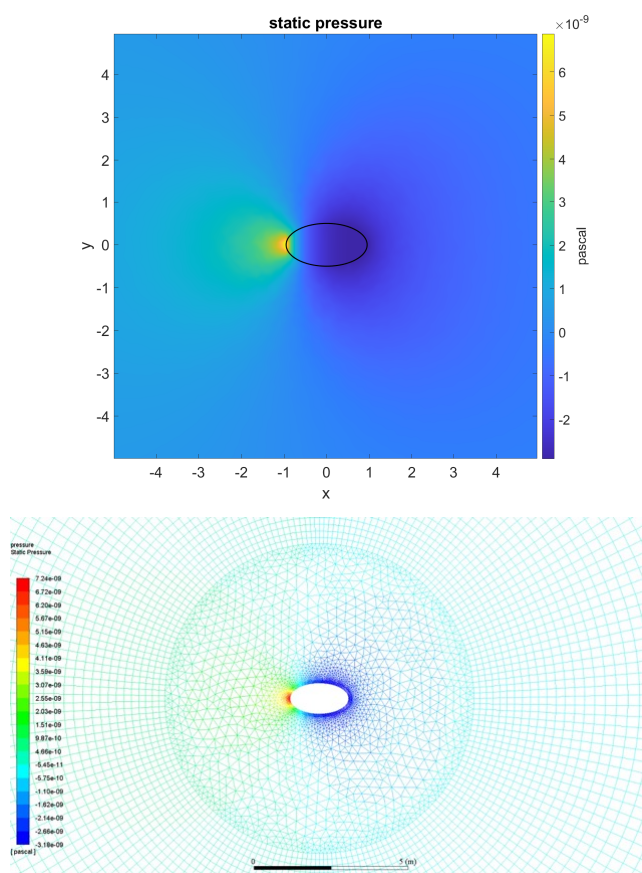
در کانتور رسم شده با نرم‌افزار متلب، درون بیضی هم کانتور زده شده است که بدلیل درونیابی نقاط توسط نرم‌افزار است. که در کانتورهای دیگر هم، این ملاحظه، مورد توجه است.



شکل ۱۷: ورتیسیتی برای هندسه بیضی و $Re = 5$

۵.۱۰ فشار استاتیک

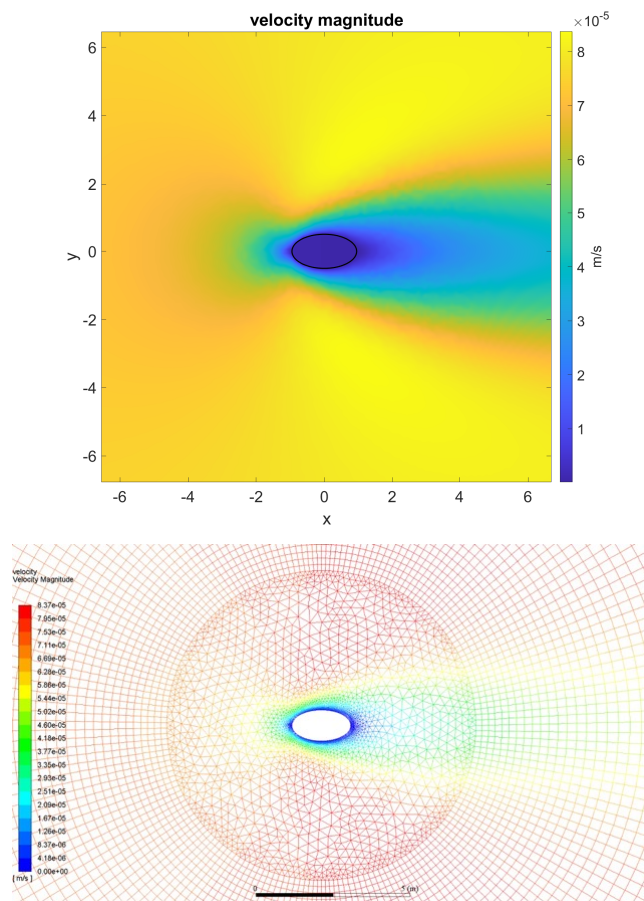
به دلیل تقارن در پروفیل، در بالا و پایین، نباید اختلاف فشار وجود داشته باشد که شبیه‌سازی نیز همین را نشان می‌دهد. به علاوه در جلوی جسم فشار باید بالا برود و (سیال در این ناحیه کاهش سرعت دارد و به نقطه استگنیشن می‌رسد در نتیجه فشار استاتیک بالا می‌رود). پشت پروفیل هم افت فشار به وجود می‌آید. به علت تفاوت فشار جلو و پشت، به استوانه نیروی درگ وارد می‌شود.



شکل ۱۸: فشار استاتیک برای هندسه بیضوی و $Re = 5$

۶.۱۰ سرعت

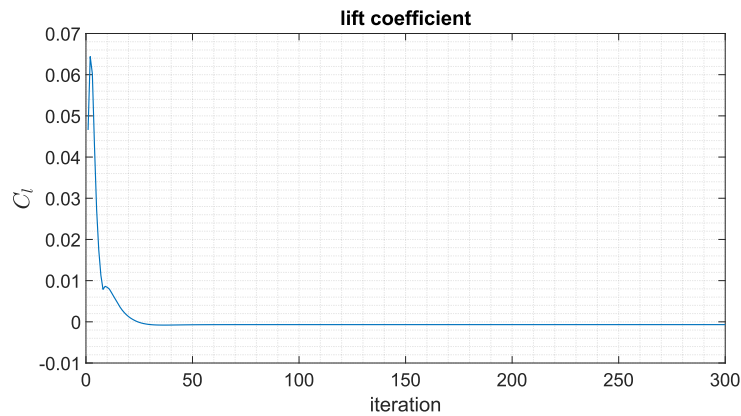
همانطور که در قسمت فشار استاتیک بحث شد، به دلیل تقارن، سرعت در بالا و پایین جسم برابر است که شبیه‌سازی نیز همین را نشان می‌دهد. به علاوه سرعت سیال قبل از برخورد جسم بیشتر از سرعت سیال پس از عبور از جسم است. که این اختلاف سرعت سبب اختلاف فشار و نیروی درگ می‌گردد.



شکل ۱۹: سرعت برای هندسه بیضوی و $Re = 5$

۷.۱۰ ضریب لیفت

همچنانکه که نمودار نشان می‌دهد، با افزایش تعداد تکرارها ضریب لیفت C_l همانطور که انتظار داریم (در دو قسمت قبل بحث شد) به صفر میل می‌کند، که نشان می‌دهد حل معادلات همگراست.



شکل ۲۰: ضریب لیفت خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 5$

بخش سوم

جریان آرام و پایا حول استوانه با مقطع بیضی و

$$Re = 20$$

۱۱ مدل سازی و شبکه بندی

۱.۱۱ فرضیات

۱. جریان پایا و آرام است و استوانه در سیال هوا بررسی شده است.
 ۲. سطح مقطع استوانه یک بیضی افقی با $a = 1$ و $b = 1.9$ است.
 ۳. استوانه بسیار بلند در نظر گرفته و شبیه سازی دوبعدی انجام شده است.
- با توجه به فرض $Re = 20$ است و سرعت جریان ورودی برابر است با: (قطر عمودی بیضی ۱ متر است).

$$\text{for air at } 20^{\circ}C \rightarrow \nu = 1.51 \times 10^{-5} \text{ m}^2/s$$

$$Re = \frac{DU}{\nu} \rightarrow 20 = \frac{1 \times U}{1.51 \times 10^{-5}} \Rightarrow U \simeq 3 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

۲.۱۱ هندسه، مش و استقلال از شبکه

هندسه (زیربخش ۲.۷)، شبکه بندی (زیربخش ۱.۸) و استقلال شبکه (بخش ۲.۸) مانند قبل است. تنها در بخش حل معادلات در FLUENT سرعت ورودی تغییر کرده است. البته با افزایش عدد رینولدز، بهتر است استقلال از شبکه مجددا بررسی شود اما عدد رینولدز مقدار کمی افزایش یافته است. به علاوه، مش انتخاب شده در بخش قبل تعداد شبکه های بیشتری از حد نیاز داشت. بنابراین همانطور که در بخش مقایسه با مقادیر تئوری مشاهده می شود خطا کم خواهد بود.

۱۲ شبیه‌سازی

برای بدست آوردن ضریب درگ و نمودارها از مش منتخب، از بخش FLUENT استفاده می‌شود. جزئیات روش حل معادلات در جدول زیر قابل مشاهده است.

General	
solver type	pressure-based
velocity formulation	absolute
time	steady
models	
viscous	laminar
boundary conditions	
inlet velocity (m/s)	3E-04
method	
pressure-velocity coupling	coupled
gradient	least squares cell based
pressure	second order
momentum	second order upwind
iteration	
iteration	300

۱۳ نتایج

۱.۱۳ مقایسه ضریب درگ با مقدار تحلیلی

از نتایج شبیه سازی ضریب درگ برابر با $C_d = 2.0876$ می شود.

$$C_d = 2.0876$$

برای صحت سنجی این مقدار، از روابط Khan and Culham برای بیضی و دایره و روابط Sivakumar and Bharti مقدار تحلیلی محاسبه می شود و خطای شبیه سازی بررسی می شود. برای یک استوانه با مقطع بیضی ($\epsilon = \text{axis ratio} = 1.9$) و در $Re = 20$ ضریب درگ محاسبه می شود (رابطه (۴۴) Khan and Culham) [۱].

$$C_d = \frac{1.353 + 4.43\epsilon^{1.35}}{\sqrt{Re}} + (1.1526 + \frac{1.26}{Re})\epsilon^{0.95} = 4.8954 \quad (6)$$

از روابطی که Sivakumar and Bharti برای محاسبه مقدار ضریب درگ بدست آورده اند، ضریب درگ به صورت زیر محاسبه می شود. [۲] ابتدا پارامترهای مورد نیاز را بدست می آوریم.

$$\begin{aligned} Re_m &= \frac{100}{Re} = \frac{100}{20} = 5 \\ E_m &= \sqrt{1 + \sqrt{E}} = \sqrt{1 + \sqrt{1.9}} = 1.542 \\ X &= \log Re_m = \log 5 = 0.69897 \end{aligned}$$

مقادیر f_1 و f_2 و f_3 را بدست می آوریم. برای سیال نیوتونی $n = 1$ است.

$$\begin{aligned} f_1(n) &= 7.55 - 1.35n^2 + 0.40n^3 = 6.6 \\ f_2(Re_m, n) &= 0.26X + 0.03n - 0.06 = 0.1517 \\ f_3(Re_m, E_m) &= 1.74 - 1.17E_m + 0.41E_m^2 + \frac{0.106}{X} = 1.0623 \end{aligned}$$

ضریب درگ از رابطه زیر محاسبه می شود (رابطه (۲۶) Sivakumar and Bharti) [۲].

$$\log C_d Re_m = f_1(n) f_2(Re_m, n) f_3(Re_m, E_m) \quad (۷)$$

بنابراین

$$\log C_d \times 5 = 6.6 \times 0.1517 \times 1.0623 \rightarrow C_d = 2.315 \quad (۸)$$

خطای شبیه‌سازی نسبت به مقدار تئوری حاصل از روابط Sivakumar and Bharti تقریباً ۱۶ درصد است که نشان می‌دهد شبیه‌سازی به تئوری نزدیک است.

$$\begin{aligned} error &= \frac{C_{d_{theoretical}} - C_{d_{simulation}}}{C_{d_{theoretical}}} \\ &= \frac{2.509 - 2.088}{2.509} = 0.168 \rightarrow \mathbf{16.8\%} \end{aligned}$$

اگر بیضی را دایره با قطر ۱ متر در نظر بگیریم ($\epsilon = 1$)، ضریب درگ برابر با $C_d = 2.509$ می‌شود (رابطه (۴۵) Khan and Culham [۱]).

$$C_d = \frac{5.786}{\sqrt{Re}} + 1.152 + \frac{1.260}{Re} = 2.509 \quad (۹)$$

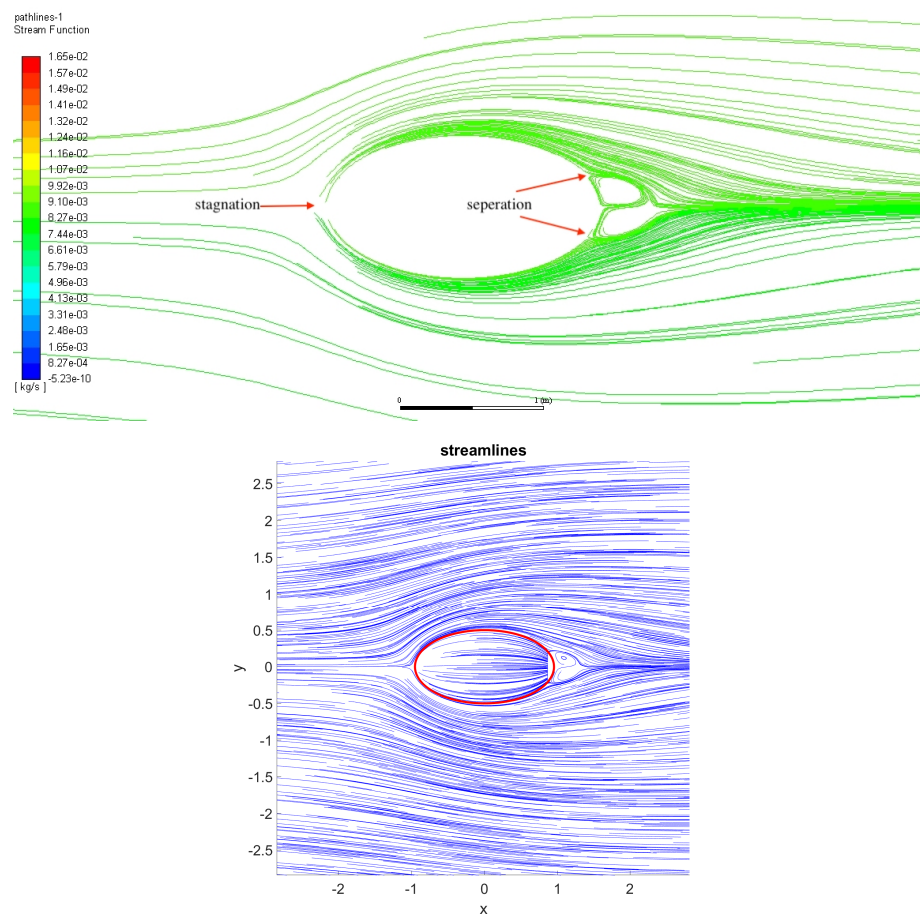
بنابراین خطای شبیه‌سازی، نسبت به این حالت ۱۰ درصد می‌شود که نشان می‌دهد در این رینولدز ضریب درگ دایره و بیضی تقریباً برابر است.

$$\begin{aligned} error &= \frac{C_{d_{theoretical}} - C_{d_{simulation}}}{C_{d_{theoretical}}} \\ &= \frac{2.315 - 2.088}{2.315} = 0.098 \rightarrow \mathbf{9.8\%} \end{aligned}$$

در بخش ۱.۱۰ درباره علل نزدیک بودن ضریب درگ دایره و بیضی بحث شد.

