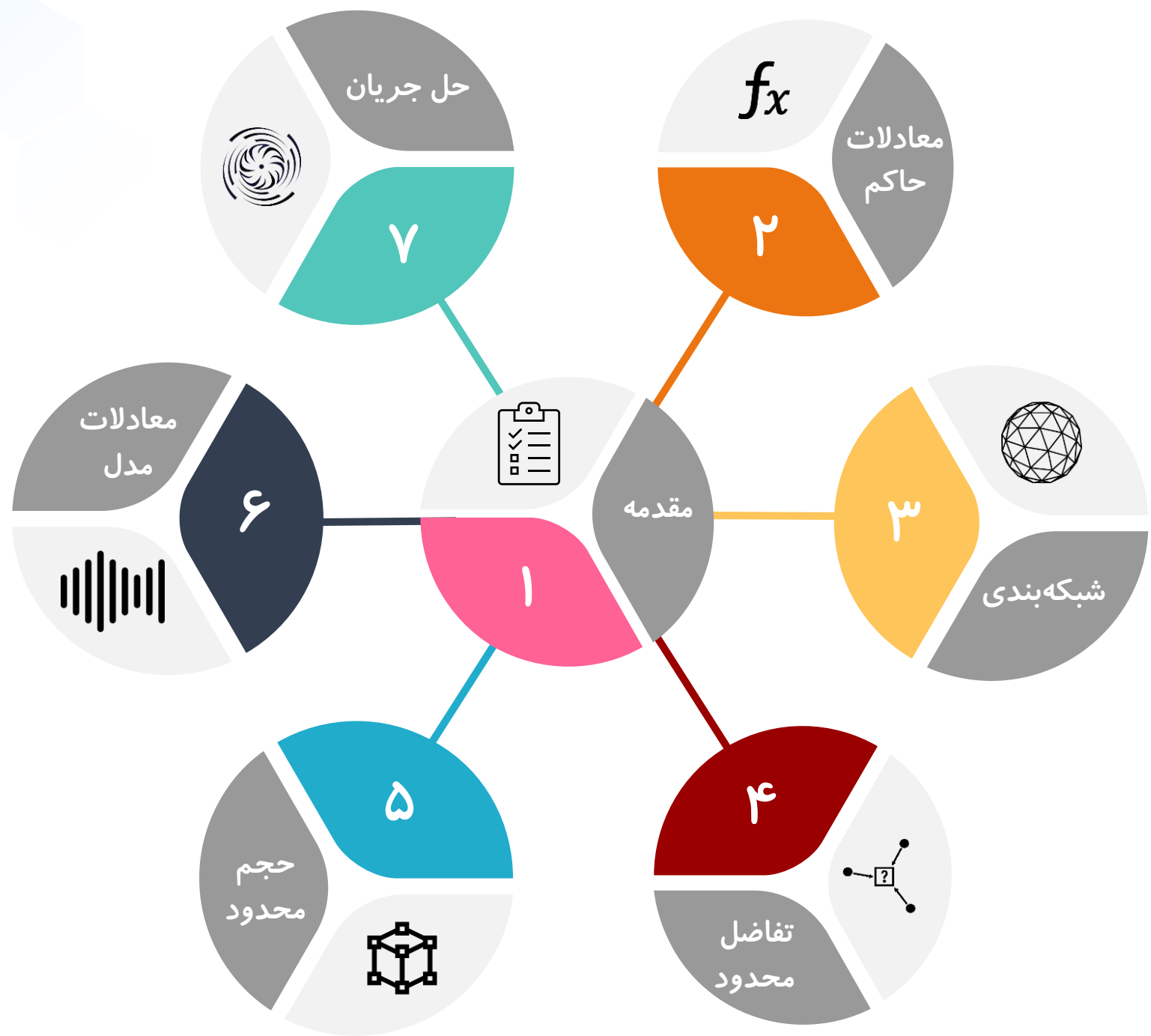


دینامیک سیالات محاسباتی

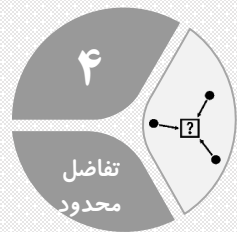


محمدصادق کریمی



۳

مدلسازی آشفتگی

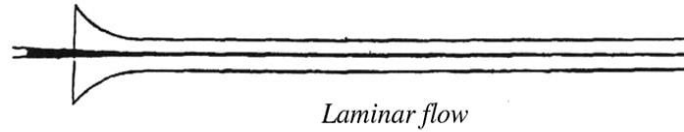




جریان آشفته

❖ آرام یا آشفتگی خاصیت جریان سیال در شرایط دینامیکی است، نه خاصیت خود سیال.

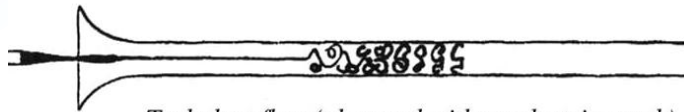
❖ آزمون رینولدز یک عدد بی بعد کشف کرد که نوع جریان را توسط سرعت، چگالی، طول و لزجت تخمین می زند.



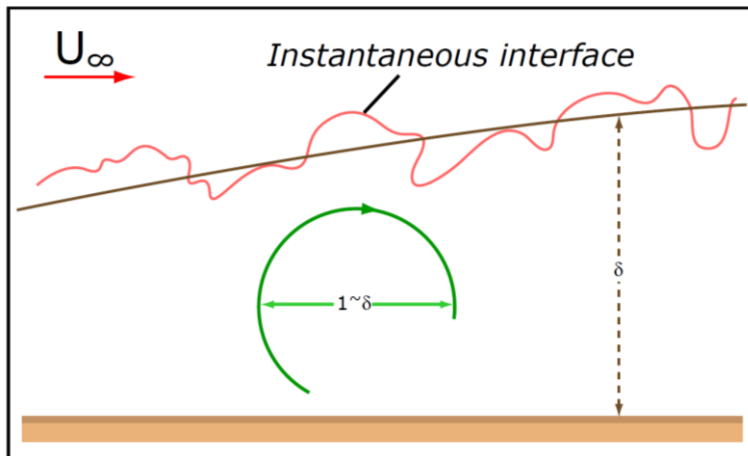
Laminar flow



Turbulent flow



Turbulent flow (observed with an electric spark)



نوسان لایه مرزی

دانشگاه صنعتی شریف



❖ اکثر جریان ها در مکان و زمان آشفته هستند.

❖ غلبه نیروهای اینرسی بر لزجت و تمایل به ایجاد تغییر و رشد تلاطم

در جریان آشفته

❖ ذاتاً سه بعدی و گذرا است.

❖ گردابی و هم زدن بالا.

❖ با مشخصه "ساختارهای مسنجم" مانند گردابه ها با دامنه وسیعی از

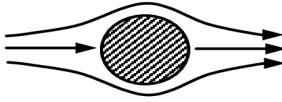
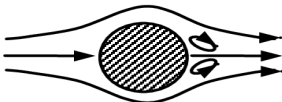
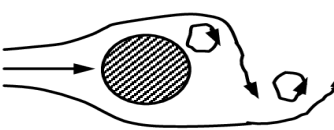
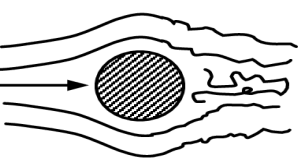
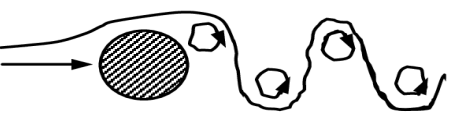
اندازه ها شناخته می شود.

❖ حل این مسائل هنوز برای دانشمندان چالش است.



معیار آشفتگی

$$Re = \frac{\text{Inertial Force}}{\text{Viscous Force}} = \frac{\rho VL}{\mu}$$

	$Re < 5$	Regime of unseparated flow
	$5 \leq Re < 40$	A fixed pair of vortices in wake
	$40 \leq Re < 90$	Vortex street is laminar
	$90 \leq Re < 150$	Vortex street is laminar
	$150 \leq Re < 300$	Transition range to turbulence in vortex
	$300 \leq Re < 3(10^5)$	Vortex street is fully turbulent
	$3(10^5) \leq Re < 3.5(10^6)$	Laminar boundary layer has undergone turbulent transition and wake is narrower and disorganized
	$3.5(10^6) \leq Re$	Reestablishment of turbulent vortex street

عوامل دیگری مانند شرایط سطح آشفتگی جریان آزاد، دمیدن، مکش و سایر اختلالات ممکن است باعث انتقال تلاطم به اعداد رینولدز پایین تر شوند.

