



von Kármán vortex street

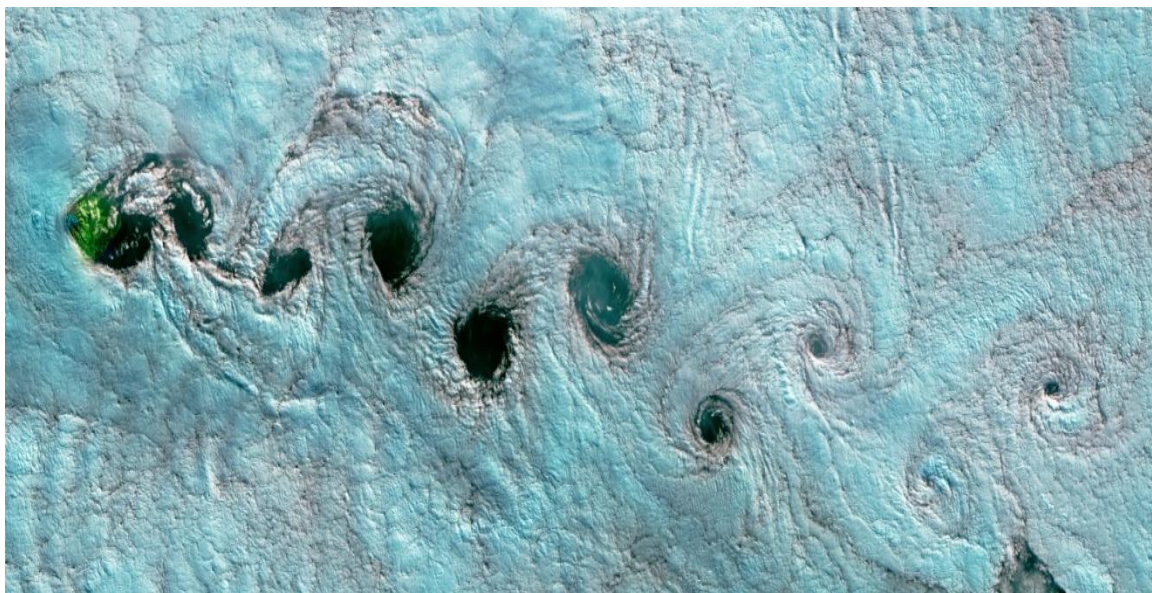
استاد درس: دکتر کریمی

مقدمه



Theodore von Kármán
(1881-1963)

جریان پیرامون مقاطع استوانه‌ای، از دیرباز به عنوان یک مسئله کلاسیک در دینامیک سیالات و انتقال حرارت به شمار می‌رود. این مسئله علی‌رغم سادگی هندسه، اطلاعات و بینش بسیار جامعی را در مورد بسیاری از پدیده‌های فیزیکی حاضر در جریان سیالات پیرامون اجسام ضخیم^۱ فراهم می‌سازد. از جمله این پدیده‌ها می‌توان به جدایش جریان^۲ و تشکیل حباب جدایش، ناپایداری^۳، رهائش گردابه‌ها^۴ و ارتعاشات القایی اشاره نمود. مطالعات نشان داده است که در جریان پیرامون اجسام ضخیم، الگوهای مشخصی در قالب رژیم آرام و در محدوده‌ی خاصی از اعداد رینولدز، ظهور می‌یابد. در رینولدز کم جدایش و ناحیه گردابی وجود ندارد. با افزایش رینولدز حباب جدایش متشکل از دو گردابه با چرخش مخالف هم در پشت استوانه تشکیل می‌گردد. با گذر عدد رینولدز از مقدار بحرانی، گذرش جریان از حالت پایا به ناپایا با رخداد ناپایداری دنباله‌ی جریان و پدیده‌ی رهائش گردابه به صورت دو بعدی و هارمونیک آغاز می‌گردد. با افزایش هر چه بیشتر عدد رینولدز جریان، اثرات سه بعدی و پدیده‌ی گذرش به آشفتگی در پایین دست و دنباله‌ی جریان ظاهر شده و به تدریج به سمت استوانه انتشار می‌یابد. در محدوده‌ی خاصی از جریان مسیر گردابه‌ای فون کارمن^۵ تشکیل می‌شود که بررسی رفتار جریان در این پدیده بسیار مهم است.



شکل ۱. پدیده‌ی طبیعی مسیر گردابه‌ای فون کارمن ابر عبوری از جزیره آتشفشانی

^۱ جسمی که دارای سطح مقطع عمود بر جریان قابل توجه باشد. چنین جسمی اصطلاحاً Bluff Body نیز نامیده می‌شود.