۲.۱۳ بررسی جدایش

در رینولدزهای بالا، جدایش رخ می‌دهد. در این مسئله عدد رینولدز ۲۰ است. بنابراین انتظار داریم جدایش رخ دهد. شبیه‌سازی نیز این نتیجه را تایید می‌کند. بدلیل تقارن در هندسه جدایش در بالا و پایین باید در یک نقطه رخ دهد و در شبیه‌سازی نیز تقریباً همین‌طور است. هندسه دوکی شکل، باعث شده جدایش به تاخیر بیفتد و در انتهای پروفیل مشاهده شود. به دلیل جدایش جریان از روی جسم، جریان‌های گردابه‌ای پشت آن به وجود آمده است.

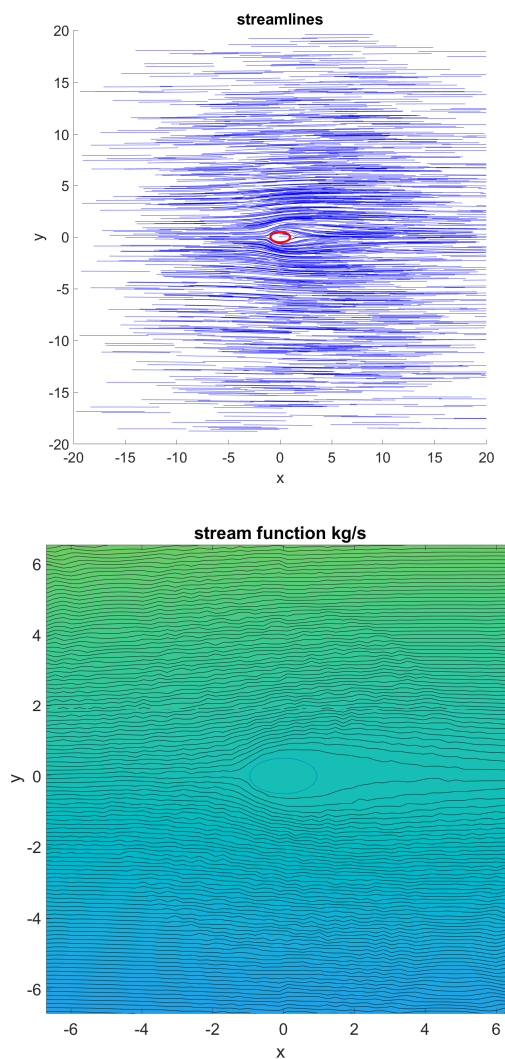


شکل ۲۱: خطوط جریان برای هندسه بیضی و $Re = 20$

در تصویر بالا محل جدایش قابل مشاهده است.

۳.۱۳ خطوط جریان

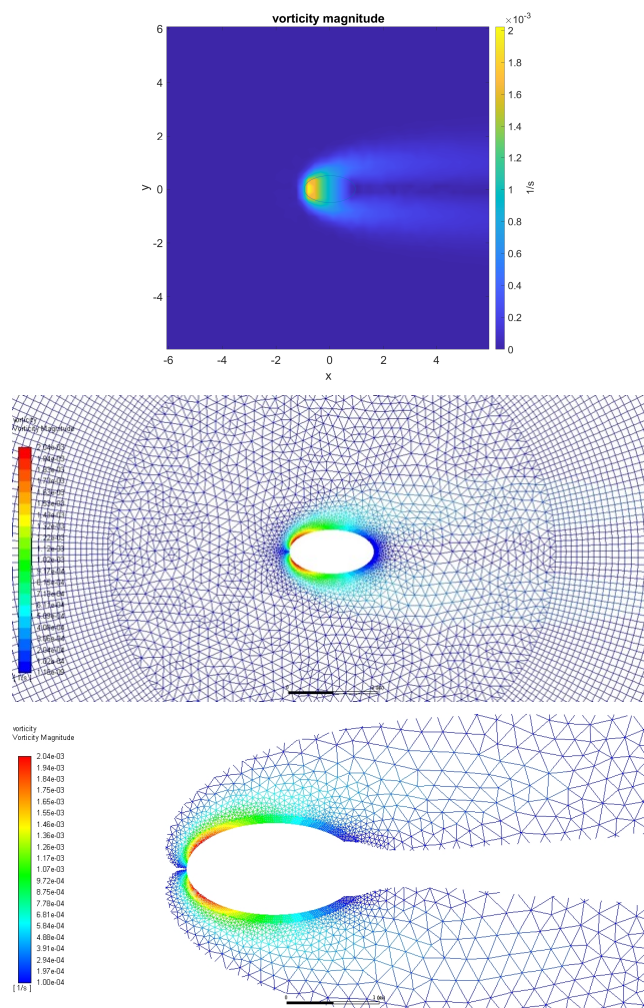
همانطور که بررسی شد، تصویر خطوط جریان، نشان می‌دهد که جدایش رخ می‌دهد و پشت جسم گردابه‌هایی به وجود می‌آید. جریان حول جسم آرام است.



شکل ۲۲: خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 20$

۴.۱۳ ورتیسیتی

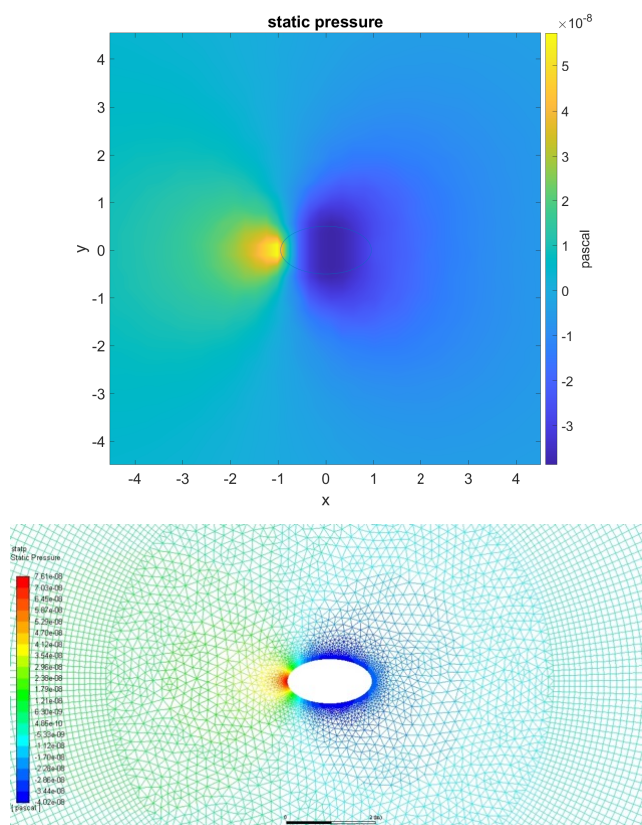
همانطور که در شکل مشاهده می‌شود در نزدیکی جسم قدرت گردابه غیر صفر است و مقدار دارد. اما دورتر از جسم، به علت اینکه جریان آرام است و گردابه تشکیل نمی‌شود، قدرت گردابه صفر است. ورتیسیتی در قسمت جلوی پروفیل، مقدار زیادی دارد که بدلیل افزایش سرعت ذرات می‌باشد. همانطور که در خطوط جریان مشاهده شد، در محل جدایش گردابه تشکیل می‌شود، در کانتر ورتیسته نیز در قسمتی که جدایش رخ می‌دهد ورتیسیتیه حدود $0.0011/s$ و ناصفر است.



شکل ۲۳: ورتیسیتی برای هندسه بیضوی و $Re = 20$

۵.۱۳ فشار استاتیک

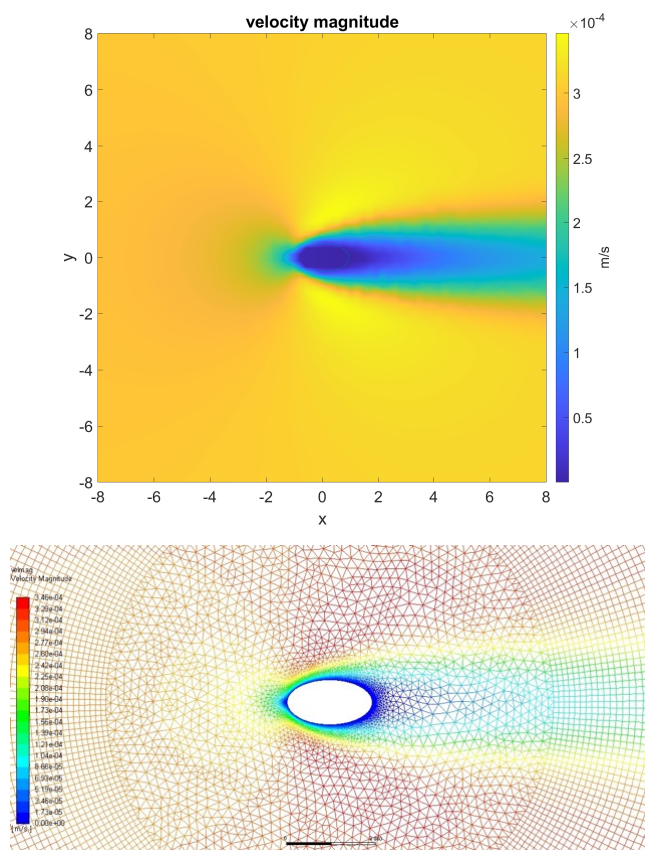
به دلیل تقارن در پروفیل، در بالا و پایین، نباید اختلاف فشار وجود داشته باشد که شبیه‌سازی نیز همین را نشان می‌دهد. به علاوه در جلوی جسم فشار باید بالا برود و (سیال در این ناحیه کاهش سرعت دارد و به نقطه استگنیشن می‌رسد در نتیجه فشار استاتیک بالا می‌رود). پشت پروفیل هم افت فشار به وجود می‌آید. به علت تفاوت فشار جلو و پشت، به استوانه نیروی درگ وارد می‌شود.



شکل ۲۴: فشار استاتیک برای هندسه بیضی و $Re = 20$

۶.۱۳ سرعت

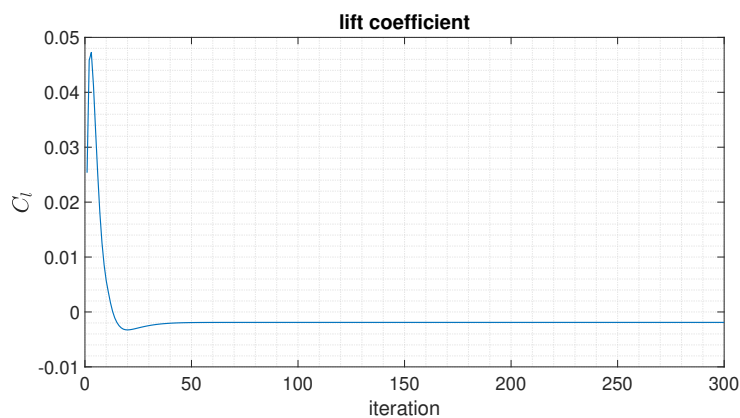
همانطور که در قسمت فشار استاتیک بحث شد، به دلیل تقارن، سرعت در بالا و پایین جسم برابر است که شبیه‌سازی نیز همین را نشان می‌دهد. به علاوه سرعت سیال قبل از برخورد جسم بیشتر از سرعت سیال پس از عبور از جسم است. که این اختلاف سرعت سبب اختلاف فشار و نیروی درگ می‌گردد.



شکل ۲۵: سرعت برای هندسه بیضوی و $Re = 20$

۷.۱۳ ضریب لیفت

همچنانکه که نمودار نشان می‌دهد، با افزایش تعداد تکرارها ضریب لیفت C_l همانطور که انتظار داریم (در دو قسمت قبل بحث شد) به صفر میل می‌کند، که نشان می‌دهد حل معادلات همگراست.



شکل ۲۶: ضریب لیفت خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 20$

بخش چهارم

جریان گذرا و پایا حول استوانه با مقطع بیضی و

$$Re = 140$$

۱۴ مدل سازی و شبکه بندی

۱.۱۴ فرضیات

۱. جریان پایا و گذرا است و استوانه در سیال هوا بررسی شده است.

۲. سطح مقطع استوانه یک بیضی افقی با $a = 1$ و $b = 1.9$ است.

۳. استوانه بسیار بلند در نظر گرفته و شبیه سازی دوبعدی انجام شده است.

تحلیل جریان در $Re = 140$ مدنظر است. بنابراین سرعت جریان ورودی در $Re = 140$ تقریباً برابر با 0.002 m/s می باشد.

$$\text{for air at } 20^\circ\text{C} \rightarrow \nu = 1.51 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$Re = \frac{DU}{\nu} \rightarrow 140 = \frac{1 \times U}{1.51 \times 10^{-5}} \Rightarrow U \simeq 2 \times 10^{-3} \text{ m/s}$$

برای محاسبه گام زمانی از رابطه استروهل استفاده می شود. گام زمانی از محاسبات زیر 5000 s بدست می آید. برای بررسی استقلال نتایج از گام زمانی، 5000 s و 500 s و 50 s بررسی می شود. در ارائه نتایج شبیه سازی، گام زمانی 500 s قرار داده شده است.

$$\text{for flow over cylinder} \rightarrow St = O(10^{-1})$$

$$St = \frac{fD}{U} \rightarrow 0.1 = \frac{f \times 1}{0.002}$$

$$f = 0.0002 \text{ Hz} \rightarrow t = 5000 \text{ s}$$

۲.۱۴ هندسه، مش و استقلال از شبکه

هندسه (زیربخش ۲.۷)، شبکه بندی (زیربخش ۱.۸) و استقلال شبکه (بخش ۲.۸) مانند قبل است.

۱۵ شبیه‌سازی

برای بدست آوردن ضریب درگ و نمودارها از مش منتخب، از بخش FLUENT استفاده می‌شود. جزئیات روش حل معادلات در جدول زیر قابل مشاهده است.

General	
solver type	pressure-based
velocity formulation	absolute
time	transient
models	
viscous	laminar
boundary conditions	
inlet velocity (m/s)	2E-03
method	
pressure-velocity coupling	coupled
gradient	least squares cell based
pressure	second order
momentum	second order upwind
time	
time stepping method	fixed
time step size (s)	500
num of time steps	300
max iter/time step	20

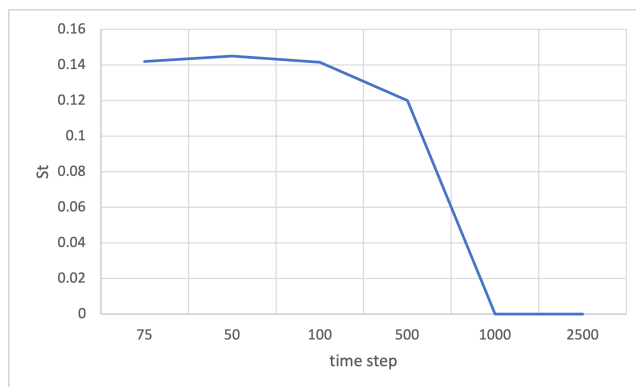
۱۶ استقلال از گام زمانی

نتایج بررسی عدد استروهاال در گام زمانی‌های مختلف در جدول زیر خلاصه شده است. از گام زمانی $1000s$ به بعد شبیه‌سازی توانایی ضبط فرکانس‌ها و نوسانات جریان را ندارد. در تایم زمانی‌های $100s$ و کمتر به تعداد اجراهای بیشتری برای رسیدن به دامنه ثابت نیاز است که به دلیل زمان پردازش طولانی برای محاسبه عدد استروهاال، به همان قسمت ابتدایی اکتفا شده است. اینکار می‌تواند موجب خطا در محاسبه عدد استروهاال شود.