نوع	نوع جریان	عدد رینولدز
داخلی	رژیم آرام	بیش تر از ۲۳۰۰
	رژیم گذار	۴۰۰۰ تا ۲۳۰۰
	رژیم آشفته	بیش تر از ۴۰۰۰
خارجی	آرام به آشفته	بیش تر از ۳۰,۰۰۰

عدد رایلی

عدد رایلی معیار نوع جریان در همرفت طبیعی است.

$$Ra = Gr.Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha}$$

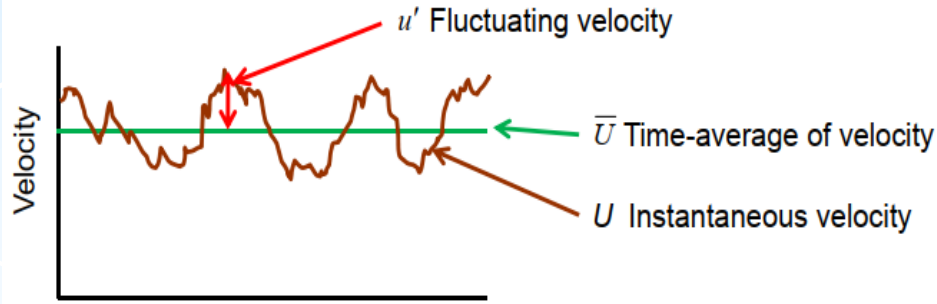
$$Ra_c \approx 10^9$$

جریان آرام به آشفته:





معادلات حاکم



ناویر-استوکس

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + F_i$$

تجزیه رینولدز

$$u_i(x, t) = \bar{u}_i(x) + u'_i(x, t) \quad p(t) = \bar{p} + p'(t)$$

ناویر-استوکس میانگین گیری شده رینولدز

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_j})$$

- ❖ تنش رینولدز : از نوسانات آشفتگی در بردارهای سرعت تولید می شود.
- ❖ نمایانگر انتقال تکانه توسط گردابه های آشفته است.
- ❖ اضافه کردن مقادیر ناشناخته به معادله

$$\overline{u'_i} = 0 \quad \overline{u_i'^2} \neq 0$$

انرژی جنبشی آشفتگی: $k = 0.5 \times (\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2})$

❑ در اکثر مسئله ها، دانستن سرعت میانگین گیری شده زمانی برای مهندسان کافی است.

❑ با این روش می توان به مدل آشفتگی برای شبیه سازی مسائل نزدیک شد





رویکردهای مدلسازی آشفتگی

شبیه‌سازی عددی مستقیم (DNS)

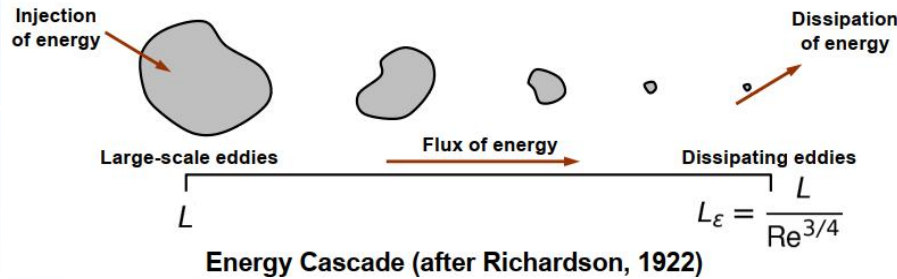
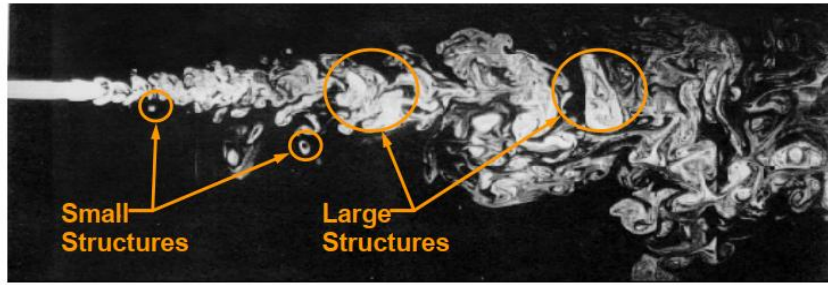
- ❖ حل هر حرکت نوسانی در جریان از نظر فنی امکان پذیر است.
- ❖ نیاز به مقدار زیادی منابع از نظر نرم‌افزاری، سخت‌افزاری و تلاش انسانی دارد.
- ❖ حل مستقیم و بدون استفاده از مدلسازی
- ❖ یک ابزار تحقیقاتی برای جریان‌های رینولدز پایین محدود به ابررایانه‌ها است.

شبیه‌سازی گردابه بزرگ (LES)

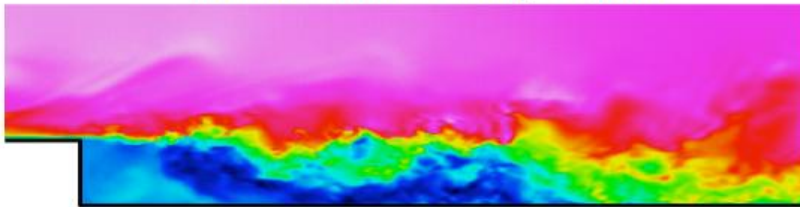
- ❖ حل دقیق گردابه‌های بزرگ و مدلسازی گردابه‌های مقیاس کوچک (Subgrid)
- ❖ این مدل تعادل میان دقت و هزینه محاسباتی ایجاد می‌کند.

معادلات ناویر-استوکس میانگین‌گیری‌شده رینولدز (RANS)

- ❖ حل معادلات میانگین‌گیری‌شده زمانی ناویر-استوکس
- ❖ تخمین تأثیر گردابه‌ها با مدلسازی‌های گوناگون
- ❖ ابزار اصلی مورد استفاده مهندسان
- ❖ دقت کمتر دارد اما برای جریان‌های مهندسی و شرایط پایا مقرون به صرفه است.



Instantaneous velocity contours



Time-averaged velocity contours





شبیه‌سازی عددی مستقیم (DNS)

دقت مکانی و زمانی

❖ کوچک‌ترین مقیاس‌های حرکت در جریان آشفته برابر مرتبه 0.1 تا 0.01 میلی‌متر و بسامد حدود 10 کیلوهرتز تحت تاثیر اثرات لزجت هستند.

❖ عدد رینولدز این گردابه‌ها با توجه به طول مشخصه برابر 1 است: $Re_\eta = \frac{v\eta}{\nu} = 1$

❖ نسبت کوچک‌ترین به بزرگ‌ترین مقیاس طولی متناسب است با: $Re^{-3/4}$

❖ برای حل تمام مقیاس‌های طولی در رینولدز 10^4 به مقیاس 10^3 ند شبکه در هر جهت مختصات و در کل به تعداد 10^9 ند نیاز است.

❖ نسبت کوچک‌ترین به بزرگ‌ترین مقیاس زمانی متناسب است با: $Re^{-1/2}$

❖ برای حل تمام مقیاس‌های زمانی در رینولدز 10^4 به حداقل 100 گام زمانی نیاز است.

❖ در واقعیت به دلیل اینکه اکثر اتلاف در مقیاس بیش‌تر از مقیاس کولموگروف $5\eta - 15\eta$ صورت می‌گیرد، می‌توان دقت‌ها را پایین‌تر آورد.





شبیه‌سازی عددی مستقیم (DNS)

کاربرد

- ❑ بیش‌تر در تحقیقات بنیادی استفاده می‌شود.
- ❑ درک بهتر و دقیق‌تر لایه مرزی جهت کاهش درگ
- ❑ درک بهتر اختلاط سوخت و هوا جهت طراحی موتور جت
- ❑ طراحی لوله‌ها جهت کاهش افت فشار
- ❑ مدلسازی جریان خنک‌کننده در راکتورهای هسته‌ای