^۲ Flow Separation

^۳ Instability

^۴ Vortex Shedding

^۵ Von Karman Vortex Street

مسیر گردابه‌ای فون کارمن یک الگوی جریان است که لایه مرزی از سطح جدا می‌شود و در موقعیت‌های مختلف شامل جریان بر روی جسم ضخیم قابل مشاهده است. جریان سیال بدلیل گرادیان فشار معکوس^۶ نمی‌تواند به جسم ضخیمی که روی آن جریان دارد بچسبد و از پشت آن جدا می‌شود. جریان بازگشتی شکل می‌گیرد و در نتیجه قسمتی به نام ناحیه جریان حلقوی ایجاد می‌شود. این ناحیه در ادامه باعث پیدایش پدیده‌ی تناوبی مسیر گردابه‌ای فون کارمن می‌شود. یک گرداب چرخان در جهت عقربه‌های ساعت از سمت بالا و به دنبال آن یک گرداب چرخان در جهت خلاف عقربه‌های ساعت جاری می‌شود و این روند ادامه می‌یابد. حتی اگر جریان ورودی ثابت باشد (با گذشت زمان تغییری نکند)، ناپایداری ذاتاً ایجاد می‌شود و مسیر کارمن در پایین دست بدنه تشکیل می‌شود. این پدیده را می‌توان در طیف وسیعی از مقیاس‌های طولی، از جریان در اطراف سیم‌های یک ساز موسیقی مانند چنگ بادی با اندازه حدود یک میلی‌متر، تا پدیده‌های زمینی مانند جریان عبور از جزایر (شکل ۱)، با مقیاس‌های طول معمولی در حدود چند صد کیلومتر مشاهده کرد. از جنبه عملی، مسیر کارمن می‌تواند منجر به نویزهای ناخواسته شود یا حتی در صورت منطبق بودن فرکانس ریزش گرداب‌ها با فرکانس طبیعی منجر به خرابی سازه شود.

تشریح مسئله

هدف:

هدف این پروژه، شبیه‌سازی جریان تراکم ناپذیر در دو حالت آرام و مغشوش سیال نیوتنی پیرامون یک مقطع استوانه‌ای است. در این راستا، به مطالعه‌ی میدان جریان پیرامون استوانه در شرایط پایا و گذرا و استخراج برخی از ویژگی‌های جریان پرداخته می‌شود.

جدول ۱. حالت‌های مختلف جریان عبوری از استوانه‌ی دایره‌ای و بیضی شکل

شماره پروژه	موعد تحویل	مدل جریان	زمان	هندسه	عدد رینولدز
۱	۳ آذر	آرام	پایا	دایره (قطر ۱ متر)	2
۲	۱۷ آذر	آرام	پایا	بیضی	5
۳	۱ دی	آرام	پایا	بیضی	20
۴	۱۵ دی	آرام	گذرا	بیضی $E > 1$	140
				بیضی $E < 1$	100
۵	۲۹ دی	آرام	گذرا	بیضی $E > 1$	1000
				بیضی $E < 1$	10000
۶	۱۳ بهمن	مغشوش	پایا	بیضی	100000

* مشخصات هندسه‌ی بیضی در

https://docs.google.com/spreadsheets/d/105stXALiRfEpDkoZvaW8hQkZpFPQ8Fra4GBnq8Bngck/edit?usp=drive_link

آمده است.

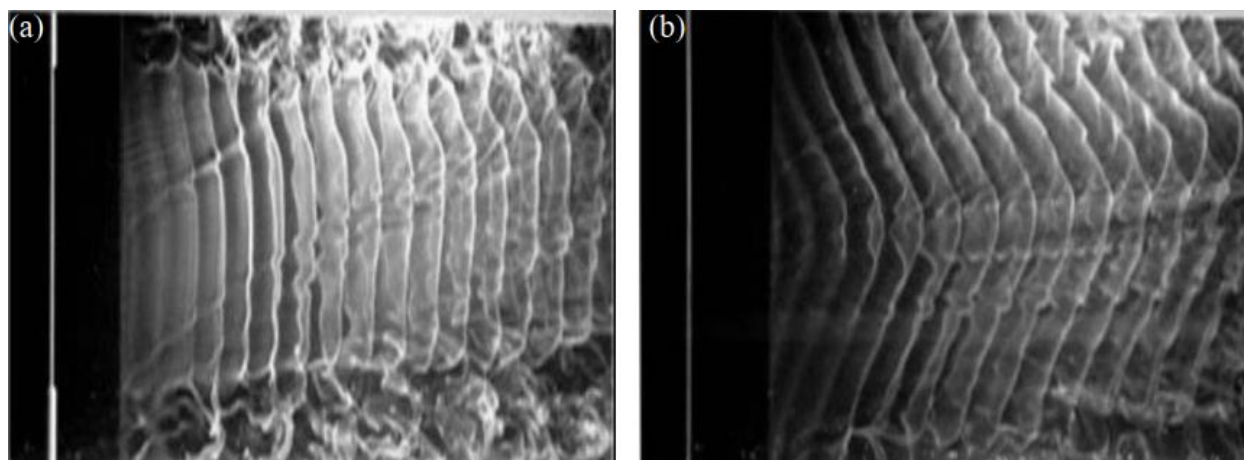
* سیال هوا در نظر گرفته شود.