بدلیل اینکه در گام زمانی 500 ثانیه می‌توان با 300 تکرار به دامنه ثابت رسید در ادامه گزارش این گام زمانی بررسی می‌شود.

جدول ۱: استقلال از گام زمانی

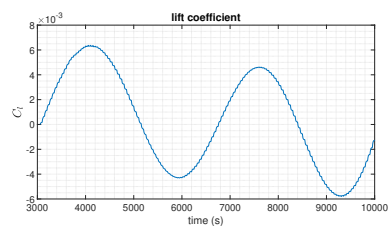
time step	number of time step	max iter	freq	st
50	200	10	0.00029	0.145
75	300	20	0.000284	0.142
100	200	20	0.000283	0.1415
500	300	20	0.00024	0.12
1000	200	10	0	0
2500	200	20	0	0



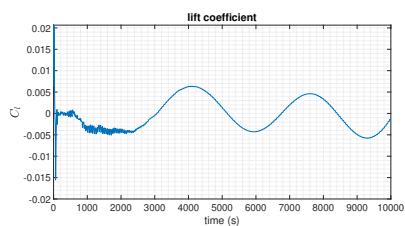
شکل ۲۷: نمودار St بر حسب گام زمانی برای هندسه بیضی و $Re = 140$

نمودارهای حاصل از هر حالت در ادامه قابل مشاهده است.

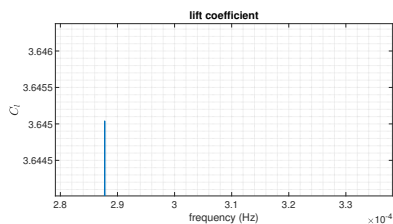
جریان گذرا و پایا حول استوانه با مقطع بیضی و $Re = 140$ ۵۳



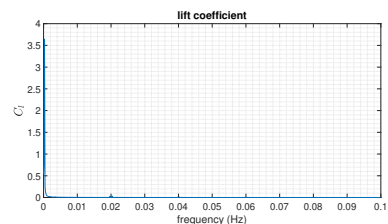
(ب) قسمت متناوب



(آ) کل زمان

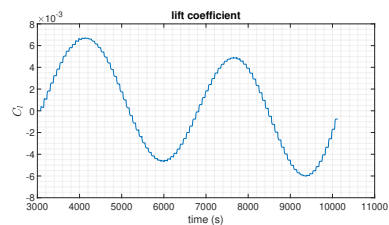


(د) مقدار فرکانس

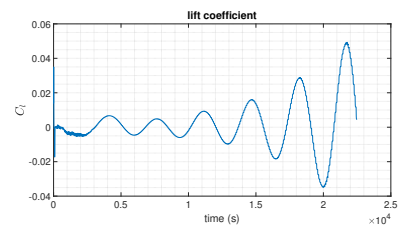


(ج) تبدیل فوریه (fft) نمودار (ب)

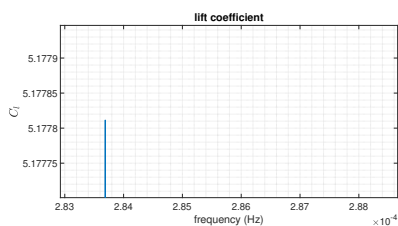
شکل ۲۸: فرکانس در گام زمانی 50s



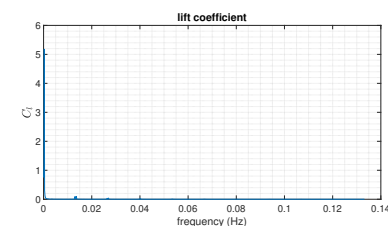
(ب) قسمت متناوب



(آ) کل زمان



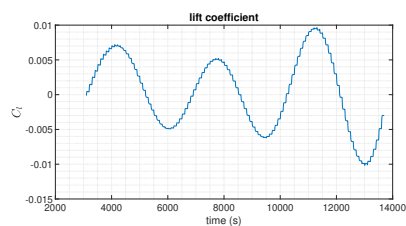
(د) مقدار فرکانس



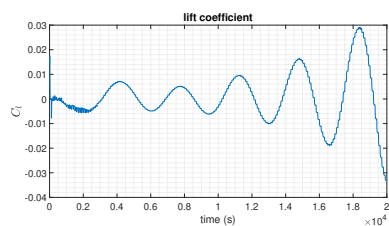
(ج) تبدیل فوریه (fft) نمودار (ب)

شکل ۲۹: فرکانس در گام زمانی 75s

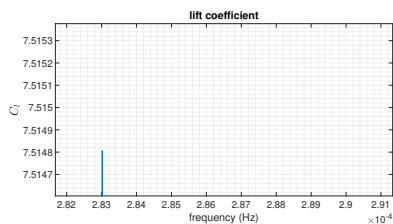
جریان گذرا و پایا حول استوانه با مقطع بیضی و $Re = 140$ ۵۴



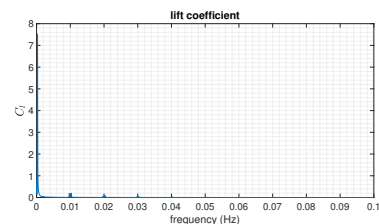
(ب) قسمت متناوب



(آ) کل زمان

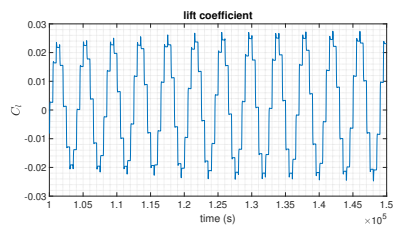


(د) مقدار فرکانس

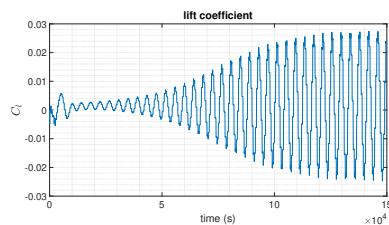


(ج) تبدیل فوریه (fft) نمودار (ب)

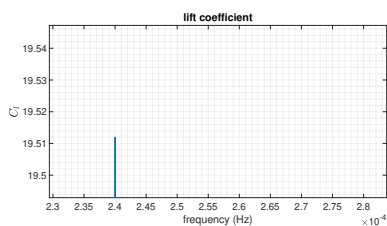
شکل ۳۰: فرکانس در گام زمانی 100s



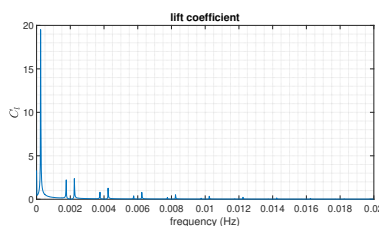
(ب) قسمت متناوب



(آ) کل زمان

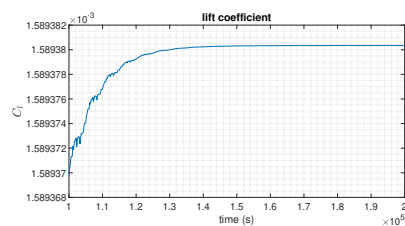


(د) مقدار فرکانس

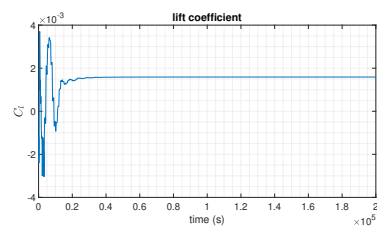


(ج) تبدیل فوریه (fft) نمودار (ب)

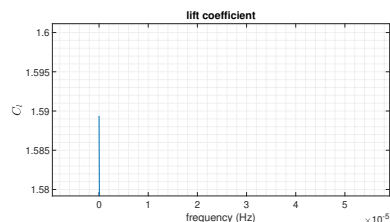
شکل ۳۱: فرکانس در گام زمانی 500s



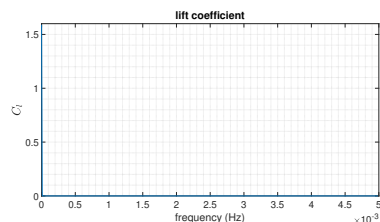
(ب) قسمت متناوب



(آ) کل زمان

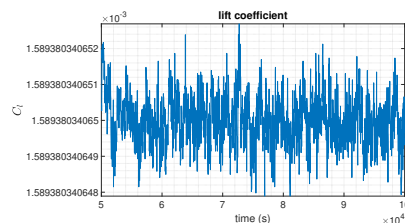


(د) مقدار فرکانس

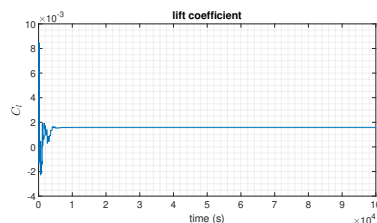


(ج) تبدیل فوری (fft) نمودار (ب)

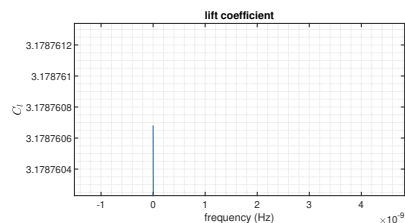
شکل ۳۲: فرکانس در گام زمانی $1000s$



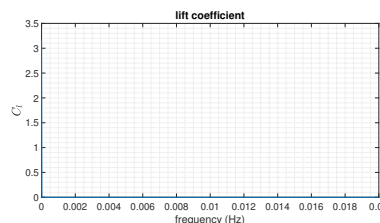
(ب) قسمت متناوب



(آ) کل زمان



(د) مقدار فرکانس



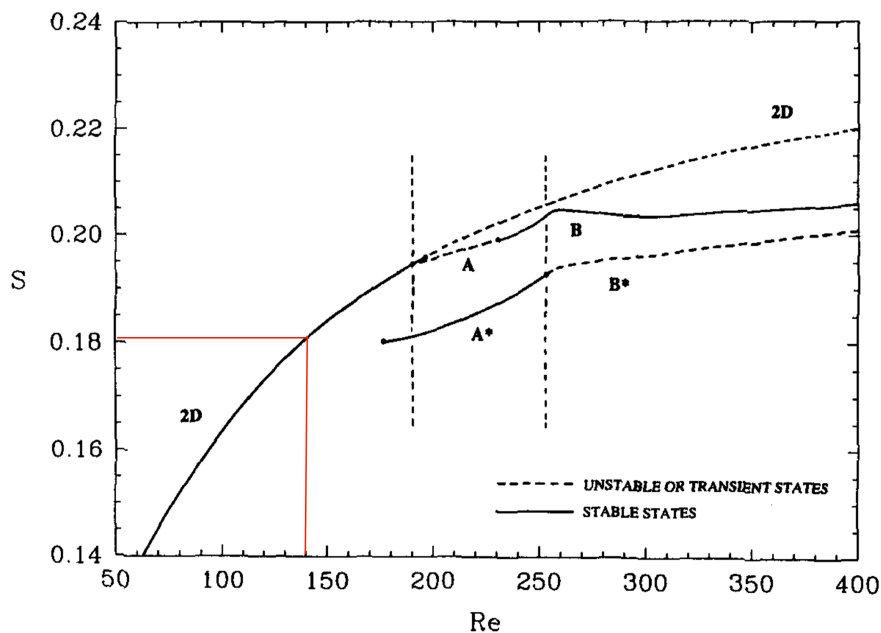
(ج) تبدیل فوری (fft) نمودار (ب)

شکل ۳۳: فرکانس در گام زمانی $2500s$

۱۷ نتایج

۱.۱۷ مقایسه عدد استروهاال با مقدار تجربی

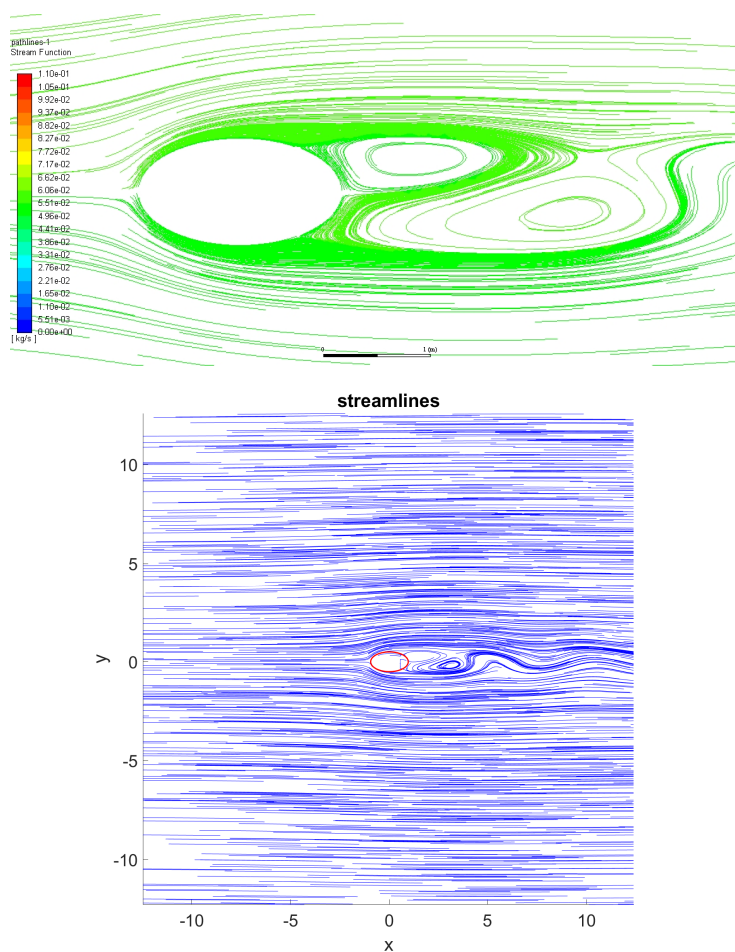
در بخش قبل عدد استروهاال برای گام زمانی‌های متفاوت محاسبه شد. برای گام زمانی $500s$ عدد استروهاال 0.12 محاسبه شد. از نتایج C. H. K. Williamson در رژیم جریان گذرا (three-dimensional vortex dynamics in the transition regime)، عدد استروهاال $St = 0.18$ بدست می‌آید [۳]. نحوه جدایش جریان به دور استوانه و ویژگی‌های wake ها نقش مهمی در تعیین فرکانس گردابه‌ها و در نهایت عدد استروهاال ایفا می‌کنند. استوانه با مقطع بیضی جدایش و دینامیک wake های متفاوتی نسبت به استوانه دایروی دارد که منجر به تفاوت در عدد استروهاال بین این دو هندسه می‌شود.