Mira Project

270 Billion mesh points

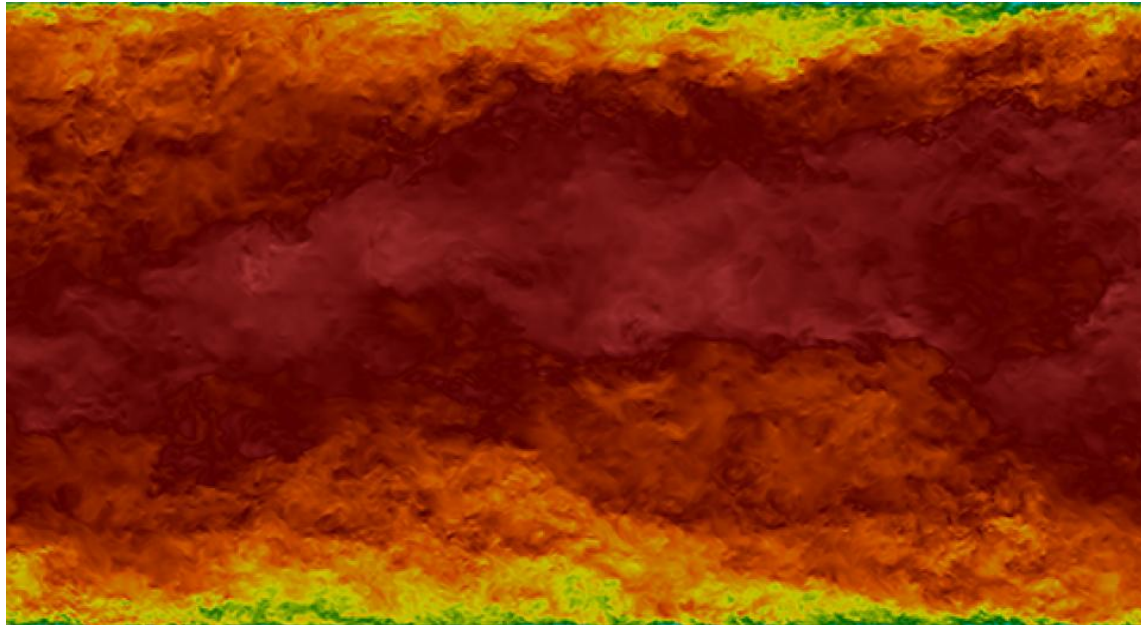
175 Million Core-Hours

Blue Gene/Q supercomputer 10-petaflops = 10^{16} flops

*: FLOPS (Floating Point Operations Per Second)

فلاپس*

- ❑ تعداد محاسبه ریاضی انجام‌شده توسط یک کامپیوتر در یک ثانیه
 - ❑ معیاری برای عملکرد یک کامپیوتر در زمینه محاسبات ریاضی فشرده
- مانند مانند شبیه‌سازی‌های علمی و یادگیری ماشین است.





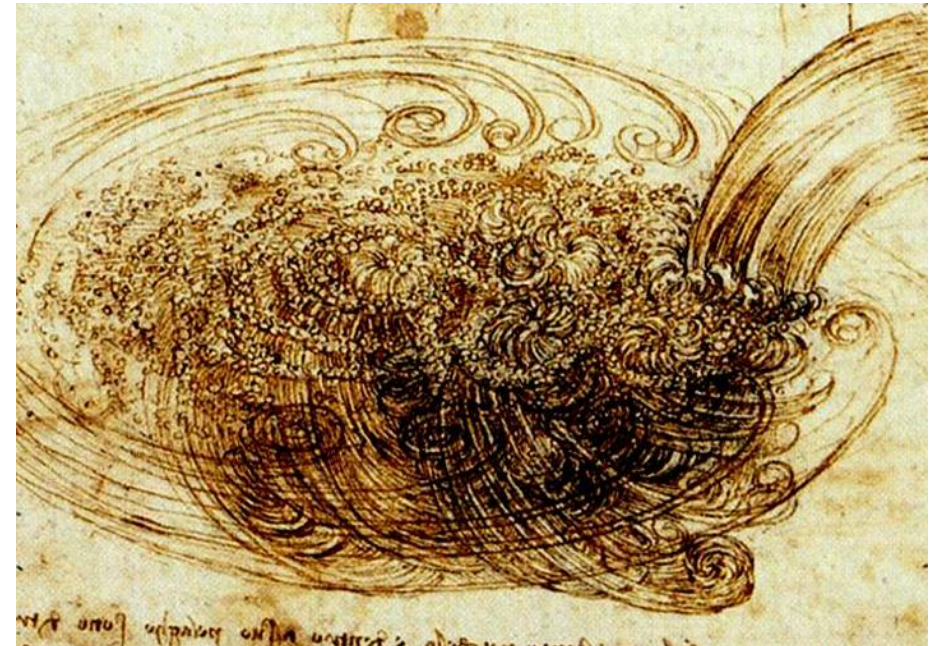
شبیه‌سازی گردابه بزرگ (LES)

این مدل از یک فرایند برای فیلتر کردن گردابه‌های بزرگ استفاده می‌کند.

انتگرال کانولوشن جهت فیلتر کردن:

$$\bar{\phi}(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(r, \tau) G(x - r, t - \tau) dr d\tau$$

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' = \text{Filtered} + \text{Subgrid Scale}$$



چالش‌های کنونی

- ❖ منابع محاسباتی به‌ویژه برای جریان‌هایی با رینولدز بالا یا هندسه پیچیده
- ❖ اجرای شرایط مرزی دقیق برای LES می‌تواند پیچیده باشد، زیرا باید ویژگی‌های آشفتگی جریان ورودی را به درستی ثبت کند.
- ❖ هزینه اجرای LES هنوز هم می‌تواند برای محیط‌های کوچک تا متوسط گزاف باشد.
- ❖ توسعه ابزارهای کاربرپسند LES که برای راه اندازی و تفسیر به تخصص کم‌تری نیاز دارند، جهت دسترسی به LES برای جامعه مهندسی گسترده‌تر ضروری است.

لئوناردو داوینچی و آشفتگی

(موانعی در آب قرار داد)...کوچکترین گردابه‌ها تقریباً بی‌شمارند و چیزهای بزرگ فقط توسط گردابه‌های بزرگ می‌چرخند نه با گردابه‌های کوچک و چیزهای کوچک با گردابه‌های کوچک و بزرگ می‌چرخند.





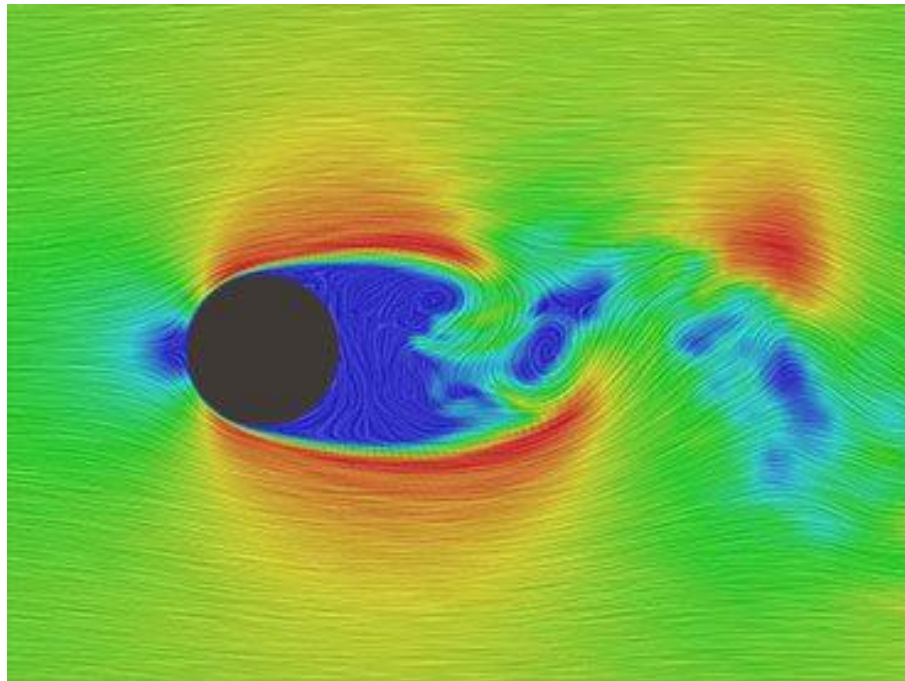
شبیه‌سازی گردابه بزرگ (LES)

چالش‌های آینده

- ❖ ادغام با یادگیری ماشین
- ❖ جفت کردن فیزیک‌های گوناگون
- ❖ مدیریت و ذخیره‌سازی داده‌ها

کاربرد

- ✓ **ایرودینامیک و هوافضا:** آشفتگی در ویک (Wake) هواپیما، جریان حول ساختمان‌ها و سوخت و ساز در موتور هواپیما
- ✓ **مهندسی خودرو:** طراحی ایرودینامیکی جهت بهره‌وری بهتر سوخت و پایداری بالاتر
- ✓ **مهندسی دریا:** مطالعه رفتار بین جریان آب و بدنه کشتی
- ✓ **ژئوفیزیک و مهندسی محیط‌زیست:** مطالعه آشفتگی اتمسفر و انتقال ذرات آلودگی در هوا و اقیانوس
- ✓ **کاربردهای صنعتی:** جریان در مبدل حرارتی، احتراق در کوره‌ها و جریان حول توربین‌ها و موتورهای و پمپ‌ها





مدل‌های RANS

مدل خطی لزجت گردابه‌ای*

❖ این مدل‌ها فرض می‌کنند که تانسور تنش رینولدز با تانسور نرخ کرنش میانگین متناسب است.

❖ اکثر مدل‌های مورد استفاده مهندسی

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \right)$$

مدل غیرخطی لزجت گردابه‌ای

❖ در این مدل ضریب لزجت، گردابه میانگین تلاطم را با یک رابطه غیرخطی به میانگین سرعت ارتباط می‌دهد.