مدلسازی:

به طور کل ماهیت جریان حتی در شرایط عبور از روی جسمی که به صورت اسمی دو بعدی است، مانند استوانه‌ی دایره‌ای بلند، سه بعدی است. همان‌طور که در شکل ۲ به صورت تجربی مشاهده می‌شود در راستای محور استوانه‌ی بلند نیز مشخصات گردابه‌ها می‌توانند تغییر کنند. همانند شکل سمت چپ در رینولدزهای پایین تغییرات در راستای محور استوانه ناچیز است. شکل سمت راست شرایطی است که جریان رینولدز بالا دارد و جریان

⁶ Adverse Pressure Gradient

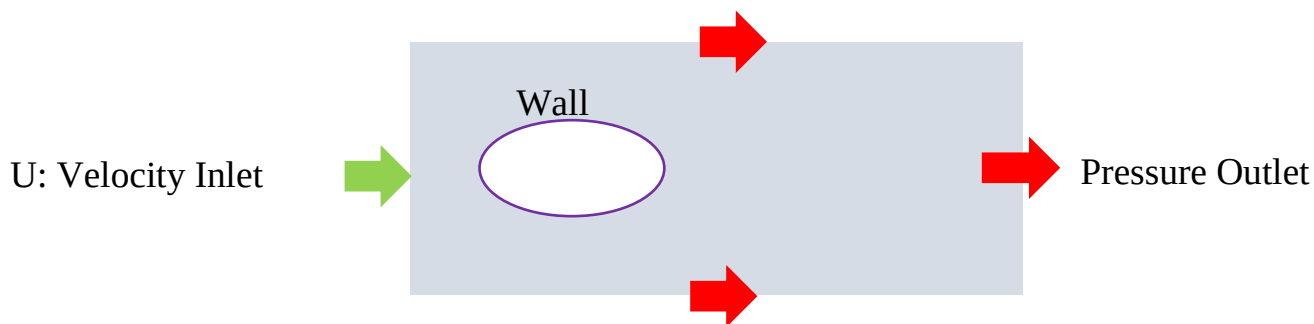
کاملاً^۳ بعدی می‌شود و تغییرات در راستای محور استوانه نیز باید بررسی شود. در این پروژه رینولدزهای بالا را نیز می‌توان با تقریب خوبی جهت کاهش محاسبات به صورت دوبعدی بررسی کرد.



شکل ۲. گرداب‌های طولانی می‌توانند به موازات محور سیلندر، مانند شکل (a)، یا در یک زاویه مایل (θ) نسبت به محور سیلندر، مانند شکل (b)، تولید شوند. برای هر یک از هندسه‌های دایره‌ای و بیضی شکل، جریان سیال تراکم‌ناپذیر با سرعت U است. مرزهای بالا، پایین و راست ناحیه محاسباتی به علت اینکه جریان خارجی، تراکم‌ناپذیر است به صورت فشار خروجی در نظر گرفته شده‌اند. عدد رینولدز^۷ و استروهال^۸ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Re_D \equiv \frac{DU}{\nu}, \quad St = \frac{fD}{U}$$

در شرایط هندسه دایره و بیضی، D به ترتیب برابر قطر دایره و قطر عمودی بیضی است. f فرکانس تولید گردابه‌ها و ν لزجت سینماتیکی است.



شکل ۳. ناحیه محاسباتی و شرایط مرزی در شبیه سازی

خواسته‌ها

- ۱- با استفاده از یک حلگر حجم محدود، فرایند حل معادلات پایداری جرم و تکانه خطی را برای جریان دو بعدی سیال تراکم‌ناپذیر طبق شرایط مرزی تشریح شده در شکل ۳ برای هر یک از حالت‌های جریان پیاده‌سازی نمایید. حل با دقت مرتبه ۲ انجام شود.
- ۲- مطالعه شبکه را برای پروژه‌های اول، دوم، و پنجم با استفاده از ضریب درگ به صورت کیفی حداقل با ایجاد چهار سطح شبکه مختلف اجرا نمایید. فرایند مطالعه استقلال نتایج از گام زمانی را با انتخاب مقادیر مختلفی (۲ یا ۳ گام زمانی) برای این کمیت اجرا نمایید. به منظور تخمین مرتبه‌ی گام زمانی به این نکته توجه نمایید که در جریان پیرامون استوانه، عدد استروهال از مرتبه‌ی $St = O(10^{-1})$ است. از این طریق

^۷ Reynolds Number

^۸ Strouhal Number

می‌توانید مرتبه‌ی فرکانس و دوره‌ی تناوب پدیده را استخراج و گام زمانی را به گونه‌ای انتخاب کنید که تعداد نقاط برای گرفتن الگوی هارمونیک مشخصات مختلف مانند ضریب لیفت مناسب باشد.