شکل ۳۴: نمودار عدد استروهاال برحسب عدد رینولدز در رژیم جریان گذرا

۲.۱۷ بررسی جدایش

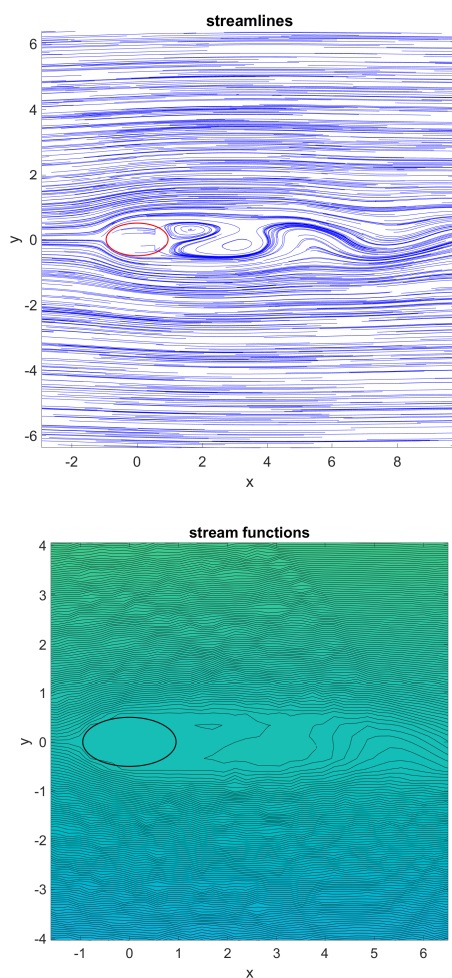
همانطور که سیال به دور بیضی جریان می‌یابد، در اطراف سطح منحنی، به خصوص نزدیک لبه جلویی، شتاب می‌گیرد. این شتاب، یک افت فشار در طول سطح ایجاد می‌کند. در رینولدزهای بالا ($Re > 50$)، افت فشار به اندازه کافی قوی می‌شود تا بر نیروهای لزجت غلبه کند و سیال را به عقب براند (reverse flow) و منجر به جدایش لایه مرزی شود. بنابراین انتظار داریم جدایش رخ دهد. شبیه‌سازی نیز این نتیجه را تایید می‌کند. با وجود اینکه خود بیضی متقارن است، جریان به دلیل جدایش زودتر در یک سمت، معمولاً متقارن نیست (تصویر زیر مربوط به یکی از لحظه‌های جریان است).



شکل ۳۵: خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 140$

۳.۱۷ خطوط جریان

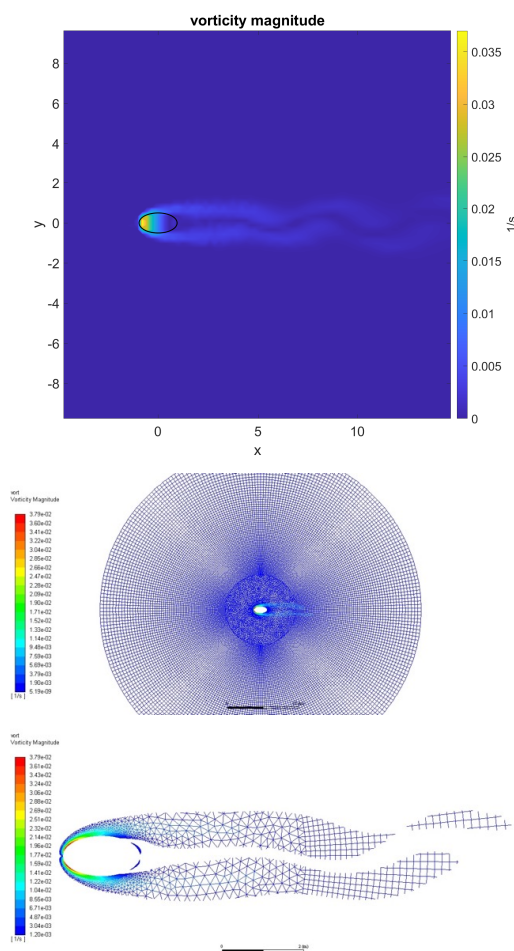
پس از جدایش، گردابه‌هایی (wake) شکل می‌گیرد. خطوط جریان بعد از جدا شدن از سطح به دور ناحیه جریان جدا شده و گردابه‌ها منحرف می‌شوند و الگویی متناوب از رشد و زوال گردابه‌ها ایجاد می‌کنند که به مسیر گردابه‌ای کارمن فون معروف است.



شکل ۳۶: خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 140$

۴.۱۷ ورتیسیتی

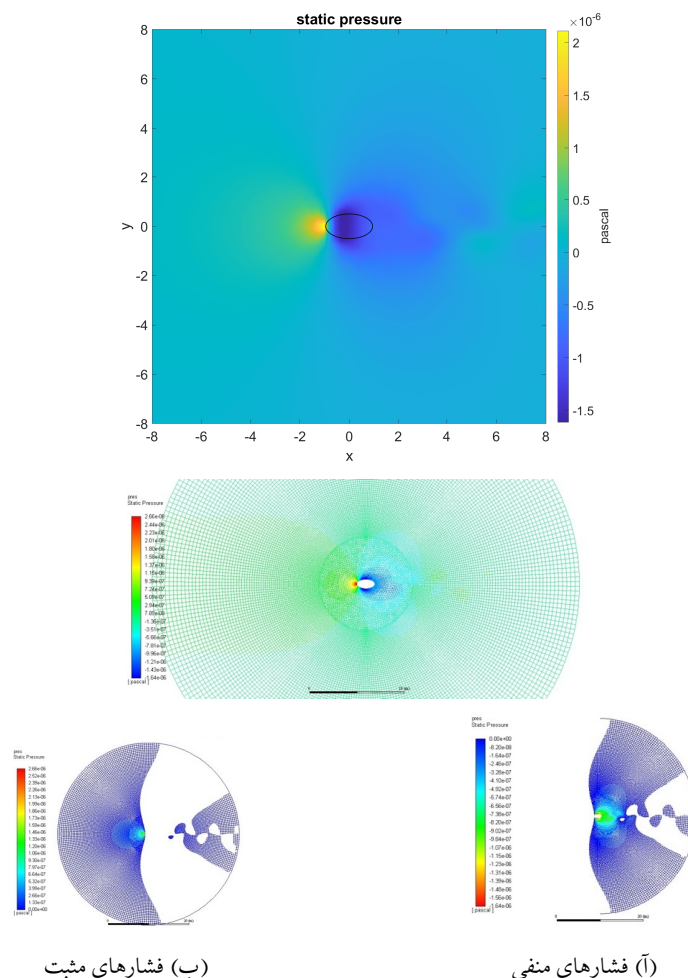
همانطور که در شکل مشاهده می‌شود در نزدیکی جسم بدلیل تشکیل لایه مرزی، قدرت گردابه غیر صفر است. اما دورتر از جسم، همانطور که جریان جدا می‌شود، چرخش شدیدی را تجربه می‌کند که منجر به مناطق متمرکز با گردابه بالا در نزدیکی نقاط جدایش می‌شود که در کانتور قابل مشاهده است. کانتور ورتیسیتی در پایین‌دست، نواحی جدایش، جریان‌های حلقوی (wake)، مناطق متناوب با گردابه بالا و پایین را نشان می‌دهد که مربوط به مسیر گردابه‌ای فون کارمن است. این گردابه‌ها به صورت الگوهای چرخان در کانتور ظاهر می‌شوند و با دور شدن از بیضی، مقدار گردابه آنها کاهش می‌یابد.



شکل ۳۷: ورتیسیتی برای هندسه بیضوی و $Re = 140$

۵.۱۷ فشار استاتیک

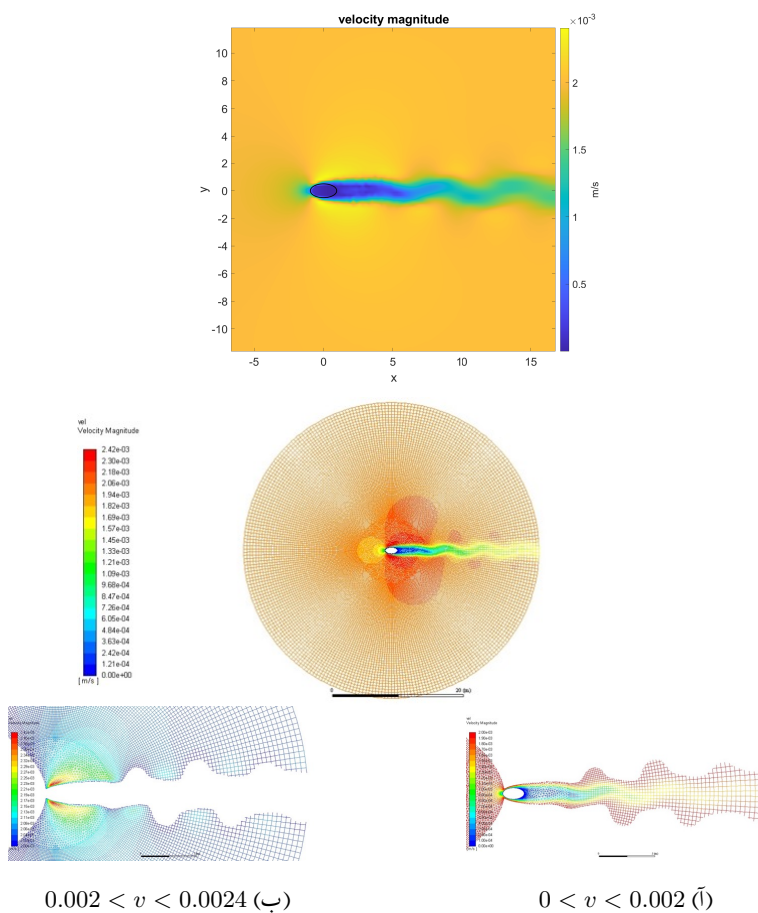
در لبه جلویی بیضی، جایی که جریان متوقف می شود، فشار استاتیک به بالاترین مقدار خود می رسد و نقطه استگنیشن مشاهده می شود. در اطراف بیضی، همانطور که سیال به دور سطح منحنی شتاب می گیرد، فشار استاتیک کاهش می یابد و مناطق با فشار پایین در کناره ها ایجاد می شود. در پایین دست سرعت جریان در پشت کاهش می یابد و منجر به بازیابی تدریجی فشار استاتیک می شود. این بازیابی ممکن است به سطح بالادست نرسد، که نشان دهنده اتلاف انرژی به دلیل آشفتگی است. افزایش و کاهش فشار استاتیک به صورت متناوب، مسیر گردابه ای فون کارمن را نشان می دهند.



شکل ۳۸: فشار استاتیک برای هندسه بیضوی و $Re = 140$

۶.۱۷ سرعت

در لبه جلویی، جریان متوقف می شود و منجر به ناحیه‌ای با سرعت بسیار کم (نقطه استگنیشن) می شود. همانطور که سیال به دور سطح منحنی جریان می یابد، شتاب می گیرد و مناطق با سرعت بالا را در کناره ها ایجاد می کند. نزدیک به نواحی جدایش در هر دو طرف، سرعت به طور ناگهانی کاهش می یابد زیرا سیال از سطح جدا شده و جریان‌های چرخشی تشکیل شده است. در پایین دست جدایش، ناحیه جریان حلقوی (wake)، مناطق متناوب با سرعت بالا و پایین را نشان می دهد که مربوط به مسیر گردابه‌ای فون کارمن است. این مناطق به صورت الگوهای کشیده و چرخان در کانتور ظاهر می شوند، با قله‌های سرعت که نمایانگر هسته‌های گردابه هستند.

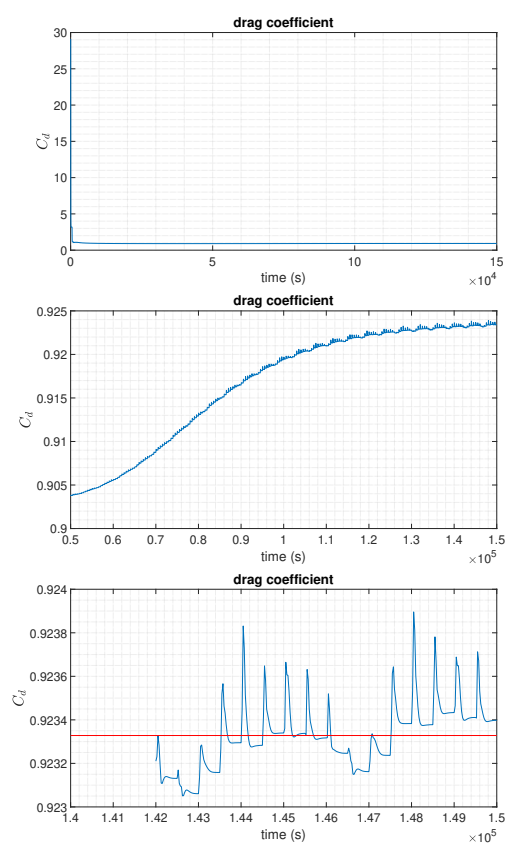


شکل ۳۹: سرعت برای هندسه بیضی و $Re = 140$

۷.۱۷ ضریب درگ

همچنانکه که نمودار نشان می‌دهد، در ابتدا نوسانات شدیدی وجود دارد. ضریب درگ به صورت تکه‌های نوسانی و صعودی درمی‌آید و کاملاً نوسانی نمی‌شود. در انتهای بازه زمانی دو تکه نوسانی نمودار ضریب درگ جدا شده است و ضریب درگ میانگین در این قسمت تقریباً 0.92 است. این مقدار از بخش‌های قبلی (رینولدزهای کوچکتر) کمتر است.

$$C_D = 0.9233$$



شکل ۴۰: ضریب درگ برای هندسه بیضوی و $Re = 140$

بخش پنجم

جریان گذرا و پایا حول استوانه با مقطع بیضی و

$$Re = 900$$

۱۸ مدل سازی و شبکه بندی

۱.۱۸ فرضیات

۱. جریان پایا و گذرا است و استوانه در سیال هوا بررسی شده است.

۲. سطح مقطع استوانه یک بیضی افقی با $a = 1$ و $b = 1.9$ است.

۳. استوانه بسیار بلند در نظر گرفته و شبیه سازی دوبعدی انجام شده است.

تحلیل جریان در $Re = 900$ مدنظر است. سرعت جریان ورودی در $Re = 900$ تقریباً برابر با $0.0136m/s$ می باشد.

$$\text{for air at } 20^{\circ}C \rightarrow \nu = 1.51 \times 10^{-5} m^2/s$$

$$Re = \frac{DU}{\nu} \rightarrow 900 = \frac{1 \times U}{1.51 \times 10^{-5}} \Rightarrow U \simeq 13.6 \times 10^{-3} m/s$$

برای محاسبه گام زمانی از رابطه استروهل استفاده می شود. گام زمانی از محاسبات زیر $5000s$ بدست می آید. برای بررسی استقلال نتایج از گام زمانی، $500s$ و $50s$ بررسی می شود. در ارائه نتایج شبیه سازی، گام زمانی $50s$ قرار داده شده است.

$$\text{for flow over cylinder} \rightarrow St = O(10^{-1})$$

$$St = \frac{fD}{U} \rightarrow 0.1 = \frac{f \times 1}{0.002}$$

$$f = 0.001632Hz \rightarrow t \sim 600s$$

۲.۱۸ هندسه، مش و استقلال از شبکه

هندسه (زیربخش ۲.۷)، شبکه بندی (زیربخش ۱.۸) و استقلال شبکه (بخش ۲.۸) مانند قبل است.