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = 2\mu_t F_{nl}(S_{ij}, \Omega_{ij}, \dots)$$

مدل تنش رینولدز**

❖ معادلات به طور مستقیم از معادلات ناویراستوکس استخراج می‌یابند.

❖ مدل به دلیل استفاده از معادلات بیش‌تر و کمیت‌های نامشخص پیچیده‌تر و پرهزینه است.

❖ در شرایطی که تنش رینولدز در برخی جریان‌ها به صورت ناهمسانگرد است، عملکرد بسیار بهتری دارد.

*: EVM (Eddy Viscosity Model)

** : RSM (Reynolds Stress Model)





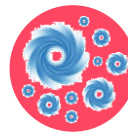
ضعف مدل‌های لزجت گردابه‌ای

- ❑ حرکت ثانویه در لوله‌ها
- ❑ تغییرات ناگهانی در تنسور نرخ کرنش میانگین مانند عدد ماخ بالا و گسترش ناگهانی تغییر حجم
- ❑ سطوح منحنی مانند مقعر، محدب و چرخش بالا
- ❑ جریان‌ها متلاطم ناهمگن
- ❑ جریان‌های چرخشی مانند توربوماشین‌ها و توربین‌های بادی

EVM نسبت به RSM

- ✓ معادلات ساده و کارایی محاسباتی بهتر
- ✓ حساسیت کمتر به شرایط اولیه و مرزی
- ✓ دقت کافی برای اکثر کاربردها
- ✓ پیاده‌سازی آسان‌تر و نیاز کمتر به توابع کاربر





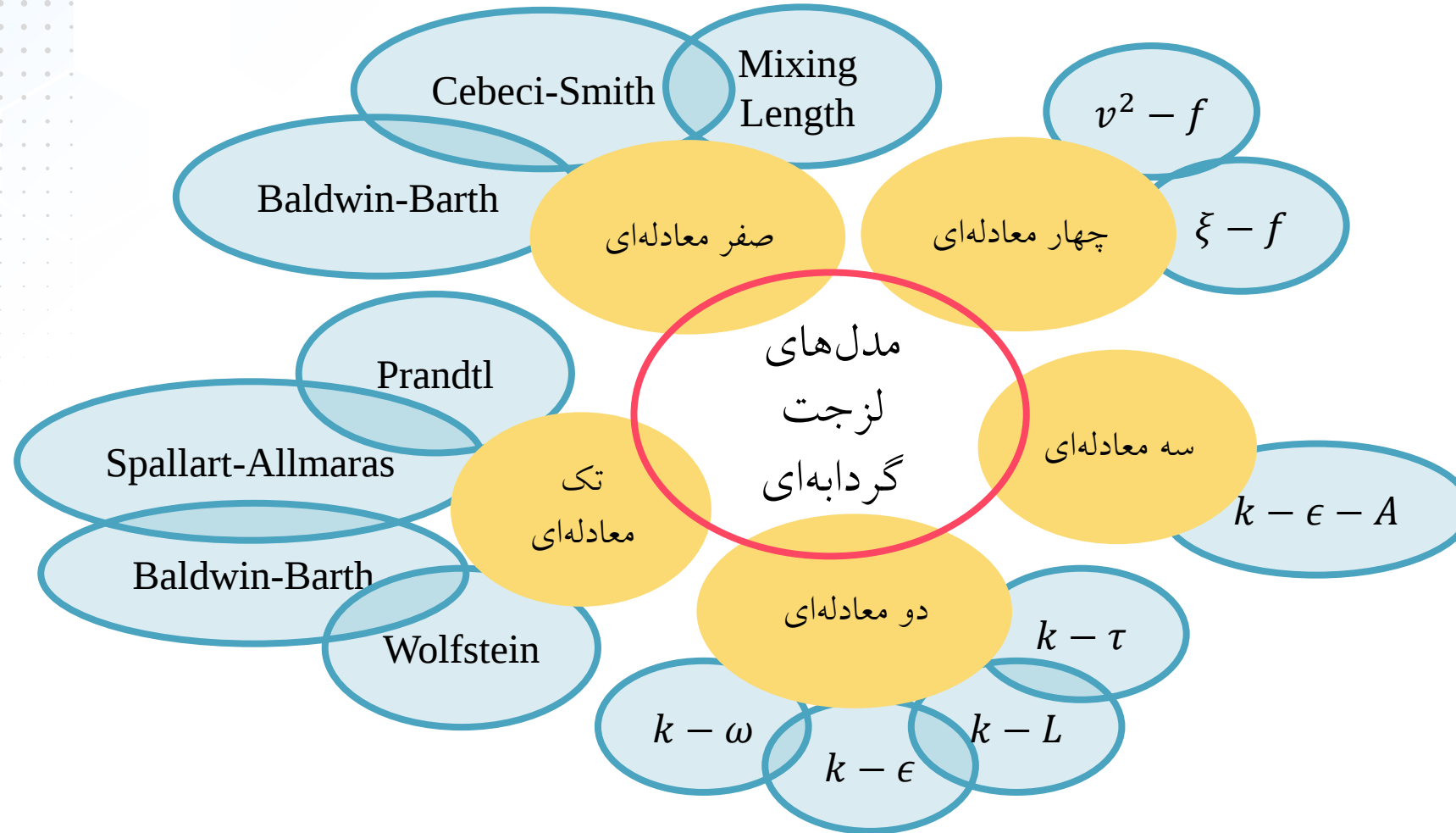
جمع بندی مدل های توربولانسی

ویژگی	RANS	LES	DNS
نیازمند به ثابت تجربی	زیاد	کم	نیازی ندارد.
سایز شبکه	10^{6-8}	10^{11-12}	10^{15-16}
تعداد گام زمانی	10^{3-4}	10^{6-7}	10^{7-8}
پیچیدگی	می تواند سیستم های پیچیده را مدیریت کند	پیچیدگی بیشتری نسبت به RANS دارد	به دلیل بار محاسباتی نمی تواند سیستم های پیچیده را مدیریت کند
نیازمند به مدلسازی	کاملاً	تنها گردابه های کوچک	نیازی ندارد.
سازگاری	کاربردهای صنعتی و عملی که در آن بهره وری کلیدی است	جریان با تلاطم در مقیاس بزرگ قابل توجه	مطالعات آکادمیک و نظری
وابستگی به عدد رینولدز	کم	متوسط	بالا
مورد استفاده معمولی	جریان هایی که در آن آشفتگی رفتار خوبی دارد و قابل پیش بینی است	آشفتگی گذار و پیچیده برای RANS مناسب نیست	تحقیقات بنیادی، جریان های رینولدز کم





مدل‌های متداول لزجت گردابه‌ای





مدل صفر معادله‌ای طول اختلاط پُرانتل

❖ استفاده از استدلال ابعاد و قیاس با انتقال مولکولی

❖ هیچ معادله انتقالی ندارند.

❖ اگر شیب سرعت صفر باشد، ویسکوزیته گردابی صفر است.

❖ تعریف L برای هر مسئله مانند لایه مرزی و لایه اختلاط متفاوت است.

$$\mu_t = \rho L_{mix}^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \quad \tau_{xy} = \rho \mu_t \frac{\partial u}{\partial y}$$

کاربرد

❖ محاسبه سرعت میانگین و افت فشار درون لوله

❖ مطالعه رشد لایه مرزی در گذار از جریان آرام به آشفته

❖ محاسبه لیفت و درگ ایرفویل‌ها و بال‌ها در سرعت و آشفتگی کم

❖ برای ارزیابی‌های اولیه در طراحی مفهومی سطوح ایرودینامیکی

❖ محاسبه عملکرد حرارتی در مبدل حرارتی در شرایطی که جریان به صورت کلی آشفته و هندسه ساده است.

❖ ارائه ارزیابی سریع از توزیع جریان هوا در سیستم HVAC

❖ اهداف آموزشی : جهت آموزش اصول بنیادی آشفتگی

مزایا

✓ سریع‌ترین محاسبات و هزینه محاسباتی پایین

✓ راحت‌ترین پیاده‌سازی کد و به صورت عددی سخت

(Robust)

✓ عالی برای توسعه راه‌حل‌های تحلیلی و دیدگاه‌های تئوری

✓ پشتیبانی از برخی بینش‌های فیزیکی در حین سادگی

معایب

▪ کاربرد بسیار محدود

▪ از جابه‌جایی گردابه‌های تلاطم پشتیبانی نمی‌کند.

▪ اکثراً برای جریان‌های ساده و بدون چرخش و بدون

جدایش موفق است.

▪ لحظه‌ای هستند و زمان‌های قبل را در نظر نمی‌گیرند.