- ۳- در هر عدد رینولدز محل جدایش جریان بر روی جسم را به صورت بصری پیدا کنید.
- ۴- در شرایط پایا ضریب درگ C_d و در شرایط گذرا نمودار زمانی ضریب درگ C_d را گزارش کنید.
- ۵- ضریب درگ بدست آمده در پروژه‌ی اول با مقاله‌ی 1، پروژه‌ی دوم و سوم با مقاله‌ی 2 و مقاله‌ی 1 (حالت دایره) و پروژه‌ی شش با مقاله‌ی 3 بسنجید. عدد استروهل بدست آمده در پروژه‌ی چهارم با مقاله‌ی 4 مقایسه کنید.
- ۶- در شرایط گذرا فرکانس تشکیل گردابه‌ها را بدست آورید و عدد استروهل را محاسبه کنید. (فرکانس تشکیل گردابه‌ها برابر با فرکانس نمودار ضریب لیفت است).
- ۷- شکل‌های خروجی باید شامل نمودارهای خطوط جریان و ضریب لیفت، کانتور ورتیسیتی، فشار و سرعت واضح و دارای کیفیت مناسب باشند.
- ۸- گزارش پروژه باید در فرمت استاندارد شامل مواردی همچون چکیده، مقدمه، تشریح مسئله و ... باشد. گزارش، بایستی یک چکیده و مقدمه‌ی کلی داشته باشد و در هر حالت جریان به فرایند شبیه‌سازی، نتایج و بحث پیرامون نتایج حاصل پرداخته شود.
- ۹- تمام پروژه‌ها در یک فایل گزارش نوشته شوند و در هر موعده زمانی گزارش بروزرسانی و ارسال شود. (جهت بهبود بخشیدن به گزارش تلاش می‌شود در هر مرحله بازخورد برای دانشجویان ارسال شود).
- ۱۰- در دو پروژه‌ی حل گذرا انیمیشنی از پدید رهایش گردابه بر مبنای کانتورهای ورتیسیتی توسط حل گر عددی ضبط و به گزارش ضمیمه کنید.
- ۱۱- امتیازی (مهلت ارائه در گزارش تا پروژه آخر): ۲ عدد رینولدز بحرانی جدایش و شروع گردابه‌ها را به صورت بصری تشخیص دهید و گزارش نمایید.
- ۱۲- امتیازی (مهلت ارائه در گزارش تا پروژه آخر): در نهایت نمودار تغییرات ضریب درگ بر حسب عدد رینولدز را بر روی یک نمودار رسم کرده و پیرامون الگوی حاصل بحث نمایید.
- ۱۳- امتیازی: فرایند پس‌پردازش نتایج شامل رسم نمودارهای خطوط جریان و ضریب لیفت، کانتور ورتیسیتی، فشار و سرعت در نرم‌افزار MATLAB باشد. شکل‌ها در نرم افزار متلب با فرمت 9 .svg ذخیره شوند.
- ۱۴- موعده تحویل مقطوع است و تغییر نخواهد یافت!

1. W.A. Khan, J.R. Culham, M.M. Yovanovich, Fluid Flow Around and Heat Transfer From Elliptical Cylinders: Analytical Approach, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*. 19 (2005) 178–185. <https://doi.org/10.2514/1.10456>.
2. P. Sivakumar, R.P. Bharti, R.P. Chhabra, Steady flow of power-law fluids across an unconfined elliptical cylinder, *Chemical Engineering Science*. 62 (2007) 1682–1702. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2006.11.055>.
3. Heddleson, C. F. et al. “SUMMARY OF DRAG COEFFICIENTS OF VARIOUS SHAPED CYLINDERS.” (1957).
4. C.H.K. Williamson, Vortex Dynamics in the Cylinder Wake, *Annual Review of Fluid Mechanics*. 28 (1996) 477–539. <https://doi.org/10.1146/annurev.fl.28.010196.002401>.



Kármán: *The problem for historians may have been why Christopher was carrying Jesus through the water. For me it was why the vortices.*