۱۹ شبیه‌سازی

برای بدست آوردن ضریب درگ و نمودارها از مش منتخب، از بخش FLUENT استفاده می‌شود. جزئیات روش حل معادلات در جدول زیر قابل مشاهده است.

General	
solver type	pressure-based
velocity formulation	absolute
time	transient
models	
viscous	laminar
boundary conditions	
inlet velocity (m/s)	13.6E-03
method	
pressure-velocity coupling	coupled
gradient	least squares cell based
pressure	second order
momentum	second order upwind
time	
time stepping method	fixed
time step size (s)	50
num of time steps	300
max iter/time step	20

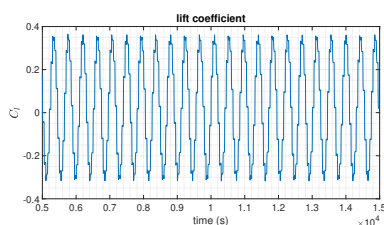
۲۰ استقلال از گام زمانی

نتایج بررسی عدد استروهاال در گام زمانی‌های مختلف در جدول زیر خلاصه شده است. گام زمانی $500s$ شبیه‌سازی توانایی ضبط فرکانس‌ها و نوسانات جریان را ندارد. گام زمانی $50s$ هم نوسانات و تشکیل گردابه‌ها را ضبط می‌کند و هم به پایداری می‌رسد و به همین دلیل در ادامه گزارش این گام زمانی بررسی می‌شود.

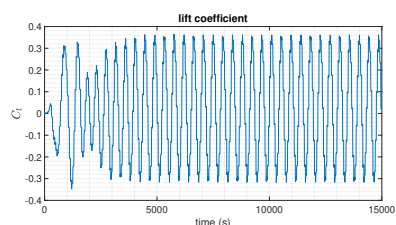
جدول ۲: استقلال از گام زمانی

time step	number of time step	max iter	freq	st
50	300	20	0.0023	1.15
500	200	20	0	0

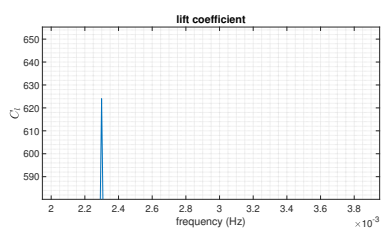
نمودارهای حاصل از هر حالت در ادامه قابل مشاهده است.



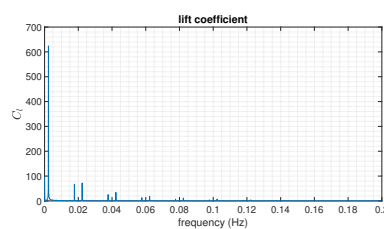
(ب) قسمت متناوب



(آ) کل زمان

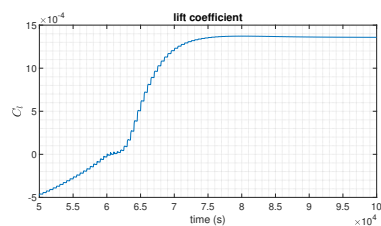


(د) مقدار فرکانس

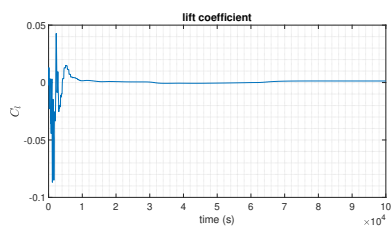


(ج) تبدیل فوریه (fft) نمودار (ب)

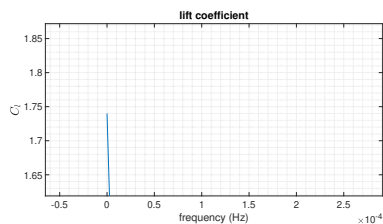
شکل ۴۱: فرکانس در گام زمانی $50s$



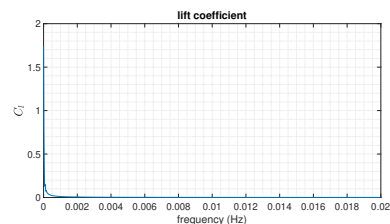
(ب) قسمت متناوب



(آ) کل زمان



(د) مقدار فرکانس



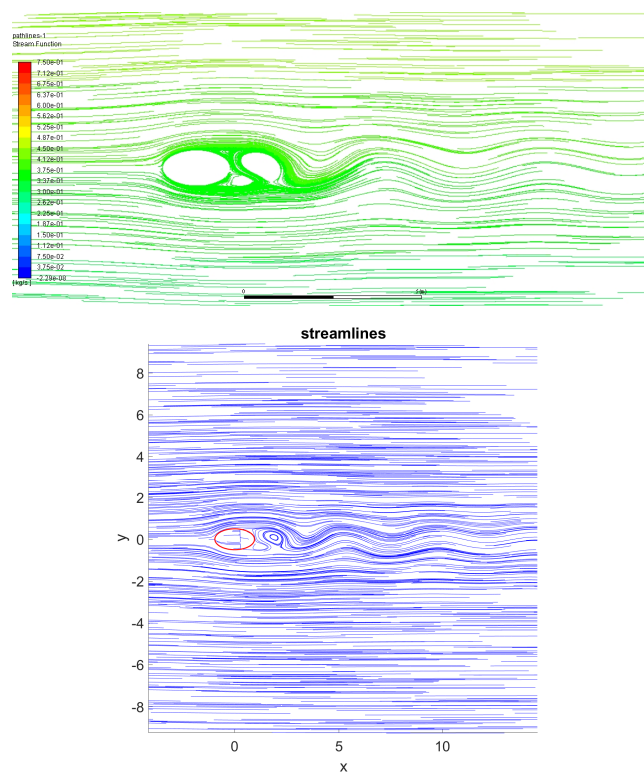
(ج) تبدیل فوریه (fft) نمودار (ب)

شکل ۴۲: فرکانس در گام زمانی $500s$

۲۱ نتایج

۱.۲۱ بررسی جدایش

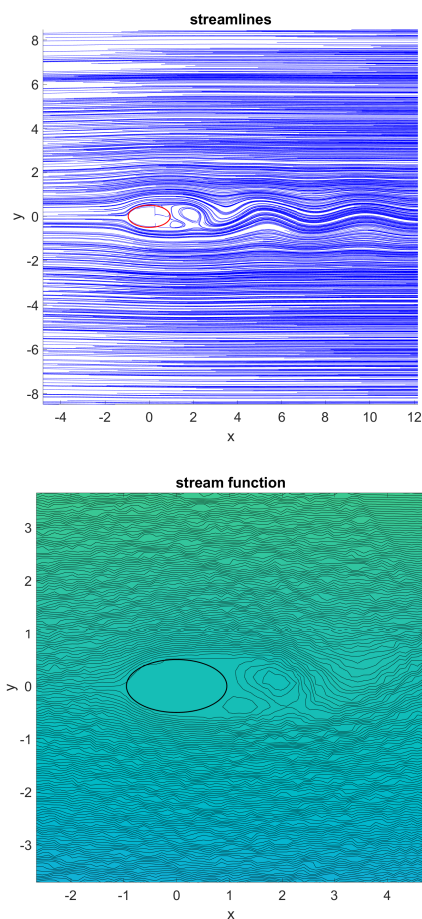
همانطور که سیال به دور بیضی جریان می‌یابد، در اطراف سطح منحنی، به خصوص نزدیک لبه جلویی، شتاب می‌گیرد. این شتاب، یک افت فشار در طول سطح ایجاد می‌کند. در رینولدزهای بالا ($Re > 50$)، افت فشار به اندازه کافی قوی می‌شود تا بر نیروهای لزجت غلبه کند و سیال را به عقب براند (reverse flow) و منجر به جدایش لایه مرزی شود. بنابراین انتظار داریم جدایش رخ دهد. شبیه‌سازی نیز این نتیجه را تایید می‌کند. با وجود اینکه خود بیضی متقارن است، جریان به دلیل جدایش زودتر در یک سمت، معمولاً متقارن نیست (تصویر زیر مربوط به یکی از لحظه‌های جریان است). نسبت به پروژه قبل نوسانات گردابه‌ها بیشتر است و سرعت و گردایان فشار بیشتری دارند. به علاوه زاویه جدایش افزایش یافته است (جدایش زودتر رخ می‌دهد).



شکل ۴۳: خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 900$

۲.۲۱ خطوط جریان

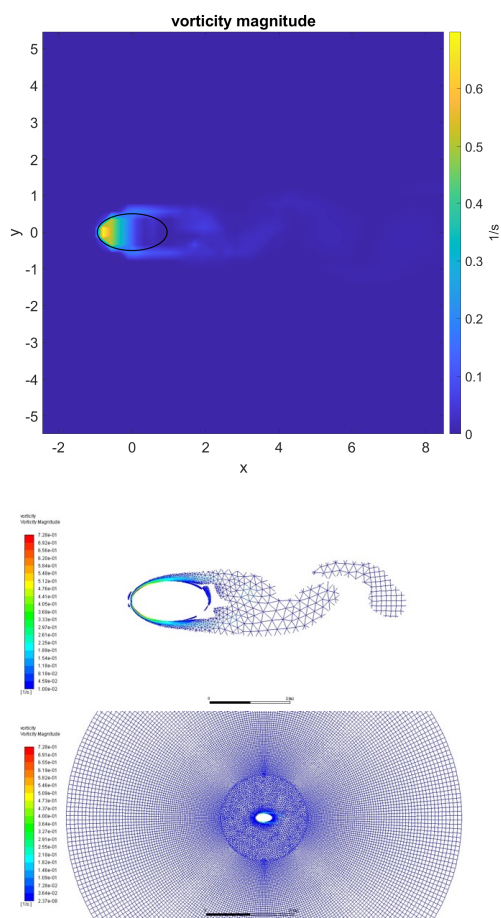
پس از جدایش، گردابه‌هایی (wake) شکل می‌گیرد. خطوط جریان بعد از جدا شدن از سطح به دور ناحیه جریان جدا شده و گردابه‌ها منحرف می‌شوند و الگویی متناوب از رشد و زوال گردابه‌ها ایجاد می‌کنند که همان مسیر گردابه‌ای کارمن فون است.



شکل ۴۴: خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 900$

۳.۲۱ ورتیسیتی

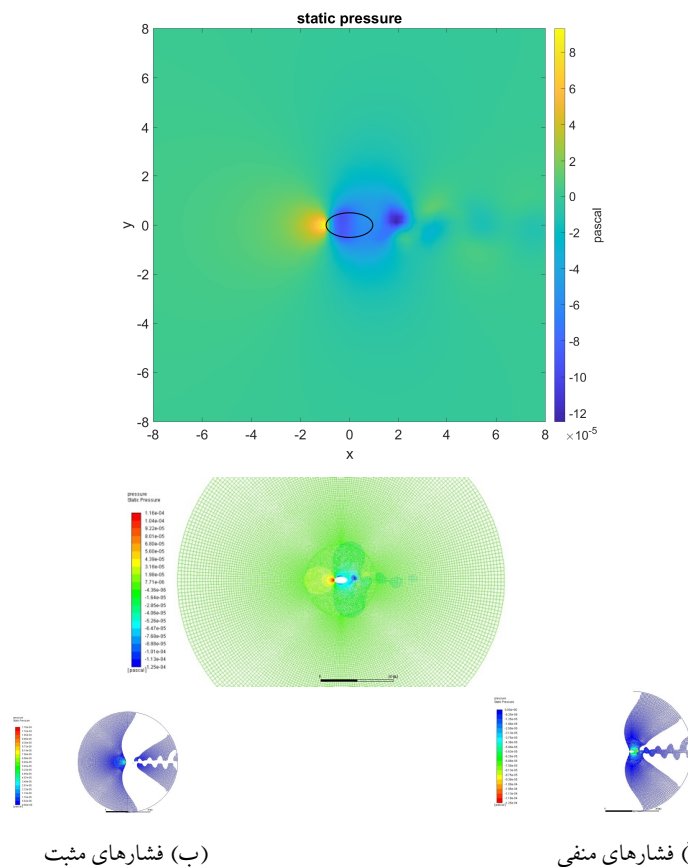
همانطور که در شکل مشاهده می‌شود در نزدیکی جسم بدلیل تشکیل لایه مرزی، قدرت گردابه غیر صفر است. اما دورتر از جسم، همانطور که جریان جدا می‌شود، چرخش شدیدی را تجربه می‌کند که منجر به مناطق متمرکز با گردابه بالا در نزدیکی نقاط جدایش می‌شود که در کانتور قابل مشاهده است. کانتور ورتیسیتی در پایین دست، مسیر گردابه‌ای فون کارمن را نشان می‌دهد. این گردابه‌ها به صورت الگوهای چرخان در کانتور ظاهر می‌شوند و با دور شدن از بیضی، مقدار ورتیسیتی آنها کاهش می‌یابد. در بخش قبلی ورتیسیتی از مرتبه $0.01 s^{-1}$ بود اما در اینجا اردر ورتیسیتی $0.1 s^{-1}$ است که نشان می‌دهد قدرت گردابه با افزایش عدد رینولدز افزایش یافته است.



شکل ۴۵: ورتیسیتی برای هندسه بیضی و $Re = 900$

۴.۲۱ فشار استاتیک

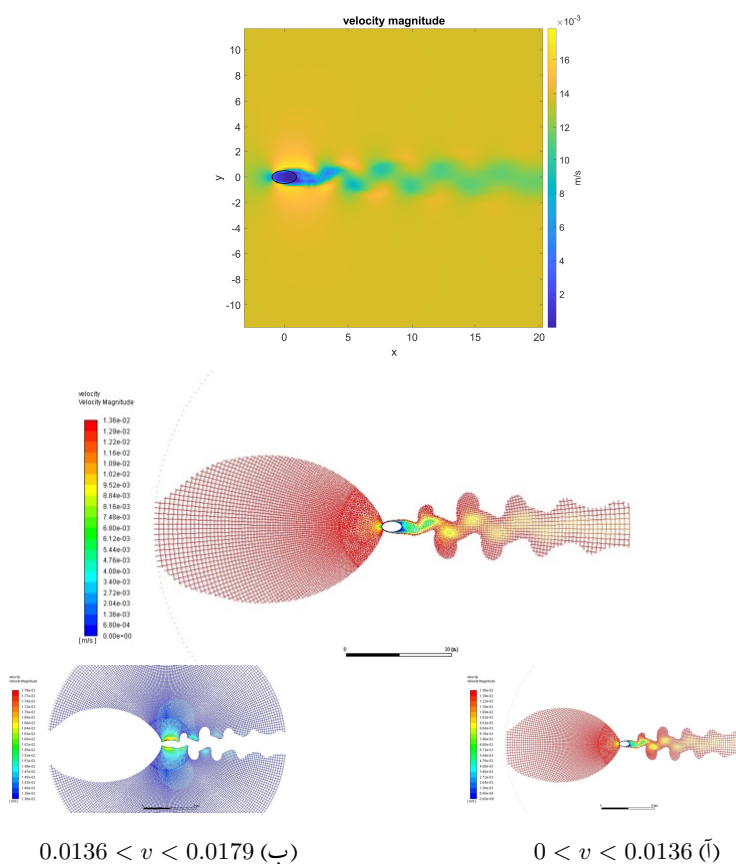
در لبه جلویی بیضی، جایی که جریان متوقف می شود، فشار استاتیک به بالاترین مقدار خود می رسد و نقطه استگنیشن مشاهده می شود. در اطراف بیضی، همانطور که سیال به دور سطح منحنی شتاب می گیرد، فشار استاتیک کاهش می یابد و مناطق با فشار پایین در کناره ها ایجاد می شود. در پایین دست سرعت جریان در پشت کاهش می یابد و منجر به بازیابی تدریجی فشار استاتیک می شود. این بازیابی ممکن است به سطح بالادست نرسد، که نشان دهنده اتلاف انرژی به دلیل آشفتگی است. افزایش و کاهش فشار استاتیک به صورت متناوب، مسیر گردابه ای فون کارمن را نشان می دهند. با دقت در کانتور فشار بخش قبل فشار گیج در مرکز گردابه ها از مرتبه 10^{-6} pa است اما در اینجا فشار گیج در مرکز گردابه ها حدود 10^{-4} pa است که نشان می دهد با افزایش رینولدز گردایان فشار شدت پیدا کرده است.