مدل تک معادله‌ای پرانتل

❖ استفاده از یک معادله انتقال

❖ انرژی موجود در گردابه‌های آشفته را ضبط می‌کند.

❖ با افزودن ترم تولید و اتلاف انرژی جنبشی گردابه‌ها نسبت به مدل صفر معادله‌ای بهبود یافته‌است.

$$\frac{DK}{Dt} = P - \epsilon = \mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \frac{k^{3/2}}{l} \quad \mu_t = C_\mu \rho l \sqrt{k}$$

❖ ϵ نرخ تبدیل انرژی جنبشی به انرژی حرارتی است.

مزایا

✓ محاسبات سریع و هزینه محاسباتی پایین دارد.

✓ اثرات تاریخچه (زمان‌های قبل) نسبت به مدل صفر معادله‌ای در معادله گنجانده شده‌اند.

✓ برای هندسه ساده مانند صفحه صاف و جریان درون لوله و جریان کوئت مفید است.

کاربرد

❖ تحلیل لایه مرزی و جریان برشی: مخصوصاً در هندسه‌هایی که صاف هستند و جدایش کمی رخ می‌دهد.

❖ ایرودینامیک: ایجاد تعادل میان دقت و کارایی محاسباتی در بدست‌آوردن درگ در جریان‌هایی که از رینولدز کم تا متوسط هستند.

❖ جریان داخلی در کانال‌ها و لوله‌ها

❖ طراحی مقدماتی پروژه‌های مهندسی جهت ارزیابی رفتار آشفتگی

❖ اهداف آموزشی جهت درک مفاهیم اساسی آشفتگی

معایب

▪ عدم اطمینان در استفاده در انواع جریان‌های مهندسی پیچیده

▪ ضعیف در پیش‌بینی فروپاشی آشفتگی همگن و همسانگرد

▪ عدم توانایی در وفق‌دادن خود با تغییرات سریع در مقیاس طولی





مدل تک معادله‌ای اسپالارت – آلماراس

کاربرد

- ❖ پیش‌بینی موثر لایه مرزی و درگ و لیفت
- ❖ جریان ایرودینامیک
- ❖ جریان مافوق صوت حول ایروفیل

معایب

- عدم توانایی وفق‌دادن خود با تغییرات سریع در مقیاس طولی
- جریان‌های محدود به دیواره و جریان برشی آزاد و جدایش جریان

مزایا

- ✓ محاسبات سریع و هزینه محاسباتی پایین دارد.
- ✓ اثرات تراکم‌پذیری را به خوبی در جریان‌های خارجی کنترل می‌کند.
- ✓ پیش‌بینی رفتار نزدیک دیوار به طور دقیق بدون نیاز به عملکرد دیوار





مدل دو معادله‌ای $K - \epsilon$

کاربرد

- ✓ پرکاربردترین مدل آشفته‌گی در صنعت.
- ✓ رفتار آشفته‌گی جریان حجیم مانند احتراق را به طور موثر پیش‌بینی می‌کند.
- ✓ کارآمد از نظر محاسباتی برای جریان‌های خارجی
- ✓ توانایی بالا در مدلسازی جریان آشفته دور از دیوار

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial (\rho k \bar{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \epsilon$$

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \epsilon \bar{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} + \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + C_{\epsilon 1} P_k \frac{\epsilon}{k} - C_{\epsilon 2} \rho \frac{\epsilon^2}{k}$$

اتلاف - تولید + انتقال با پخش تنش لزجت + انتقال با پخش آشفته‌گی = همرفت + نرخ زمانی

معایب

- تولید k بیش از حد (غیرفیزیکی) در مناطقی با نرخ کرنش زیاد مانند نزدیک یک نقطه سکون که منجر به پیش‌بینی‌های نادرست می‌شود.
- پیش‌بینی نادرست سرعت پخش جت‌های گرد.
- برای جریان‌هایی با گرادیان فشار بزرگ، جدایش قوی، جزء چرخشی زیاد و انحنای خط جریان زیاد عملکرد ضعیفی دارد.

مزایا

- ✓ هزینه‌ی محاسباتی نسبتاً پایین و همگرایی مناسب
- ✓ دارای زیرمدل‌هایی برای تراکم‌پذیری، شناوری، احتراق و غیره
- ✓ قوی و دقیق برای طیف وسیعی از کاربردها
- ✓ پارامترهای مدل با استفاده از داده‌های تعدادی آزمایش معیار مانند صفحه صاف جریان لوله و غیره، صفحه تخت و غیره کالیبره می‌شوند.





مدل $k - \epsilon$ Realizable و RNG

Realizable

- ❑ ترم Realizable یعنی مدل محدودیت‌های ریاضی خاصی را مطابق با فیزیک جریان‌های آشفته بر تنش‌های رینولدز اعمال می‌کند.
- ❑ یک معادله جدید شامل متغیر C_μ برای لزجت آشفتگی ارائه شده است.
- ❑ یک معادله انتقال جدید برای نرخ اتلاف از یک معادله دقیق بر اساس دینامیک انتقال میانگین مربع نوسان گردابه به دست آمده است.
- ❑ یکی از محدودیت‌ها تولید لزجت تلاطم غیرفیزیکی در دامنه‌های محاسباتی است که شامل ناحیه چرخشی و غیر چرخشی می‌باشند.

RNG

- ❑ تنها یک ترم در معادله ϵ اضافه شده که دقت را برای جریان با کرنش ناگهانی بهبود می‌بخشد.
- ❑ اثر چرخش بر آشفتگی در معادلات گنجانده شده و دقت جریان در جریان‌های چرخشی بهبود می‌یابد.
- ❑ ثابت‌ها در معادلات به جای داده‌های تجربی معیار، با تئوری به صورت تحلیلی به دست می‌آیند.
- ❑ عملکرد بهتری در کنار دیواره در رینولدزهای پایین دارد.

کاربرد

- ✓ ایرودینامیک خارجی
- ✓ جریان چرخشی جدا شده از مرز
- ✓ هندسه‌های پیچیده
- ✓ موج شک

کاربرد

- ✓ جریان جت
- ✓ جریان با نرخ کرنش بالا
- ✓ جریان چرخشی حول محور
- ✓ جریان جدا شده





مدل دو معادله‌ای $K - \omega$

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial (\rho k \bar{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \beta^* \omega k$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \omega \bar{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\frac{\mu_t}{\sigma_\omega} + \mu \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + \frac{\alpha \omega}{k} \rho \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \beta \omega^2$$

اتلاف - تولید + انتقال با پخش تنش لزجت + انتقال با پخش آشفتگی = همرفت + نرخ زمانی

مقایسه با مدل $k - \epsilon$

- ✓ عملکرد بسیار بهتری نسبت به مدل‌های $k - \epsilon$ برای جریان‌های لایه مرزی
- ✓ ω بیش از حد به مقدار جریان آزاد حساس است، در حالی که مدل $k - \epsilon$ مستعد چنین مشکلی نیست.
- ✓ عملکرد بسیار بهتر این مدل در پیش‌بینی لایه‌های مرزی تحت گرادیان فشار نامطلوب و جریان‌های جدا شده
- نیازمند به شبکه‌های ریزتر و هزینه محاسباتی بالاتر نسبت به $k - \epsilon$
- حساس به حدس اولیه

□ در حالت تعادل انتقال انرژی گردابه‌ها از گردابه کامل به گردابه کولموگوروف (آبشار انرژی) ثابت است.

□ k نمایانگر ۸۰ درصد کل انرژی تلاطم است.

□ ω اتلاف انرژی گردابه‌های بزرگ را برابر گردابه‌های کوچک در نظر می‌گیرد.

□ یک مدل تجربی است.