شکل ۴۶: فشار استاتیک برای هندسه بیضی و $Re = 900$

۵.۲۱ سرعت

در لبه جلویی، جریان متوقف می شود و منجر به ناحیه ای با سرعت بسیار کم (نقطه استگنیشن) می شود. همانطور که سیال به دور سطح منحنی جریان می یابد، شتاب می گیرد و مناطق با سرعت بالا را در کناره ها ایجاد می کند. نزدیک به نواحی جدایش در هر دو طرف، سرعت به طور ناگهانی کاهش می یابد زیرا سیال از سطح جدا شده و جریان های چرخشی تشکیل شده است. در پایین دست جدایش، مسیر گردابه ای فون کارمن قابل مشاهده است. نسبت به بخش قبل گردابه ها بهتر قابل مشاهده هستند و تعداد بیشتری دارند، چراکه تغییرات سرعت شدت یافته است.

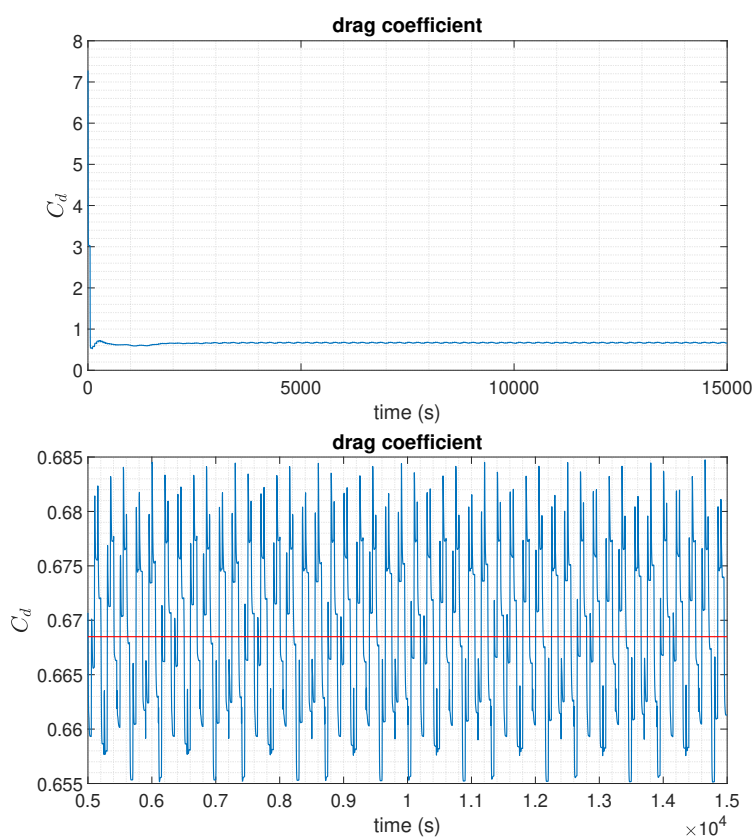


شکل ۴۷: سرعت برای هندسه بیضی و $Re = 900$

۶.۲۱ ضریب درگ

در ابتدا نوسانات شدیدی وجود دارد اما با پس از مدتی ضریب درگ به صورت نوسانی درمی‌آید که در نمودارها قابل مشاهده است ضریب درگ میانگین (خط قرمز در نمودار دوم) تقریباً 0.67 می‌باشد. این مقدار از بخش قبلی کمتر است.

$$C_D = 0.6685$$



شکل ۴۸: ضریب درگ برای هندسه بیضوی و $Re = 900$

بخش ششم

جریان آشفته و پایا حول استوانه با مقطع بیضی و

$$Re = 10^5$$

۲۲ مدل سازی و شبکه بندی

۱.۲۲ فرضیات

۱. جریان پایا و آشفته است و استوانه در سیال هوا بررسی شده است.

۲. سطح مقطع استوانه یک بیضی افقی با $a = 1$ و $b = 1.9$ است.

۳. استوانه بسیار بلند در نظر گرفته و شبیه سازی دوبعدی انجام شده است.

تحلیل جریان در $Re = 100000$ مدنظر است. عدد رینولدز در مقاله ای که برای صحت سنجی نتایج شبیه سازی استفاده می شود به صورت $Re = \frac{Uc}{\nu}$ تعریف شده است بنابراین برای محاسبه سرعت در این بخش از این رابطه استفاده شده است. سرعت جریان ورودی در $Re = 100000$ تقریباً برابر با 0.8 m/s می باشد.

$$\text{for air at } 20^\circ\text{C} \rightarrow \nu = 1.51 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$Re = \frac{Uc}{\nu} \rightarrow 10^5 = \frac{1.9 \times U}{1.51 \times 10^{-5}} \Rightarrow U \simeq 0.8 \text{ m/s}$$

۲۳ شبکه‌بندی

۱.۲۳ اندازه مش‌های نزدیک دیواره

هندسۀ مانند بخش‌های قبل است و در زیربخش ۲.۷ قابل مشاهده می‌باشد. در جریان آشفته مدلسازی نزدیک دیواره دارای اهمیت است. با توجه به اینکه نیروهای روی دیواره (خصوصاً نیروی درگ) مدنظر هستند برای مدلسازی دیواره از روش Resolving the Viscous Sublayer استفاده شده است.

برای استفاده از این مدل، باید از مدل‌های اغتشاش اعداد رینولدز-کم برای شبیه‌سازی استفاده و $Y+ = 1$ قرار داده شود. با این فرض فاصله اولین مش از سطح دیواره محاسبه می‌شود.^۱

$$\left. \begin{array}{l} U_{\infty} = 0.8 \text{ m/s} \\ \text{boundary layer len.} = 1.9 \text{ m} \\ Y+ = 1.0 \end{array} \right\} Re = 10^5, \text{ wall distance} \simeq 3.5 \times 10^{-4} \text{ m}$$

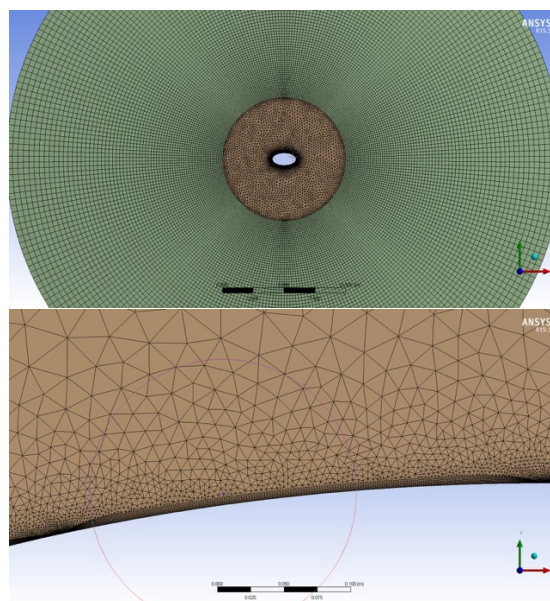
برای حفظ این فاصله، در قسمت inflection از گزینه First Layer Thickness استفاده شده است.

^۱<https://www.cfd-online.com/Tools/yplus.php>

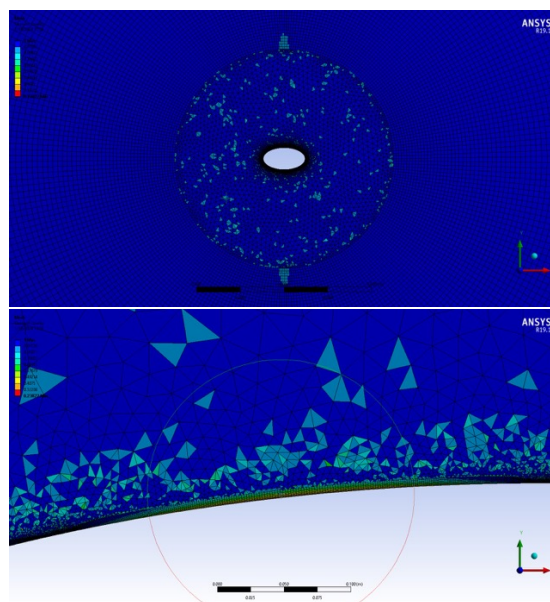
۲.۲۳ مش

مش‌بندی به صورت هیبرید انجام شده است. مشخصات مش‌بندی برای دایره داخلی و بیرونی در جدول زیر قابل ملاحظه است.

global	mesh	
	element size	0.2
inner	inflection	
	inflection option	First Layer Thickness
	first layer height	3.5×10^{-4}
	num. of layers	10
	growth rate	1.1
	ellipse edge sizing	
	Element size	3.5×10^{-5}
	inner method (pinch)	
	method	triangle
outer	split edge sizing	
	number of divisions	70
	bias	4
both	face meshing	
	mapped mesh	yes
	method	Quadrilateral



شکل ۴۹: شبکه‌بندی محاسبات هندسه بیضوی با $Re = 10^5$



شکل ۵۰: کیفیت مش محاسبات هندسه بیضوی با $Re = 10^5$

۲۴ شبیه‌سازی

سه رویکرد برای مدل‌سازی جریان آشفته وجود دارد: DNS و LES و RANS. دو مورد اول دقیق‌تر هستند اما هزینه محاسباتی بالایی دارند. رویکرد RANS روش اصلی برای اهداف مهندسی است چراکه دقت مناسب و هزینه محاسباتی معقولی دارد. این رویکرد بررسی جریان به دو دسته EVM و RSM تقسیم می‌شود. مدل‌های RSM برای جریان‌های پیچیده‌تر مناسب هستند و هزینه محاسباتی بیشتر و مش ریزتری نسبت به مدل‌های EVM دارند.

در هندسه مدنظر چرخش بسیار بالا نیست و فرض همسانگردی جریان معتبر است. بنابراین با درنظر گرفتن محدودیت‌های مدل EVM از این مدل‌سازی استفاده می‌شود. با توجه به توضیحات زیربخش ۱۰.۲۳، از میان مدل‌های EVM، مدل SST $k-\omega$ برای شبیه‌سازی استفاده شده است. جزئیات روش حل معادلات در FLUENT، در جدول زیر قابل مشاهده است.

General	
solver type	pressure-based
velocity formulation	absolute
time	steady
models	
viscous	k-omega
k-omega model	SST
boundary conditions	
inlet velocity (m/s)	0.8
method	
pressure-velocity coupling	coupled
gradient	least squares cell based
pressure	second order
momentum	second order upwind
iteration	
iteration	200

۲۵ نتایج

۱.۲۵ مقایسه ضریب درگ با مقدار تجربی

از نتایج شبیه‌سازی ضریب درگ برای بیضی با thickness=53% cord برابر با $C_d = 0.1586$ می‌شود.

$$\mathcal{D} = 0.1160689$$

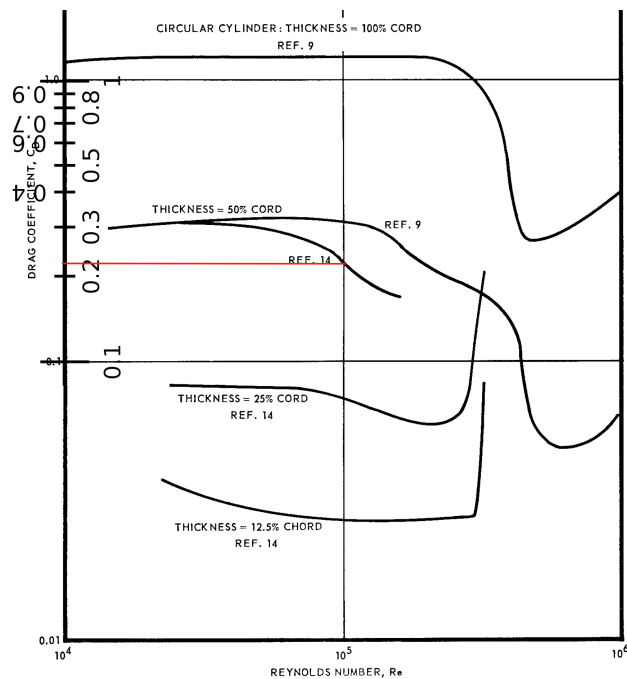
$$\mathcal{D} = C_D \frac{A_L \rho v^2}{2}$$

$$\rightarrow C_D = \mathcal{D} \frac{2}{A_L \rho v^2}$$

$$\rightarrow C_D = 0.116 \frac{2}{(1.9 \times 1) \times 1.204 \times 0.8^2}$$

$$\Rightarrow C_D = \mathbf{0.1586}$$

طبق آزمایش تجربی ضریب درگ برای بیضی با thickness=50% cord برابر با $C_d = 0.22$ است [۴].
(کنار محور عمودی خط‌کش با اسکال لگاریتمی قرار داده شده است).



شکل ۵۱: ضریب درگ تجربی برای هندسه بیضوی و $Re = 10^5$

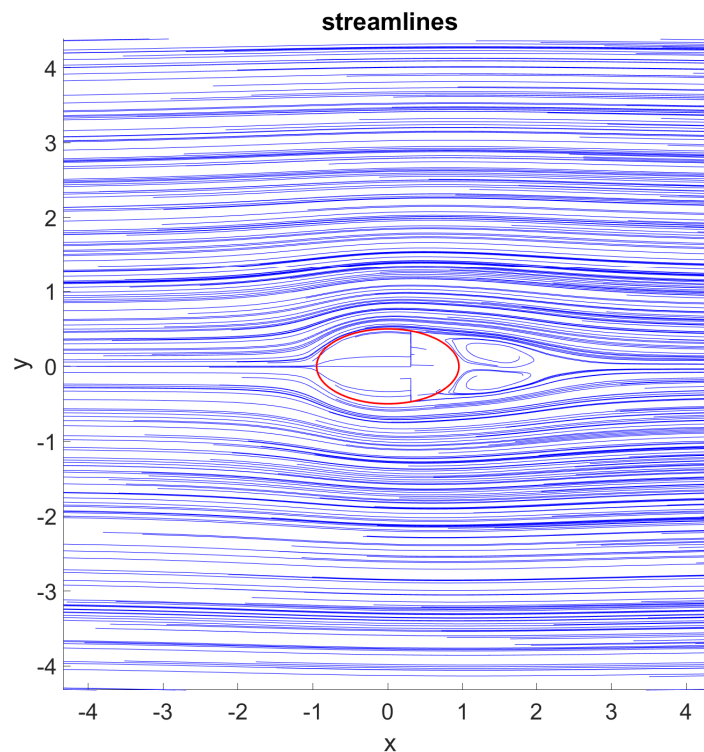
از طرفی ضخامت نمونه مورد بررسی به ضخامت بیضی آزمایش شده نزدیک است (۵ درصد تفاوت). با این وجود ضریب درگ برای استوانه دایروی $C_d = 1.3$ است و اگر درونیایی کنیم مقدار ضریب درگ برای بیضی مورد بررسی برابر با $C_d = 0.28$ است. دقت اینکار بسیار پایین است چراکه ضریب درگ استوانه دایروی از مرجع ۹ این مقاله و ضریب درگ برای استوانه بیضوی از مرجع ۱۴ آن قرار داده شده است. با این توضیح ضریب درگ حاصل از شبیه سازی با همان ضریب درگ بیضی $thickness=50\%$ cord مرجع ۱۴ مقایسه می شود.

$$error = \frac{C_{d_{empirical}} - C_{d_{simulation}}}{C_{d_{empirical}}} = \frac{0.22 - 0.1586}{0.22} = 0.279 \rightarrow \underline{\underline{27.9\%}}$$

خطای کمتر از ۳۰ درصد نسبت به آزمایش برای شبیه سازی مطلوب است، هرچند مدلسازی های دقیق تر (مانند DNS, LES یا مدل های دقیق تر RANS) می توانند نتایج بهتری ارائه دهند. همچنین ریزتر کردن مش می تواند نتیجه را به آزمایش نزدیک کند.

۲.۲۵ بررسی جدایش

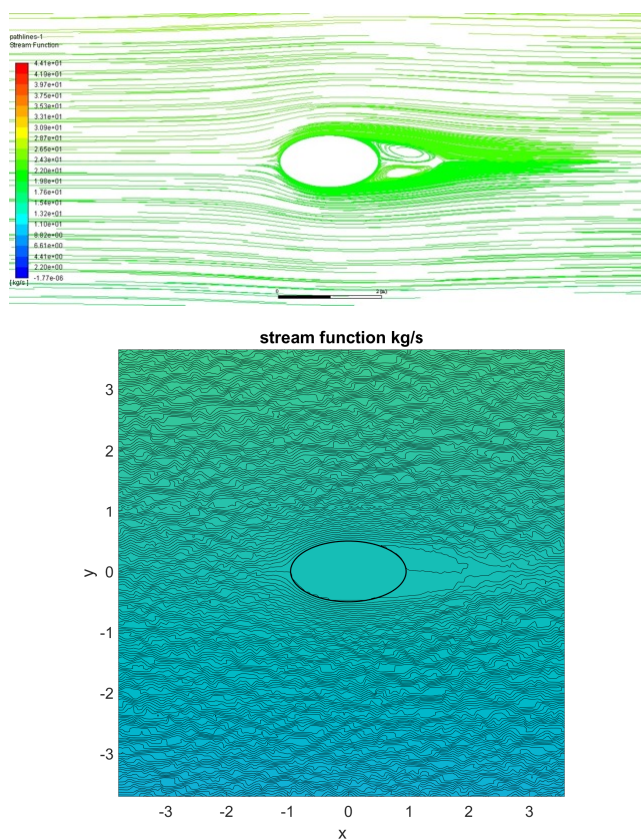
سیال اطراف سطح منحنی، به خصوص نزدیک لبه جلویی، شتاب می‌گیرد که باعث می‌شود یک افت فشار در طول سطح ایجاد شود. در رینولدزهای بالا ($Re > 50$)، افت فشار به اندازه کافی قوی می‌شود تا بر نیروهای لزجت غلبه کند و سیال را به عقب براند (reverse flow) و منجر به جدایش لایه مرزی شود. بنابراین انتظار داریم جدایش رخ دهد. شبیه‌سازی نیز این نتیجه را تایید می‌کند. زاویه جدایش نسبت به حالت گذرا کاهش یافته است. علت کاهش این است که در این رینولدز لایه مرزی آشفته ایجاد می‌شود که در مقایسه با لایه مرزی آرام می‌تواند بیشتر در مقابل جریان بازگشتی حرکت کند و از سطح دیرتر جدا شود.



شکل ۵۲: خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 10^5$

۳.۲۵ خطوط جریان

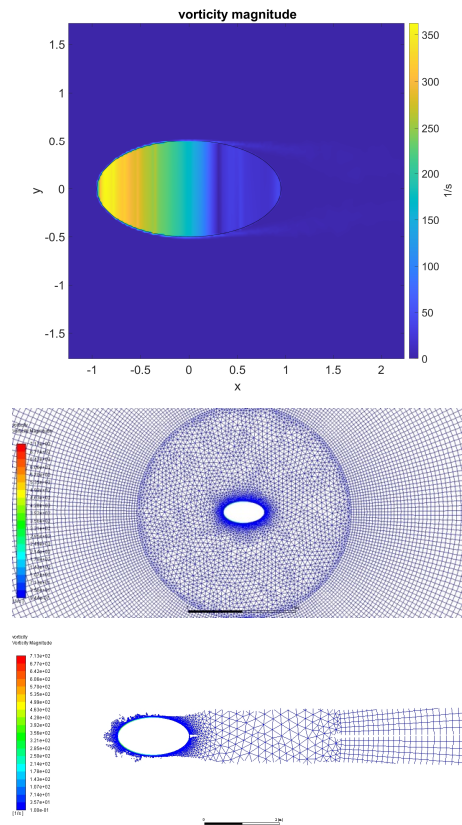
همانطور که گفته شد، تصویر خطوط جریان، نشان می‌دهد که جدایش رخ می‌دهد. پشت جسم wake های کوچک و تقریباً متقارن به وجود می‌آید. بدلیل اینکه رفتار جریان در حالت پایا حل شده است و نتایج در اولین لحظه آورده شده است، نمی‌توان ثابت بودن گردابه‌های پشت بیضی را بررسی کرد اما انتظار داریم مسیرهای گردابه‌ای شکل بگیرد و گردابه‌ها ثابت نمانند.



شکل ۵۳: خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 10^5$

۴.۲۵ ورتیسیتی

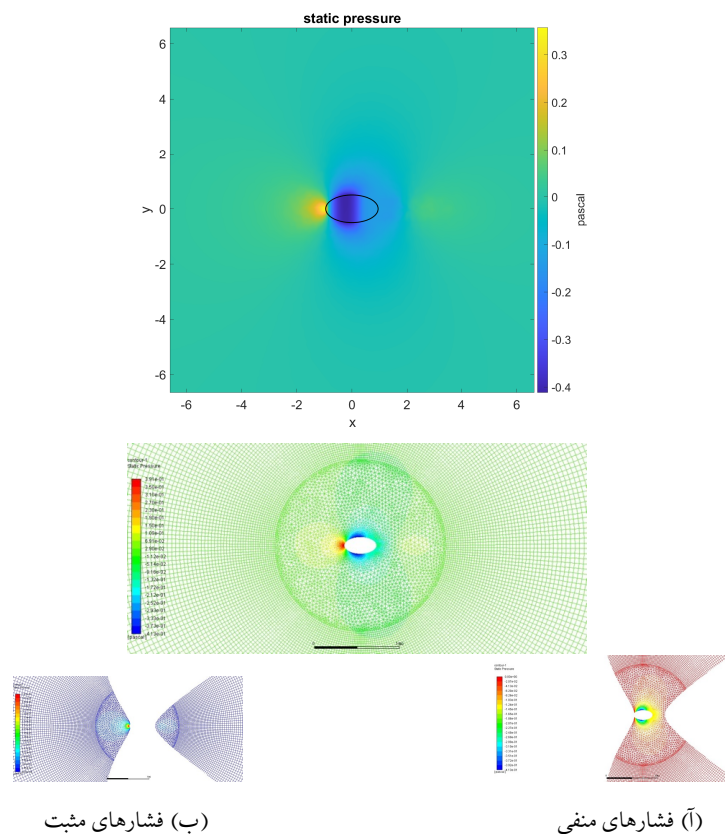
همانطور که در شکل مشاهده می‌شود در نزدیکی جسم بدلیل تشکیل لایه مرزی، ورتیسسته بسیار بالا است. همانطور که جریان جدا می‌شود، چرخشی تجربه می‌کند که منجر به مناطقی با گردابه بالا در نزدیکی نقاط جدایش می‌شود که در کانتور قابل مشاهده است. دورتر از دیواره ورتیسسته تقریباً صفر است. هرچند انتظار داریم اطراف دیواره هم ورتیسسته زیاد باشد اما بدلیل روش شبیه‌سازی، گردابه‌های کوچک در مسیر جریان حل نشده‌اند و ورتیسسته اطراف بیضی تقریباً صفر است. در کناره‌های دیواره بدلیل شتاب گرفتن سیال (که سرعت ورود بالایی دارد) و چرخش آن، ورتیسسته بسیار زیاد و از مرتبه $\mathcal{O}(100s^{-1})$ است (در مقابل $\mathcal{O}(0.1s^{-1})$ در بخش قبل). افزایش ورتیسسته علاوه بر افزایش سرعت جریان ورودی (در این بخش $\mathcal{O}(0.1m/s)$ در مقابل $\mathcal{O}(0.01m/s)$ در بخش قبل) بدلیل تغییر شکل جریان به آشفته هم هست.



شکل ۵۴: ورتیسیتی برای هندسه بیضوی و $Re = 10^5$

۵.۲۵ فشار استاتیک

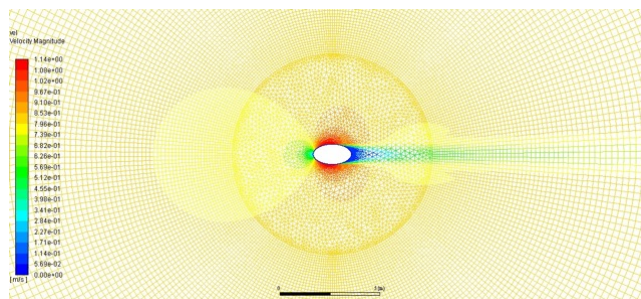
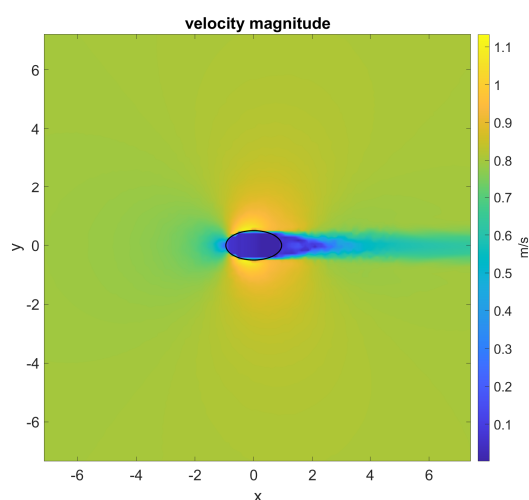
در جلوی بیضی، جایی که جریان متوقف می‌شود، فشار استاتیک به بالاترین مقدار خود می‌رسد و نقطه استگنیشن مشاهده می‌شود. در اطراف بیضی، همانطور که سیال به دور سطح منحنی شتاب می‌گیرد، فشار استاتیک کاهش می‌یابد و مناطق با فشار پایین در کناره‌ها ایجاد می‌شود. در پایین دست سرعت جریان در پشت کاهش می‌یابد و منجر به بازیابی تدریجی فشار استاتیک می‌شود. این بازیابی ممکن است به سطح بالادست نرسد، که نشان دهنده اتلاف انرژی به دلیل آشفتگی است. اختلاف پایین‌ترین و بالاترین فشار از مرتبه $\mathcal{O}(0.1pa)$ است که نسبت به $\mathcal{O}(10^{-4}pa)$ در بخش قبل بسیار بیشتر است.



شکل ۵۵: فشار استاتیک برای هندسه بیضوی و $Re = 10^5$

۶.۲۵ سرعت

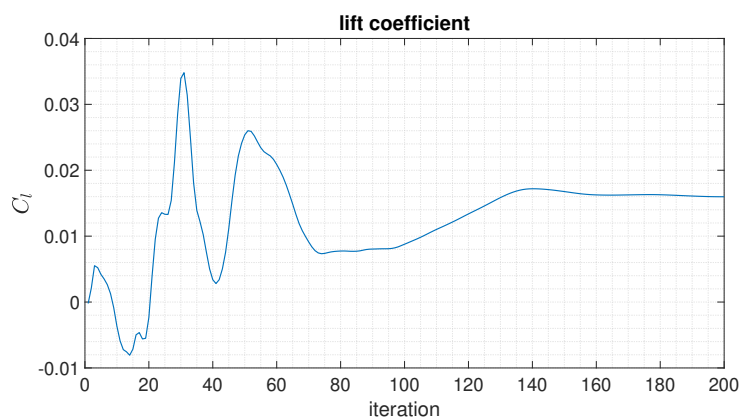
در لبه جلویی، جریان متوقف می‌شود و منجر به ناحیه‌ای با سرعت بسیار کم (نقطه استگنیشن) می‌شود. همانطور که سیال به دور سطح منحنی جریان می‌یابد، شتاب می‌گیرد و مناطق با سرعت بالا را در کناره‌ها ایجاد می‌کند. نزدیک به نواحی جدایش در هر دو طرف، سرعت به طور ناگهانی کاهش می‌یابد زیرا سیال از سطح جدا شده و جریان‌های چرخشی تشکیل شده است. با توجه به اینکه سرعت سیال افزایش یافته، کانتور سرعت نیز سرعت‌های بالاتری نسبت به بخش قبلی نشان می‌دهد.



شکل ۵۶: سرعت برای هندسه بیضی و $Re = 10^5$

۷.۲۵ ضریب لیفت

همچنانکه که نمودار نشان می‌دهد، با افزایش تعداد تکرارها ضریب لیفت C_l به مقداری ثابت می‌رسد. با توجه به اینکه جریان آشفته است تشکیل گردابه‌ها در دو طرف کاملاً مشابه نیست به همین دلیل ضریب لیفت به صفر همگرا نشده است.