مدل دو معادله‌ای $k - \omega$ Shear Stress Transport

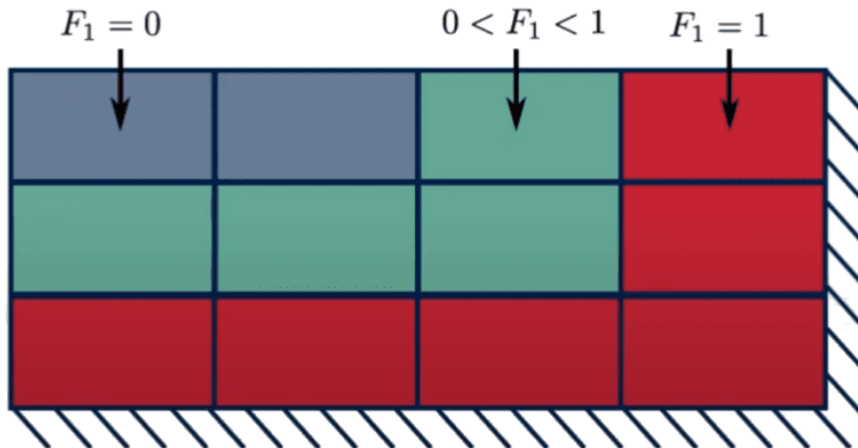
$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial (\rho k \bar{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\sigma_k \frac{\rho k}{\omega} + \mu \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tilde{P}_k - \rho \beta^* \omega k$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \omega \bar{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\sigma_\omega \frac{\rho k}{\omega} + \mu \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + \rho \alpha \frac{\tilde{P}_\omega}{v_t} - \rho \beta \omega^2 + 2 \sigma_{\omega 2} (1 - F_1) \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

تابع ترکیب + تابع اتلاف - تولید + انتقال با پخش تنش لزجت + انتقال با پخش آشفتگی = همرفت + نرخ زمانی

Near the wall, $F_1 = 1$ ($k - \omega$ model)

Away from the wall, $F_1 = 0$ ($k - \epsilon$ model)



❑ ترکیب دو مدل استاندارد $k - \epsilon$ و $k - \omega$

❑ استفاده مدل SST از تابع blending باعث می‌شود که مقدار

$2\sigma_{\omega 2}(1 - F_1)$ از 0 تا 1.71 تغییر کند.

$$v_t = \frac{\rho k}{\max(\omega, F_2 S)}$$

$$\tilde{P}_k = \min(P_k, 10\beta^* k \omega) \quad \tilde{P}_\omega = \min(P_\omega, 10\beta^* k \omega)$$

استفاده از ۲ تابع ترکیب F_1 و F_2

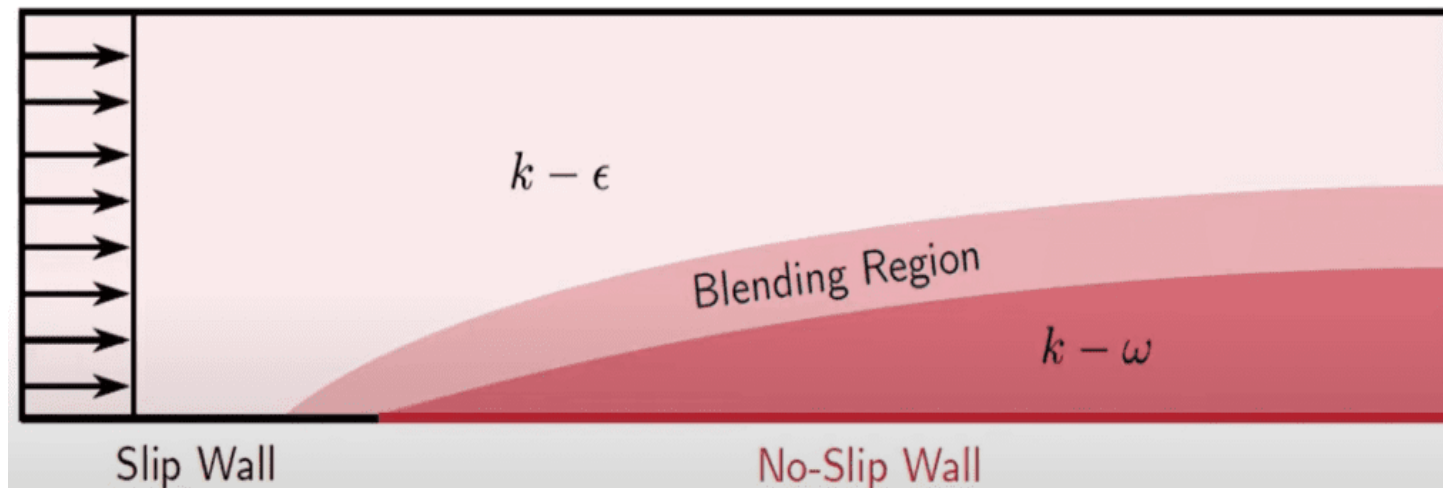




مدل دو معادله‌ای $k - \omega$ Shear Stress Transport

مقایسه با مدل استاندارد کی - امگا

- ❖ از یک تابع ترکیبی برای انتقال تدریجی از مدل استاندارد $k - \omega$ نزدیک دیوار به نسخه با عدد رینولدز بالا از مدل $k - \epsilon$ در بخش بیرونی لایه مرزی استفاده می‌کند.
- ❖ عموماً ارائه پیش‌بینی دقیق شروع و اندازه جدایش تحت گرادیان فشار نامطلوب
- ❖ حاوی یک فرمول لزجت آشفته اصلاح شده برای اثرات انتقال تنش برشی آشفته اصلی
- ❖ عملکرد بهتری در جریان‌های فراصوتی دارد.
- ❖ همگرایی نامناسب: نیازمند به شبکه‌های ریزتر با کیفیت بالاتر و هزینه محاسباتی بیش‌تر





مدل چهار معادله‌ای $V^2 - f$

$$\frac{\partial \overline{v^2}}{\partial t} + u_i \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial x_i} = kf - \frac{\overline{v^2}}{k} \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{v^2}} \right) \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial x_i} \right]$$

$$L^2 \nabla^2 f - f = \frac{C_1 - 1}{T} \left(\frac{\overline{v^2}}{k} - \frac{2}{3} \right) = C_2 \frac{P_k}{\epsilon}$$

$$L = C_L \max \left[\frac{k^{3/2}}{\epsilon}, C_\eta \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4} \right], \quad T = \max \left[\frac{k}{\epsilon}, C_T \left(\frac{\nu}{\epsilon} \right)^{1/2} \right], \quad \nu_t = C_\mu \overline{v^2} T$$

□ ϵ/k را مقیاس زمانی آشفته صحیح در جریان می‌داند اما k را به‌عنوان مقیاس سرعت آشفته مناسب نمی‌داند.

□ یک معادله اضافی مستقل از k برای مقیاس سرعت صحیح V^2 باید حل شود.

□ اثر میرایی حاصل از حضور دیوار محلی نیست و باید در سطح کلی با یک معادله بیضوی محاسبه شود.

کاربرد

- ✓ برای مدلسازی ناحیه گذر از آرام به آشفته بسیار مناسب است. بویژه برای شبیه‌سازی انتقال حرارت در این ناحیه
- ✓ برای چرخش زیاد مناسب است.
- ✓ دقت افزایش یافته در مناطق تلاطم ناهمسانگرد
- ✓ وضوح بهبود یافته اثرات عدد رینولدز پایین بدون استفاده از DNS و LES

مزایا

- ✓ توسعه مدل $\epsilon-k$ به منظور در نظر گرفتن ناهمسانگردی نزدیک دیواره و اثرات کرنش - فشار
- ✓ دیواره را بدون استفاده از توابع دیواره و میرایی مدل می‌کند.

معایب

- برخی اشتباهات در جریان با چرخش پایین دارد.
- نسبت به اکثر مدل‌ها همگرایی سخت‌تری دارد.
- به کیفیت شبکه و طول بی‌بعد y^+ نزدیک‌ترین سلول به شبکه حساس است.





مدل تنش رینولدز (RSM)

۶ معادله تنش رینولدز شامل ۳ تنش عمودی و ۳ تنش برشی و ۱ معادله نرخ اتلاف ϵ باید حل شوند.

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial (\tau_{ij} \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\overline{p' \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)} - \left(\tau_{im} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_m} + \tau_{jm} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_m} \right) + \rho \epsilon_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + C_{ijm} \right)$$

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j}$$

پخش لزجت و آشفتگی + تابع اتلاف + تولید - توزیع مجدد فشار - کرنش تنش های رینولدز - = همرفت + نرخ زمانی

کاربرد

- ✓ **توربوماشین** : مناسب برای ماشین های دوار جایی که آشفتگی در جهات مختلف متفاوت است.
- ✓ **محفظه احتراق** : ترکیب سوخت و هوا و چرخش جریان اهمیت داشته باشد.
- ✓ حل جریان های ثانویه ، برشی و جدایش مانند جریان حول محل اتصال بال و بدنه

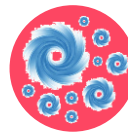
مزایا

- ✓ ارائه دقیق ناهمسانگری
- ✓ دقت بهبود یافته برای ویژگی های جریان پیچیده
- ✓ بدون فرض ویسکوزیته گردابی

معایب

- ☐ نیاز به سیستم محاسباتی قوی
- ☐ مدل ضریب های زیادی دارد که نیاز به توجیه فیزیکی دارند.
- ☐ امکان واگرایی حل زیاد است.
- ☐ مشکل در مدلسازی لایه مرزی





مدل‌های پیشرفته (ترکیب LES و RANS)

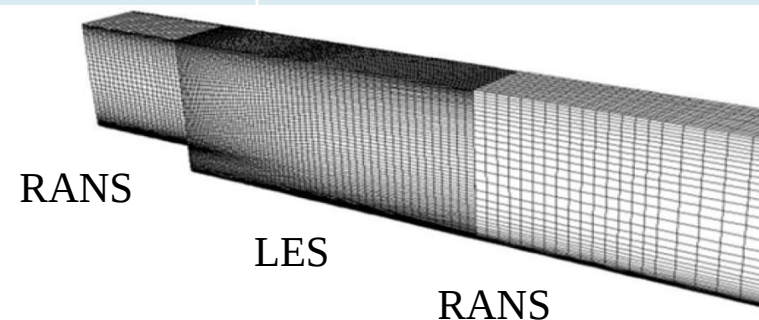
کاربردها	سازگاری	ویژگی اصلی	مدل
جدایش جریان گذرا و تاثیرات لایه مرزی گذرا	بسیار سازگار و ثبت گذار جریان	به طور دینامیکی بر اساس ناپایداری در طیف آشفتگی سازگار می شود.	SAS*
جدایش جریان پایا در هوافضا و خودرو	سازگاری کم تر ، ساختارمند	مرز RANS/LES بر اساس معیارهای جریان مانند فاصله	Hybrid LES/RANS
جریان رینولدز بالا، نواحی جریان شده در ایرودینامیک خودروها	محدود به شبکه، موثر برای سازه‌های بزرگ	تقسیم ناحیه بین RANS و LES با معیار شبکه	DES**
لایه‌های مرزی در خودرو و هوافضا و جریان با رینولدز بالا	توابع دیواره ثابت و انعطاف پذیری در مناطق جریان اصلی	مناطق اصلی با LES حل شده و جریان نزدیک دیوار با تابع دیواره حل می‌شود.	WMLES***
جریان با مناطقی که به جزئیات آشفتگی بالا نیاز دارند	سازگاری بسیار بالا، کنترل شده توسط کاربر	مشخص کردن نسبت آشفتگی حل شده به مدلسازی شده توسط کاربر	PANS****

*: SAS (Scale-Adaptive Simulation)

** : DES (Detached Eddy Simulation)

***: WMLES (Wall-Modeled LES)

****: PANS (Partially-Averaged Navier Stokes)





مدلسازی دیوار

چالش

- ❖ دیوارهای جامد منبع اصلی گردابه و تلاطم هستند.
- ❖ گرادیان بالای پارامترها مخصوصا سرعت و تنش برشی در کنار دیواره
- ❖ وابستگی بالای جدایش جریان و اتصال مجدد به پیش‌بینی صحیح ایجاد آشفتگی در نزدیکی دیوارها

هدف

- ❖ تقریب فیزیک ناحیه نزدیک دیوار
- ❖ استفاده از معادلات نیمه تجربی به جای راه‌حل‌های کامل ناویر-استوکس
- ❖ کاهش نیازهای محاسباتی جهت محاسبه گرادیان بالای پارامترها

رسم نمودار سرعت

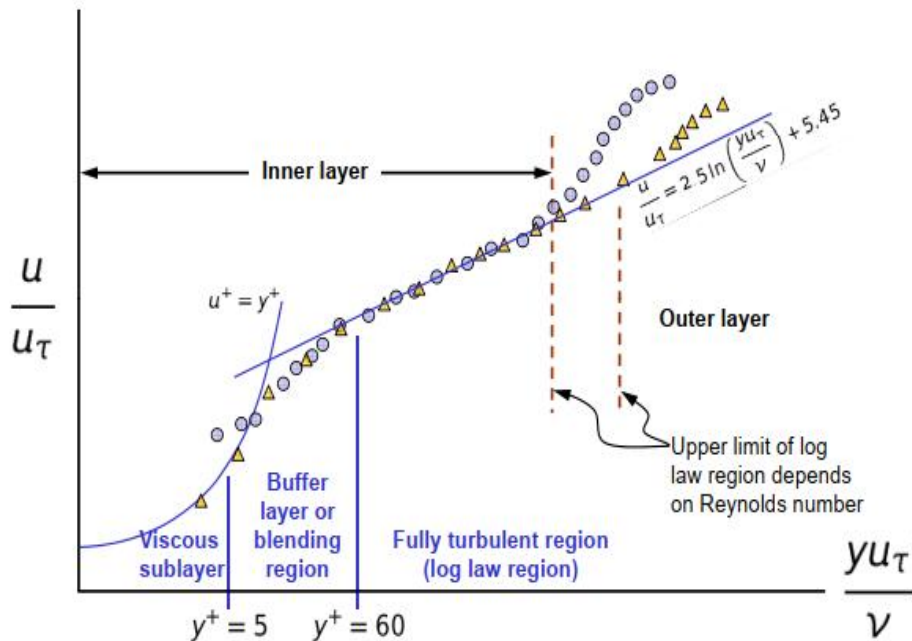
$$u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_{wall}}{\rho}}$$

- ❖ سرعت تقسیم بر u_{τ} شده و بی‌بعد می‌شود.

- ❖ اندازه فاصله از دیوار نیز بی‌بعد بدست می‌آید.

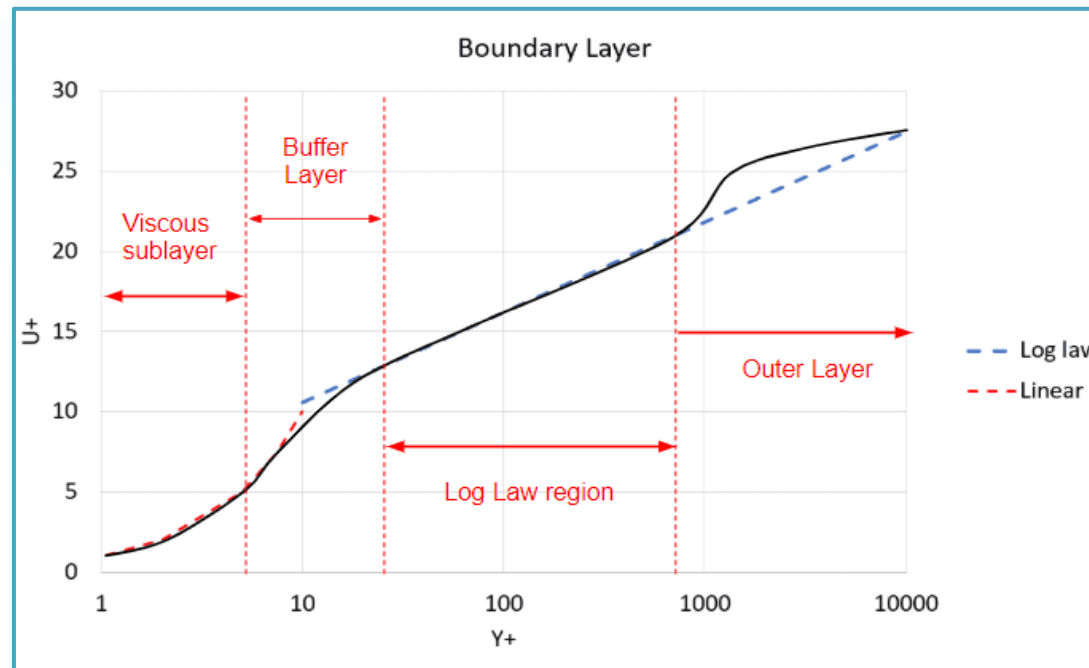
$$y^{+} = \frac{yu_{\tau}}{\nu}$$

- ❖ مقیاس محورها لگاریتمی می‌شود.





مدلسازی دیوار



لایه‌های لایه مرزی

- زیرلایه لزج (آرام) تا $y^+ \approx 5$: جریان تحت سلطه نیروهای لزجت
- لایه بافر از 5 تا 30: قسمت گذار از زیرلایه لزج به لایه لگاریتمی – آشفتگی قابل توجه‌تر می‌شود.
- لایه لگاریتمی از تقریباً 30 تا 300: اثرات آشفتگی به طور کامل توسعه یافته است.
- لایه خارجی: جریان به سرعت جریان آزاد نزدیک می‌شود. ساختارهای آشسته بزرگ‌تر هستند و کمتر تحت تاثیر دیوار قرار می‌گیرند.





تأثیر بافت سطح و عدد رینولدز بر پروفایل سرعت

جریان متلاطم زبر

❖ اگر ضخامت زبری از ضخامت زیر لایه لزج δ_s خیلی بیش تر باشد، زبری مشخصه به ضخامت زبری سطح وابسته است.

$$\frac{\epsilon u_\tau}{\nu} > 70 - 100 \rightarrow y_0 = \frac{\epsilon}{30}$$

❖ سرعت در ناحیه لگاریتمی به زبری سطح وابسته است.

$$u(y) = 2.5 u_\tau \ln\left(\frac{y}{y_0}\right)$$

جریان متلاطم هموار

❖ اگر ضخامت زبری از ضخامت زیر لایه لزج کم تر باشد، زبری مشخصه به

$$\frac{\epsilon u_\tau}{\nu} < 5 \rightarrow y_0 = \frac{\nu}{9u}$$

ضخامت زبری سطح وابسته نیست.