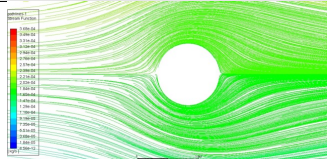
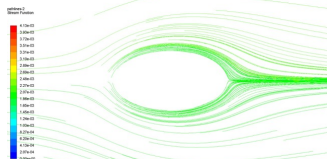
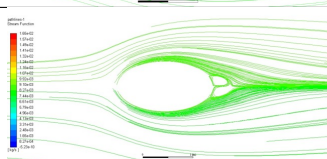
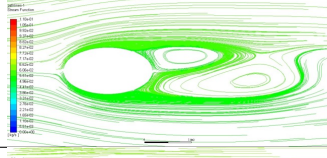
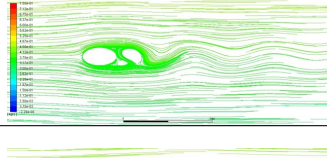
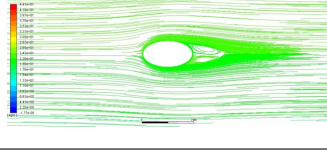
شکل ۵۷: ضریب لیفت خطوط جریان برای هندسه بیضوی و $Re = 10^5$

بخش هفتم

جمع‌بندی امتیازی

۲۶ بررسی رژیم جریان

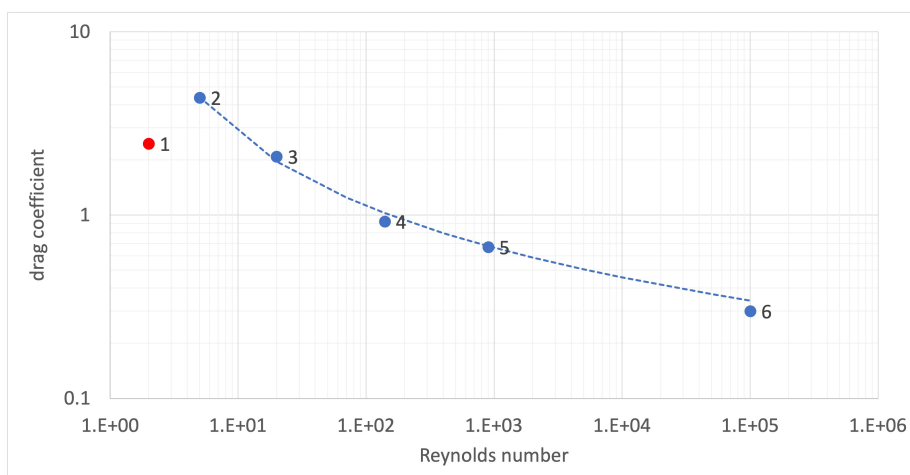
در جدول زیر رژیم جریان در شش بخش پروژه (به ترتیب) آورده شده است.

figure	Reynolds	Regime
	$Re = 2$	Regime of unseparated flow over circle
	$Re = 5$	Regime of unseparated flow over ellipse
	$Re = 20$	A fixed pair of vortices in wake
	$Re = 140$	Vortex street is laminar
	$Re = 900$	Vortex street is laminar
	$Re = 10^5$	Laminar boundary layer has undergone turbulent transition and wake is narrower and disorganized

۲۷ بررسی ضریب درگ

جدول و نمودار ضریب درگ در اعداد رینولدز بررسی شده، به صورت زیر می‌باشد.

	Re	C_d
1	$Re = 2$	$C_d = 2.4527$
2	$Re = 5$	$C_d = 4.362$
3	$Re = 20$	$C_d = 2.0876$
4	$Re = 140$	$C_d = 0.9233$
5	$Re = 900$	$C_d = 0.6685$
6	$Re = 10^5$	$C_d = 0.2994$



شکل ۵۸: ضریب درگ بر حسب رینولدز (نقاط آبی مربوط به استوانه بیضوی و نقطه قرمز مربوط به استوانه دایروی است. لیبیل‌ها بر اساس شماره بخش هستند. محورها لگاریتمی هستند.)

با توجه به اینکه تعداد رینولدزهای کمی بررسی شده‌اند و نیز طبیعت جریان ممکن است در رینولدزهای خاصی تغییرات ناگهانی داشته باشد (مانند آنچه در نمودار مشابهی برای پروفیل دایروی در $Re = 5 \times 10^5$ مشاهده می‌شود که ضریب درگ ناگهان افت می‌کند)، درویابی بین نقاط معنای فیزیکی ندارد و صرفاً برای نشان دادن کاهش ضریب درگ با افزایش عدد رینولدز آورده شده است.

تفاوت ضریب درگ دایره و بیضی در رینولدز پایین

در رینولدزهای پایین، جریان آرام است و نیروی درگ عمدتاً ناشی از درگ اصطکاکی است. با توجه به اینکه مساحت موازی با جریان بیضی از دایره بیشتر است، ضریب درگ بیضی از دایره بیشتر است. سطح موازی با جریان، سطحی از پروفیل را نشان می‌دهد که جریان از روی استوانه می‌گذرد و با آن در تماس است.

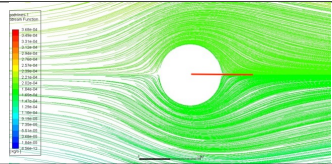
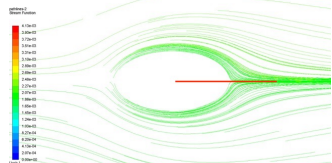
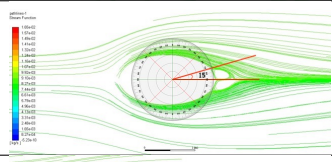
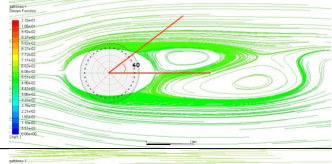
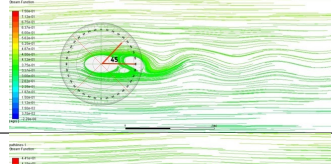
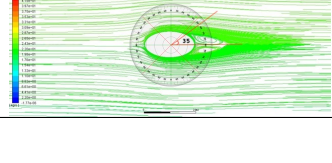
کاهش ضریب درگ بیضی با افزایش رینولدز

در $Re = 5$ و رینولدزهای پایین، نیروهای لزجت تأثیر بیشتری بر ضریب درگ دارند و در نتیجه درگ اصطکاکی غالب است. با افزایش رینولدز و در $5 < Re < 50$ ، جدایش کم است و wakeها متقارن و چسبیده‌اند. در این حالت ضریب درگ اصطکاکی و فشاری هم مرتبه هستند. در $10^5 < Re < 50$ درگ فشاری غالب است.

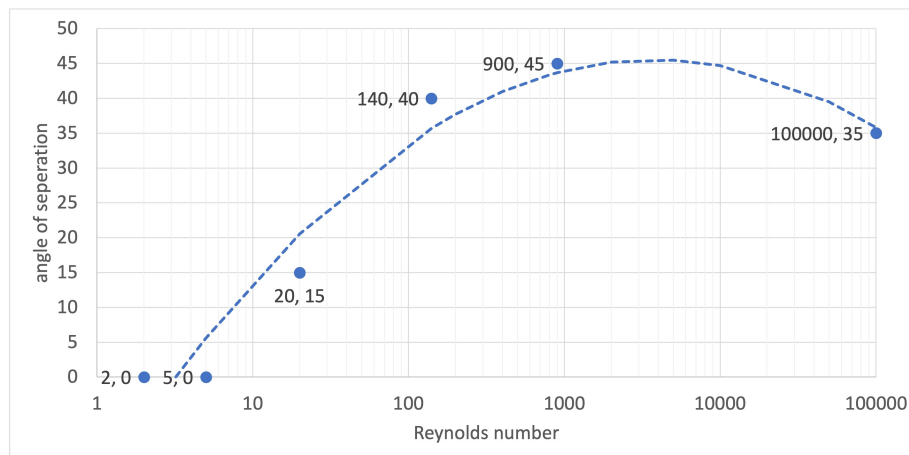
از طرفی مقدار نیروی لزجت وارده به پروفیل از نیرویی که در اثر گرادیان فشار به آن وارد می‌شود بیشتر است. بنابراین اگر در شرایطی، اثر درگ اصطکاکی بیشتر باشد، درگ کل هم بیشتر خواهد بود. با کاهش وابستگی ضریب درگ به ضریب درگ اصطکاکی، ضریب درگ کل هم کاهش می‌یابد. در جریان مغشوش ضریب درگ کاهش قابل ملاحظه‌ای دارد. علت کاهش این است که در این رینولدز لایه مرزی آشفته ایجاد می‌شود که در مقایسه با لایه مرزی آرام می‌تواند بیشتر در مقابل جریان بازگشتی حرکت کند و از سطح دیرتر جدا شود. این منجر به wake های کوچکتر و کاهش ضریب درگ فشاری می‌شود. در نتیجه ضریب درگ نسبت به بخش قبل کاهش می‌یابد.

۲۸ بررسی زاویه جدایش

زاویه جدایش جریان در هر یک از پروژه‌ها در جدول زیر خلاصه می‌شود.

figure	Reynolds	Seperation angle
	$Re = 2$	0°
	$Re = 5$	0°
	$Re = 20$	15°
	$Re = 140$	40°
	$Re = 900$	45°
	$Re = 10^5$	35°

نمودار زیر از اطلاعات جدول بالا رسم می‌شود.



شکل ۵۹: زاویه جدایش بر حسب رینولدز (لیبل‌ها بر اساس شماره بخش هستند. محور افقی لگاریتمی است).

در رینولدزهای پایین جریان خزشی است و جدایش رخ نمی‌دهد. نیمه دوم بیضی شبیه به دیفیوزر عمل می‌کند. با افزایش رینولدز و در نتیجه افزایش سرعت جریان آزاد، در اطراف بیضی گردان فشار نامساعد تقویت می‌شود تا جایی که مومنتوم اولیه سیال توانایی غلبه بر گردان فشار نامساعد را ندارد و جریان بازگشتی (back/reverse flow) ایجاد می‌شود. با تشکیل جریان بازگشتی، جدایش رخ می‌دهد. هر چه گردان فشار نامساعد قوی‌تر باشد جدایش زودتر اتفاق می‌افتد. با افزایش سرعت سیال، افت فشار بیشتر می‌شود و گردان فشار نامساعد افزایش می‌یابد و در نتیجه جدایش زودتر رخ می‌دهد و زاویه جدایش افزایش می‌یابد. اما هنگامی که جریان مغشوش می‌شود لایه مرزی آشفته ایجاد می‌شود که در مقایسه با لایه مرزی آرام بیشتر در مقابل جریان بازگشتی حرکت می‌کند و از سطح دیرتر جدا شود و در نتیجه زاویه جدایش پس از آشفته شدن جریان کمی کاهش می‌یابد.

۲۹ رینولدزهای بحرانی

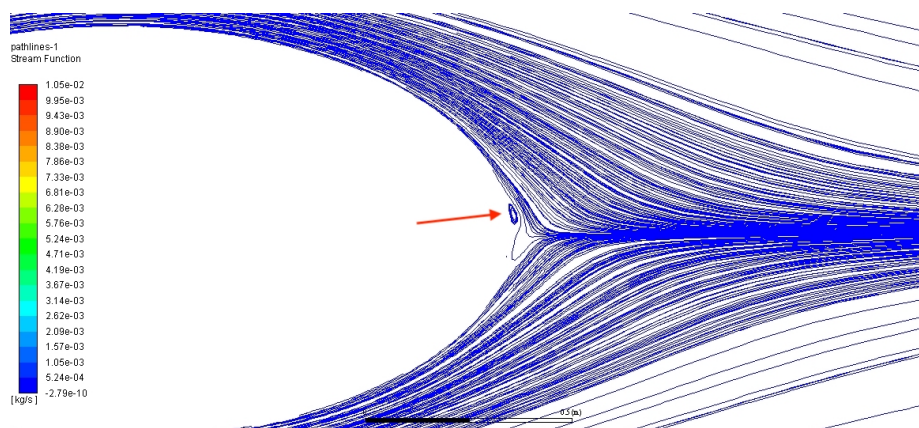
۱.۲۹ رینولدز بحرانی جدایش

با تغییر سرعت جریان ورودی (inlet) در محیط Fluent، ایجاد اولین گردابه‌ها و جدایش جریان در $U = 0.00019 \text{ m/s}$ رخ می‌دهد. برای بررسی سرعت ورودی با دقت 0.00001 تغییر داده شده است.

for air at $20^\circ\text{C} \rightarrow \nu = 1.51 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

$$Re = \frac{DU}{\nu} = \frac{1 \times 0.00019}{1.51 \times 10^{-5}} \Rightarrow \text{Re} = 12.6$$

گردابه ایجاد شده در این رینولدز در تصویر زیر قابل مشاهده است.



شکل ۶۰: رینولدز بحرانی جدایش جریان

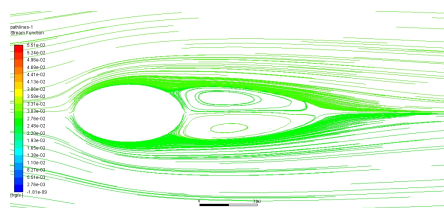
۲.۲۹ رینولدز بحرانی شروع پدیده فون کارمن

به صورت مشابه، با تغییر سرعت جریان ورودی (inlet) با دقت 0.0002، اولین حرکت گردابه‌ها و رخ دادن پدیده فون کارمن بررسی می‌شود. وقوع این پدیده را نمی‌توان با قطعیت مشخص کرد. از تصویر خطوط جریان می‌توان $U = 0.0008 \text{ m/s}$ را به عنوان شروع این پدیده در نظر گرفت اما با بررسی انیمیشن جریان، در $U = 0.0010 \text{ m/s}$ می‌توان پدیده فون کارمن را مشاهده کرد.

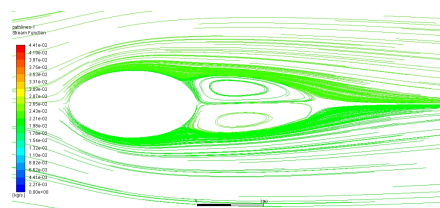
for air at $20^\circ\text{C} \rightarrow \nu = 1.51 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

$$Re = \frac{DU}{\nu} = \frac{1 \times 0.0008}{1.51 \times 10^{-5}} \Rightarrow \text{Re} = 52.98$$

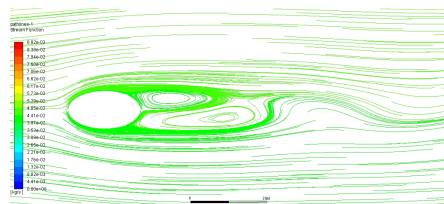
تصویر حالت‌های مختلف را می‌توان در تصاویر زیر مشاهده کرد.



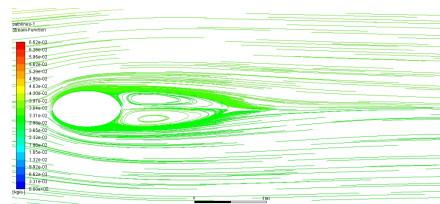
$Re = 66.2$ (ب)



$Re = 53.0$ (آ)



$Re = 106.0$ (د)



$Re = 79.5$ (ج)

شکل ۶۱: رینولدز بحرانی حرکت گردابه‌ها

انیمیشن حالت‌های (آ) و (ب) پیوست شده است.

بخش منابع

1. Khan, Waqar & Culham, Richard & Yovanovich, M., *Fluid Flow Around and Heat Transfer From Elliptical Cylinders: Analytical Approach*, Journal of Thermophysics and Heat Transfer. 19 (2005) 178–185.
2. P. Sivakumar & R.P. Bharti & R.P. Chhabra, *teady flow of power-law fluids across an unconfined elliptical cylinder*, Chemical Engineering Science. 62 (2007) 1682–1702.
3. C.H.K. Williamson, *Vortex Dynamics in the Cylinder Wake*, Annual Review of Fluid Mechanics. 28 (1996) 477– 539.
4. Heddleson, C. F. et al. *Summary of Drag Coefficients of Various Shaped Cylinders*, (1957).