❖ رابطه لگاریتمی مدلسازی مقداری دچار خطا می شود.

❖ در نتیجه سرعت در ناحیه لگاریتمی به زبری سطح وابسته نیست.

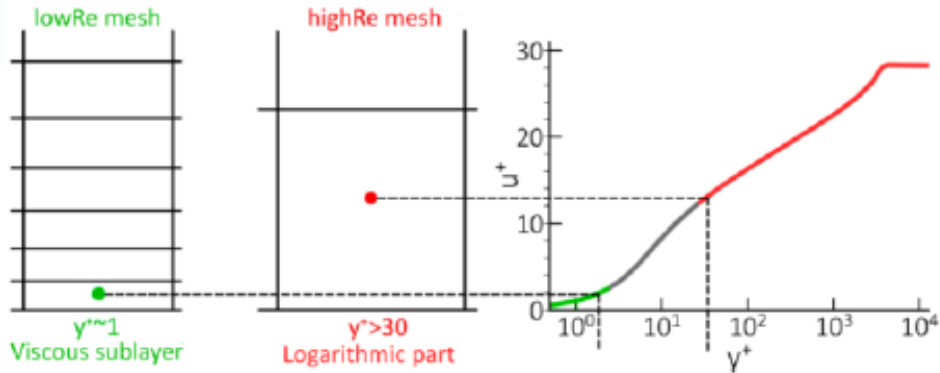
❖ در دو جریان معادله سرعت در زیر لایه لزج برابر است با:

$$\frac{u}{u_\tau} = y^+$$

$$Re_{Roughness} = \frac{\epsilon u_\tau}{\nu}$$



Rough Turbulent Flow



Smooth Turbulent Flow



تخمین y^+

۱. محاسبه رینولدز :

$$Re \equiv \frac{\rho x_{char} u_{char}}{\mu}$$

۲. محاسبه ضریب اصطکاک سطح :

□ جریان خارجی :

$$C_f = [2 \log_{10}(Re_x) - 0.65]^{-2.3}$$

□ جریان داخلی برای سطوح صاف :

$$C_f = f_{Darcy} = 0.316 Re_h^{-1/4} \quad 2500 \leq Re_h \leq 1 \times 10^5$$

□ جریان داخلی برای تمام سطوح:

$$C_f = f_{Darcy} = 0.0055 \left[1 + \left(2 \times 10^4 \frac{d}{D} + \frac{1 \times 10^6}{Re_h} \right)^{1/3} \right]$$

$$0 \leq \frac{d}{D} \leq 1 \times 10^{-2} \quad 4000 \leq Re_h \leq 5 \times 10^8$$

۳. محاسبه تنش برشی

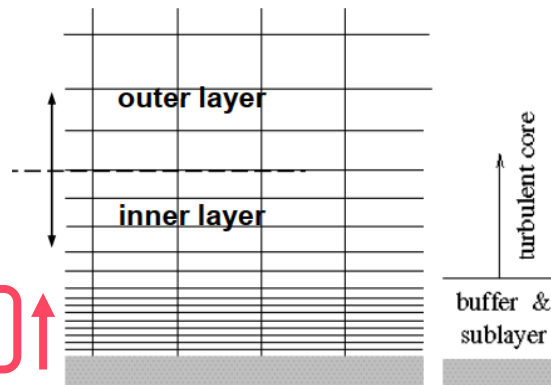
$$\tau_w = C_f \frac{1}{2} \rho u_{char}^2$$

۴. محاسبه سرعت اصطکاکی دیواره :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

۴. تخمین y^+

$$y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu}$$



y: ارتفاع اولین سلول





انواع توابع دیواره

استاندارد

- ❖ **هدف:** تقریب رفتار جریان در کنار دیواره بدون حل دقیق و تمرکز بر روی جریان‌های کاملاً آشفته
- ❖ **ویژگی:** فرض کردن پروفایل لگاریتمی در ناحیه نزدیک دیوار و بهترین کارایی با شبکه‌هایی که اولین سلول شبکه در محدوده لگاریتمی ($30 < y^+ < 300$) است.
- ❖ **محدودیت:** دقت پایین در جریان با رینولدز پایین، جدایش جریان، گرادیان بالا فشار

پیشرفته*

- ❑ **هدف:** استفاده از یک تابع ترکیبی برای انتقال از زیر لایه لزج به لایه لگاریتمی جهت بهبود عملکرد در جریان رینولدز پایین و بالا
- ❑ **ویژگی:** سازگار با شبکه ریز در کنار دیوار $y^+ > 1$ و ارائه راه حل دقیق تر در تمام لایه‌ها - ثبت اطلاعات دقیق تر مانند گرما و جرم
- ❑ **محدودیت:** نیازمند به وضوح بالای شبکه در کنار دیوار و افزایش هزینه محاسباتی - پایداری کم تر در شبکه‌های ضعیف

مقیاس پذیر**

- **هدف:** رویکرد هیبرید در شرایطی که y^+ به دلیل شبکه بندی ضعیف یا غیریکنواخت خارج از محدوده پیشنهادی است.
- **ویژگی:** به طور تطبیقی با استفاده از تابع برش مقدار $y^+ > 11.06$ قرار می دهد تا رویکرد قانون لگاریتمی دیواره پابرجا باشد.
- **محدودیت:** با اینکه در اکثر شبکه بندی ها Robust هستند، نسبت به توابع پیشرفته در نواحی y^+ کم دیوار ضعیف تر هستند. در جریان هایی که نیاز به مدل سازی دقیق نزدیک دیوار دارند، مانند جریان های جدا شده یا جریان هایی با گرادیان های فشار نامطلوب قوی، نتایجی ضعیف تر از بهینه خودشان ایجاد کنند.





پیاده‌سازی توابع دیواره در CFD

پیاده‌سازی توابع زمانی صورت می‌گیرد که : ۱. نیازی به حل دقیق نیست. ۲. بهبود هزینه محاسباتی

کاربردها

- ❖ کاربردهای مهندسی با جریان‌های رینولدز بالا : استفاده گسترده در مهندسی هوافضا ، خودروسازی و عمران
- ❖ طراحی توربوماشین : مطالعه بر روی عوامل حیاتی مانند کارایی، عملکرد و اثرات حرارتی بدون منابع محاسباتی بیش از حد
- ❖ طراحی HVAC و تجهیزات صنعتی : تمرکز بر روی حجم سیال و تقریب لایه مرزی
- ❖ مهندسی دریا و فراساحل : اهمیت پیش‌بینی درگ و برهمکنش ساختار با سیال – نیاز به بهبود هزینه محاسباتی در دامنه وسیع

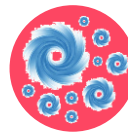
تعامل با مدل RANS

- ❑ تقریب لایه مرزی : استفاده از معادلات تجربی جهت ساده‌سازی محاسبات
- ❑ کاهش هزینه محاسباتی : خودداری از حل زیرلایه لزج نازک که به دلیل گرادیان بالا حل دقیق را سخت می‌کند.
- ❑ پایداری بهتر برای شبکه‌های ضعیف به دلیل استفاده از توابع
- ❑ محاسبه انتقال جرم و حرارت : مخصوصاً توابع پیشرفته (Enhanced) دقت بالایی دارند.

محدودیت‌ها و ملاحظات

- پیش‌بینی‌های نادرست نزدیک دیوار در جریان‌های پیچیده: دقت پایین در جریان‌هایی با جدایی، چرخش مجدد یا هندسه پیچیده به دلیل فرض انتقال نسبتاً صاف در بین لایه‌های مرزی
- نیازمند کالیبراسیون : استفاده از ضرایب تجربی و نیازمند به کالیبراسیون در برخی جریان‌های خاص – مخصوصاً اگر حل دقیق نزدیک دیوار مهم باشد.





مقایسه روش‌های حل دیواره

ویژگی	توابع دیواره	مدلسازی نزدیک دیوار (عدد رینولدز پایین)
نیازمندی شبکه	شبکه‌های درشت‌تر - عدد y^+ بالا	عدد y^+ کمتر از ۱
هزینه محاسباتی	کم	زیاد
دقت	کم‌تر در جریان‌های پیچیده و عدد رینولدز پایین	بالاتر، مخصوصاً در جریان‌های پیچیده
پایداری	عدد رینولدز بالا و جریان کاملاً آشسته	پیچیده، عدد رینولدز پایین و جریان گذار
کاربرد	ایرودینامیک خارجی و جریان‌های صنعتی تمرکز بالا بر روی جریان اصلی تمرکز پایین بر روی دیواره	انتقال حرارت، جدایش جریان، لایه مرزی دقیق



خسته نباشید
